najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: **جوان 2013**

الشعبة: **تسيير واقتصاد**

اختبار في مادة: **الرياضيات** — المدة: **03 سا و30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

في رف من رفوف مكتبة "ثانوية النجاح"، يوجد 150 كتاب رياضيات و 50 كتاب فلسفة، حيث 40% من كتب الرياضيات و 70% من كتب الفلسفة تخص شعبة التسيير والاقتصاد.

نختار عشوائيا من الرف كتابا واحدا.

عيّن مع التبرير، الجواب الصحيح الوحيد من بين الأجوبة المقترحة، في كل حالة من الحالات التالية:

1) احتمال أن يكون الكتاب المختار كتاب رياضيات هو:

(أ) $\frac{3}{4}$ (ب) $\frac{2}{5}$ (ج) $\frac{1}{150}$

2) احتمال أن يكون الكتاب المختار خاصا بشعبة التسيير والاقتصاد هو:

(أ) 0,24 (ب) 0,475 (ج) 0,21

3) احتمال أن يكون الكتاب المختار كتاب رياضيات خاصا بشعبة التسيير والاقتصاد هو:

(أ) 0,15 (ب) 0,4 (ج) 0,3

4) إذا كان الكتاب المختار يخص شعبة التسيير والاقتصاد، فإنّ احتمال أن يكون كتاب رياضيات هو:

(أ) $\frac{2}{75}$ (ب) $\frac{12}{19}$ (ج) $\frac{3}{10}$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الجدول التالي يعطي تطور النسب المئوية من ميزانية إحدى الجامعات، والمخصّصة للإنفاق على البحث العلمي بين سنتي 2005 و2012:

السنة	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
النسبة المئوية y_i%	3,3	3,8	4,5	4,7	5	5,2	5,7	6,2

1) مثّل سحابة النقط $M_i(x_i ; y_i)$ في معلم متعامد.

2) جِدْ إحداثيتي G النقطة المتوسطة لسحابة النقط، ثمّ مثّلها.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

3) بيّن أنّ المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي: $y = 0,38x + 3,09$ ، ثمّ ارسمه.

4) بفرض أنّ تغيّر النسب المئوية يبقى على هذه الوتيرة في السنوات القادمة.

أ- قدّر النسبة المئوية لإنفاق هذه الجامعة على البحث العلمي في سنة 2015.

ب- في أية سنة تصبح النسبة المئوية المتوقّعة للإنفاق على البحث العلمي لهذه الجامعة هي 9,93% ؟

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـــ: $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n :

$u_{n+1} = \left(\frac{2a+1}{3}\right)u_n - \frac{2a+4}{3}$ ؛ حيث a وسيط حقيقي.

1- عيّن قيمة a التي من أجلها تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

2- نفرض $a \neq \frac{5}{2}$. عيّن قيمة a حتى تكون المتتالية (u_n)حسابية، ثمّ احسب عندئذ u_n ومجموع n حدا الأولى من المتتالية.

3- عيّن قيمة a حتى تكون المتتالية (u_n) هندسية، ثمّ عيّن في هذه الحالة كلا من u_{50} ومجموع 50 حدا الأولى منها.

4- نفرض $a = 4$. برهن بالتراجع أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n ، فإنّ: $u_n = 3^n + 2$، ثمّ بيّن أنّ:

$u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n = \frac{1}{2}\left(3^{n+1} + 4n + 3\right)$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x) = 2x - 1 + \frac{1}{e^x - 1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- أ) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$. فسّر النتيجتين هندسيا.

ب) احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

2- أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 2x - 1$ ، مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب) تحقق أنّه، من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، فإنّ: $f(x) = 2x - 2 + \frac{e^x}{e^x - 1}$ ، ثمّ استنتج أنّ المستقيم (Δ') ذا المعادلة $y = 2x - 2$ ، مقارب للمنحنى (C_f).

3- بيّن أنّه، من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، فإنّ: $f'(x) = \frac{2e^{2x} - 5e^x + 2}{(e^x - 1)^2}$.

استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

4- مثّل بيانيا كلاّ من (Δ) و (Δ') و (C_f).

5- احسب العدد: $\int_1^2 f(x)\,dx$ ، ثمّ فسره هندسيا.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـــ: $u_0 = 6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1} = -\frac{1}{2}u_n + 6$.

1) أ- احسب الحدود: u_1 ، u_2 ، u_3 و u_4.

ب- هل المتتالية (u_n) رتيبة على $\mathbb{N}$؟ برّر إجابتك.

2) أ- بيّن أنه، من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - 4 = -\frac{1}{2}(u_n - 4)$.

ب- استنتج أن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـــ: $v_n = u_n - 4$ هندسية، يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ج) اكتب v_n، ثمّ u_n بدلالة n.

د) بيّن أن (u_n) متقاربة.

3) باستعمال عبارة u_n، تأكد ثانية من نتيجة السؤال 1) ب .

التمرين الثاني: (05 نقاط)

وُضِعت أسئلة امتحان شفوي في علبتين متماثلتين A و B. العلبة A تحتوي على 4 أسئلة في الثقافة العامة، و 6 أسئلة في مادة الاختصاص؛ والعلبة B تحتوي على 3 أسئلة في الثقافة العامة، و 7 أسئلة في مادة الاختصاص. (عمليات سحب الأسئلة واختيار إحدى العلبتين متساوية الاحتمال)

1) يختار مترشح إحدى العلبتين ليسحب منها عشوائيا، سؤالا واحدا.

أ- شكّل شجرة الاحتمالات المتوازنة.

ب- ما هو احتمال سحب المترشح لسؤال في مادة الاختصاص من العلبة A؟

جـ- ما هو احتمال سحب المترشح لسؤال في مادة الاختصاص من العلبة B؟

د- ما هو احتمال سحب المترشح لسؤال في مادة الاختصاص؟

هـ- علما أن المترشح سحب سؤالا في الثقافة العامة، ما احتمال أن يكون من العلبة B؟

2) مترشح آخر يسحب عشوائيا سؤالا واحدا من العلبة A وسؤالا واحدا من العلبة B.

بيّن أن احتمال سحب سؤالين في مادة الاختصاص هو $0,42$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

الجدول التالي يعطي تطور عدد مستعملي الهاتف النقال في مدينة ما من سنة 2006 إلى سنة 2012:

السنة	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6	7
عدد المستعملين y_i	21400	32400	48000	75600	121200	207000	280000

1) أ- مثّل سحابة النقط $M_i(x_i ; y_i)$ في معلم متعامد (نأخذ على محور الفواصل $1cm$ لكل سنة وعلى محور التراتيب $1cm$ لكل 20000 مستعمل).

ب- هل يمكن تسوية سحابة النقط السابقة بتعديل خطي؟ برّر إجابتك.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

2) بوضع: $z_i = \ln y_i$ من أجل $i \in \{1;2;3;4;5;6;7\}$. (تدوّر النتائج إلى 10^{-2})

أ- أنقل الجدول التالي على ورقة الإجابة، ثمّ أكمله:

x_i	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = \ln y_i$							

ب- مثّل سحابة النقط $M'_i(x_i;z_i)$ في معلم متعامد آخر مبدؤه $O'(0;9)$ وبوحدة $1cm$ لكل سنة على محور الفواصل و $5cm$ لكل وحدة على محور التراتيب.

ج- جِدْ إحداثيتي G النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M'_i(x_i;z_i)$.

د- بيّن أنّ معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $(x_i;z_i)$ هي: $z = 0,44x + 9,51$.

3) أ- تحقق أنّ: $y = k\,e^{0,44x}$، حيث k عدد حقيقي يطلب تعيينه. (تدوّر النتيجة إلى الوحدة)

ب- بفرض أنّ عدد مستعملي الهاتف النقال بهذه المدينة يتزايد بنفس الوتيرة، قدر عددهم سنة 2014.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) الدالة العددية g معرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x) = \dfrac{-x^2 + x + 2}{x^2}$.

1) عيّن، تبعا لقيم x، إشارة $g(x)$.

2) أ- تحقق أنه، من أجل كل x من $]0;+\infty[$، $g(x) = -1 + \dfrac{1}{x} + \dfrac{2}{x^2}$.

ب- استنتج الدوال الأصلية للدالة g على $]0;+\infty[$.

II) الدالة العددية f معرفة على المجال $[0;8[$ كما يلي: $f(x) = 3 - x - \dfrac{2}{x} + \ln x$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- تحقق أن f هي الدالة الأصلية للدالة g على المجال $[0;8[$ والتي تنعدم عند 1.

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0;8[$.

جـ- احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$، ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.

د- شكّل جدول تغيرات الدالة f.

2) بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين، أحدهما α، حيث: $3,8 < \alpha < 3,9$.

3) مثّل بيانيا (C_f).

III) الدالة العددية h معرفة على $\left]-\dfrac{2}{3};2\right[$ كما يلي: $h(x) = f(3x+2)$.

1) بيّن أنّه إذا كان $-\dfrac{2}{3} < x \leq 0$ فإنّ $0 < 3x + 2 \leq 2$ وإذا كان $0 \leq x \leq 2$ فإنّ $2 \leq 3x + 2 \leq 8$.

2) احسب $h'(x)$. (عبارة $h(x)$ غير مطلوبة)

3) شكّل جدول تغيرات h.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الإجابة النموذجية لمادة : رياضيات الشعبة: تسيير واقتصاد **امتحان شهادة البكالوريا دورة:** 2013

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع

التمرين الأول: (04 نقط)

السؤال	الجواب	التبرير		
1	أ	$p_1 = \frac{150}{200} = \frac{3}{4}$	1	04
2	ب	$p_2 = \frac{3}{4} \times \frac{2}{5} + \frac{1}{4} \times \frac{7}{10} = 0,475$	1	
3	حـ	$p_3 = \frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = 0,3$	1	
4	ب	$p_4 = \frac{0,3}{\frac{19}{40}} = \frac{12}{19}$	1	

التمرين الثاني: (04 نقط)

1) تمثيل سحابة النقط 1

2) $G(4,5\ ;\ 4,8)$ ، تمثيلها ..... 3×0.25

3) $a = \frac{\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8} x_i y_i - \overline{x}\,\overline{y}}{\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8} x_i^2 - \overline{x}^2} = 0,38$ ، $b = \overline{y} - a\overline{x} = 3,09$ ، $(y = 0,38x + 3,09)$ .... 0.75+0.25 — 04

رسم المستقيم 0.25

4) أ) $x = 11$ (رتبة 2015) ومنه $y = 7,27$ ، النسبة المئوية 7,27% 0.5

ب) $y = 9,93$ نجد $x = 18$ أي سنة 2022 ..... 0.5

التمرين الثالث: (05 نقط)

1) من $u_{n+1} = u_n = 3$ نجد $a = \frac{5}{2}$ 0.5

2) (u_n) حسابية معناه $\frac{2a+1}{3} = 1$ ومنه $a = 1$ ، $u_n = 3 - 2n$ ، $S_1 = n(4-n)$ ..... 0.5×3

3) (u_n) هندسية معناه $2a + 4 = 0$ ومنه $a = -2$ ، $u_{50} = 3(-1)^{50} = 3$ ، $S_2 = \frac{3}{2}\left[1 - (-1)^{50}\right] = 0$ 0.5×3

4) لما $n = 0$ لدينا $u_0 = 3 = 3^0 + 2$ ، نفرض $u_n = 3^n + 2$ ونبرهن $u_{n+1} = 3^{n+1} + 2$ — 05

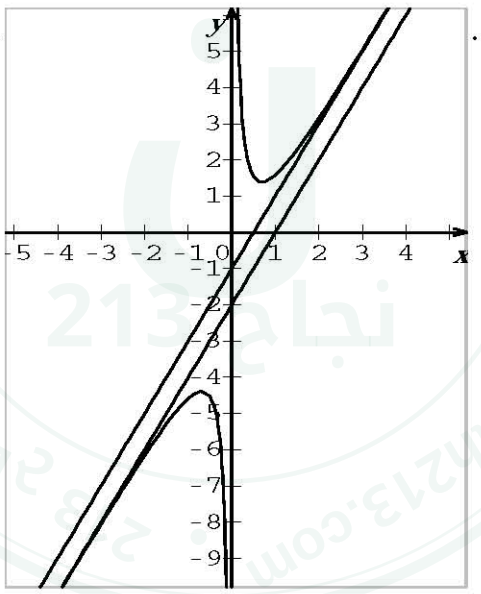
$u_{n+1} = 3(3^n + 2) - 4 = 3^{n+1} + 2$ ومنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_n = 3^n + 2$ .. 1

$u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n = (1 + 3^1 + 3^2 + \ldots + 3^n) + 2(n+1)$

$= \frac{3^{n+1} - 1}{2} + 2n + 2 = \frac{1}{2}\left(3^{n+1} + 4n + 3\right)$ 0.5

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الرابع: (07 نقط)		
1) أ) $\lim_{x \xrightarrow{<} 0} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \xrightarrow{>} 0} f(x) = +\infty$ ، $x = 0$ معادلة مستقيم مقارب	0.25×3	
ب) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$	0.25×2	
2) أ) $\lim_{x \to +\infty} [f(x) - (2x-1)] = 0$ ومنه (Δ) مستقيم مقارب مائل لـ (C_f)	0.5	
ب) التحقق $f(x) = 2x - 2 + \frac{e^x}{e^x - 1}$	0.5	
$\lim_{x \to -\infty} [f(x) - (2x-2)] = 0$ ومنه (Δ') مستقيم مقارب مائل لـ (C_f)	0.5	
3) $f'(x) = \frac{2e^{2x} - 5e^x + 2}{(e^x - 1)^2} = \frac{(2e^x - 1)(e^x - 2)}{(e^x - 1)^2}$ وإشارته	0.5+0.75	
الدالة f متزايدة على كل من المجالين $]-\infty; -\ln 2]$ و $[\ln 2; +\infty[$ ومتناقصة على كل من المجالين $[0; \ln 2]$ و $[-\ln 2; 0]$	0.5	07
جدول التغيرات	0.25	
4) الرسم ..... 	1	
	1	
5) $\int_1^2 f(x)dx = \int_1^2 \left(2x - 2 + \frac{e^x}{e^x - 1}\right)dx$	0.25	
$= \left[x^2 - 2x + \ln(e^x - 1)\right]_1^2 = 1 + \ln(e+1)$		
هندسيا هو مساحة الحيز من المستوي المحدد بـ (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $x = 1$ ، $x = 2$ ن ، $y = 0$		

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تابع الإجابة النموذجية لمادة : رياضيات الشعبة: تسيير واقتصاد **امتحان شهادة البكالوريا دورة:** 2013

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول: (04 نقط)		
1) أ- $u_1=3$ ، $u_2=\frac{9}{2}$ ، $u_3=\frac{15}{4}$ ، $u_4=\frac{33}{8}$	4×0.25	04
ب- (u_n) ليست رتيبة على $\mathbb{N}$ لأن مثلا الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 ليست مرتبة	0.5	
2) أ) $u_{n+1}-4=-\frac{1}{2}(u_n-4)$	0.5	
ب) $v_{n+1}=-\frac{1}{2}v_n$ ومنه (v_n) هندسية أساسها $-\frac{1}{2}$ و $v_0=2$	3×0.25	
حـ) $v_n=2\left(-\frac{1}{2}\right)^n$ ، $u_n=4+2\left(-\frac{1}{2}\right)^n$	2×0.25	
د) $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=4$ ومنه (u_n) متقاربة	0.25	
3) $u_{n+1}-u_n=-3\left(-\frac{1}{2}\right)^n$ ، إشارته ليست ثابتة فالمتتالية غير رتيبة	2×0.25	
التمرين الثاني: (05 نقط)		
1) أ) الشجرة المتوازنة.....	1	05
ب) $p(s\cap A)=p(A).p_A(s)=0,5\times0,6=0,3$	0.75	
حـ) $p(s\cap B)=p(B).p_B(s)=0,5\times0,7=0,35$	0.75	
د) $p(s)=p(s\cap A)+p(s\cap B)=0,65$	0.75	
هـ) $p_{\bar{s}}(B)=\frac{p(B\cap\bar{s})}{p(\bar{s})}=\frac{0,5\times0,3}{1-0,65}=\frac{3}{7}$	1	
2) $p_1=0,6$ ، $p_2=0,7$ ومنه $p=0,6\times0,7=0,42$	0.75	
(p_1 احتمال سحب سؤال في الاختصاص من A و p_2 احتمال سحب سؤال في الاختصاص من B والحادثتان مستقلتان)		
التمرين الثالث: (04 نقط)		
1) أ- تمثيل سحابة النقط	0.5	04
ب-لا يمكن تسويتها بتعديل خطي لأن السحابة ليس لها شكلا متطاولا	0.25	
2) أ)	0.5	
ب) تمثيل السحابة $M_i'(x_i;z_i)$	0.5	
حـ) $G(4;11.27)$	2×0.25	
د) المعادلة $z=0,44x+9,51$	0.75	
3) أ) $y=e^z$ ومنه $y=e^{9,55}\times e^{0,44x}$. $k=13494$	2×0.25	
ب) رتبة سنة 2014هي $x=9$ ومنه $y=707859$	2×0.25	

x_i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	9.97	10.39	10.78	11.23	11.71	12.24	12.54

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

عناصر الإجابة	مجزأة	مجموع
التمرين الرابع: (07 نقط)		
I) 1) إشارة $g(x)$: $\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & 2 & & +\infty \\ \hline g(x) & \| & + & 0 & & \end{array}$	4×0.25	
2) أ) $g(x)=-1+\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}$	0.25	
ب) $G(x)=-x-\frac{2}{x}+\ln x+c$ ، $c\in\mathbb{R}$	0.5	
II) 1) أ) $f'(x)=g(x)$ و $f(1)=0$	0.5+0.25	
ب) f متزايدة تماما على $[0;2[$ ومتناقصة تماما على $[2;8]$	0.5	
جـ) $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=-\infty$ ومنه $x=0$ معادلة مستقيم مقارب	2×0.25	
د) جدول التغيرات $f(8)=-\frac{21}{4}+3\ln 2$	0.5	
2) لدينا $f(1)=0$	0.25	
تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة	0.25	07
$f(3,8)=0,008$ ، $f(3,9)=-0,05$	0.25	
3) تمثيل المنحنى (C_f)	0.5	
III) 1) إذا كانت $-\frac{2}{3}<x\leq 0$ فإن $0<3x+2\leq 2$	0.25	
إذا كانت $0<x\leq 2$ فإن $2<3x+2\leq 8$	0.25	
2) $h'(x)=3f'(3x+2)$	0.5	
3) جدول تغيرات h : $\begin{array}{c\|ccccc} x & -\frac{2}{3} & & 0 & & 2 \\ \hline h'(x) & \| & + & 0 & - & \\ h(x) & -\infty & \nearrow & \ln 2 & \searrow & -\frac{21}{4}+3\ln 2 \end{array}$	0.75	

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com