najah213.com · نجاح 213

تطور جملة ميكانيكية

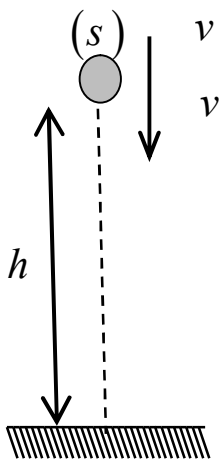
BAC 2023 — السقوط الشاقولي لجسم صلب في الهواء — BAC 2023

I ـ الدراسة التجريبية للسقوط الشاقولي :

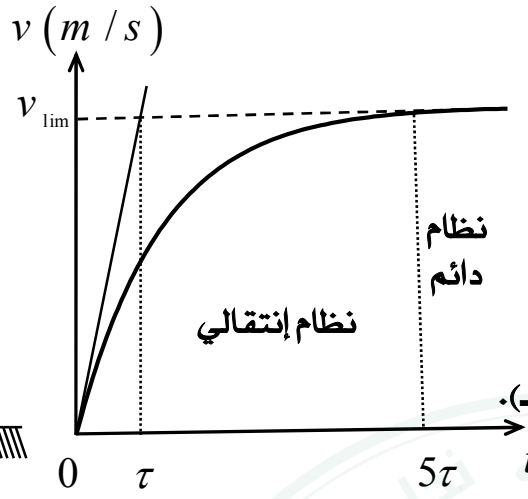
يسقط جسم صلب (S) من ارتفاع h عن سطح الأرض دون سرعة إبتدائية (**الشكل ـ1ـ**).

بواسطة تجهيز خاص مزود ببرمجية رسم البيانات نحصل على بيان سرعة الجسم (S) بدلالة الزمن .

خلال سقوطه $v = f(t)$ كما يوضحه (**الشكل ـ2ـ**).



الشكل -1-



الشكل -2-

تحليل بيان السرعة

من بيان الشكل -2- نستنتج أن سقوط الجسم في الهواء يمر بمرحلتين (نظامين) هما :

- **النظام الإنتقالي :** $t\,[0-5\tau]s$ تزداد فيه السرعة بشكل رتيب حتى تصل إلى السرعة الحدية v_{lim} .
- **النظام الدائم :** $t \succ 5\tau$ تثبت فيه السرعة عند القيمة الحدية V_{lim} .

ملاحظة : V_{lim} السرعة الحدية (ثابتة $v_l = Cte$).

τ ثابت الزمن (الزمن المميز للحركة) يمثل بيانيا فاصلة نقطة تقاطع المماس عند $t = 0$ مع المستقيم المقارب الأفقي .

الأستاذ خالد سعيدي للعلوم الفيزيائية

القوى المطبقة على الجسم أثناء سقوطه الشاقولي

قوة الثقل $\vec{P}$

عبارتها $p = mg$ وهي قوة شاقولية نحو الأسفل شدتها ثابتة

حيث :

m كتلة الجملة ب Kg

g تسارع الجاذبية ب $m.s^{-2}$

دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$

كل جسم مغمور في مائع يخضع لدافعة أرخميدس تساوي ثقل المائع المزاح

$\Pi = \rho_f v\, g$ حيث :

ρ_f الكتلة الحجمية للمائع

v حجم الجسم أو المائع المزاح

g تسارع الجاذبية ب $m.s^{-2}$

قوة الإحتكاك $\vec{f}$

هي قوة شاقولية معاكسة لجهة الحركة تزداد شدتها بزيادة السرعة شدتها

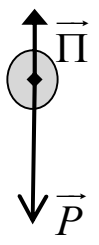
$K'v^2 = f = Kv$

K و K' ثابتا الإحتكاك

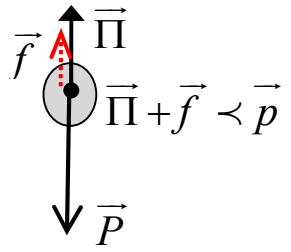
v السرعة ب $m.s^{-1}$

تمثيل القوى كيفيا أثناء سقوط الجسم

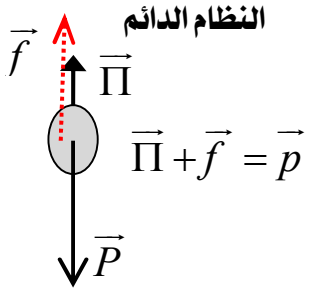
مرحلة الإنطلاق



في النظام الإنتقالي



النظام الدائم



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

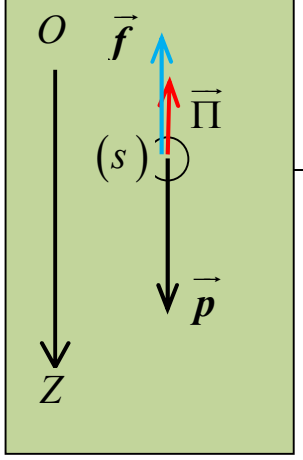
najah213.com · نجاح 213

الدراسة النظرية للسقوط الشاقولي (الحقيقي):

القوى الخارجية المؤثرة على جملة ، أثناء سقوطها شاقوليا هي:

قوة الثقل $\vec{p}$ ، دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$ ، قوة الإحتكاك $\vec{f}$

تمثيل القوى المؤثرة



المعادلة التفاضلية للسرعة :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (جسم (s)) في المرجع السطحي الأرضي الذي نعتبره عطالي نجد: $\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m\,\vec{a}_G$

بالإسقاط على محور الحركة (OZ) نجد : $p - \Pi - f = m\,a_G \ldots (1)$

1. في حالة السرعات الصغيرة يكون $f = K.v$:

V حجم الجسم
v سرعة الجسم
ρ_f الكتلة الحجمية للمائع
ρ_s الكتلة الحجمية للجسم

تصبح العلاقة (1): $m.g - \rho.V.g - K.v = m.\dfrac{dv}{dt}$

بالتبسيط نجد : $\dfrac{dv}{dt} + \dfrac{K}{m}v = g\left(1 - \dfrac{\rho V}{m}\right)$ ($\rho V/m$: $1/\rho_s$) أي: $\dfrac{dv}{dt} + \dfrac{K}{m}v = g\left(1 - \dfrac{\rho_f}{\rho_s}\right)$

وهي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى

عبارة السرعة الحدية v_l	عبارة التسارع الإبتدائي a_0	ثابت الزمن المميز للحركة τ
في النظام الدائم $(v = v_l = Cte)$ أي : $\dfrac{dv}{dt} = 0$ ومنه : $\dfrac{K}{m}v_l = g\left(1 - \dfrac{\rho_f}{\rho_s}\right)$ إذن : $v_l = \dfrac{g.m}{k}\left(1 - \dfrac{\rho_f}{\rho_s}\right)$ بيانيا: v_l تمثل نقطة تقاطع الخط المقارب الأفقي عند t_f لبيان السرعة $v = f(t)$	لما $t = 0$ تكون : السرعة معدومة أي : $v = 0$ ومن المعادلة التفاضلية نكتب: $\dfrac{dv}{dt} + \dfrac{K}{m}\cancel{v}^{0} = g\left(1 - \dfrac{\rho_f}{\rho_s}\right)$ نجد : $\left.\dfrac{dv}{dt}\right\|_0 = g\left(1 - \dfrac{\rho_f}{\rho_s}\right)$ أو : $a_0 = g\left(1 - \dfrac{\rho_f}{\rho_s}\right)$ $a_0 = \dfrac{g}{m}(m - \rho_f V)$ بيانيا : a_0 يمثل ميل المماس للمنحني $v = f(t)$ عند المبدأ $a_0 = \left.\dfrac{dv}{dt}\right\|_{t=0}$	بالإعتماد على التحليل البعدي للمقدار $\dfrac{m}{K}$ نجد : $\dfrac{[m]}{[K]} = \dfrac{[m]}{\dfrac{[f]}{[v]}} = \dfrac{[m][v]}{[f]}$ $\dfrac{[m]}{[K]} = \dfrac{M.L.T^{-1}}{M.L.T^{-2}} = T$ ومنه : وحدة الثابت $\dfrac{m}{K}$ من وحدة الزمن، ويرمز له ب τ أي : $\tau = \dfrac{m}{K}$

ملاحظة: في حالة السرعات الكبيرة $f = K v^2$

وبنفس الخطوات نحصل على المعادلة التفاضلية : $\dfrac{dv}{dt} + \dfrac{K}{m}v^2 = g\left(1 - \dfrac{\rho_f}{\rho_s}\right)$

وعبارة السرعة الحدية v_l : $v_l = \sqrt{\dfrac{g.m}{K}\left(1 - \dfrac{\rho_f}{\rho_s}\right)}$ أو : $v_l = \sqrt{\dfrac{g}{K}(m - \rho_f V)}$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com