najah213.com · نجاح 213

ثانوية مالك بن نبي الخاصة (باتنة)

الجذع المشترك : علوم وتكنولوجيا

ملف

القيمة المطلقة – المسافة – المجالات

كراس التدريبات

إعداد: الأستاذ شيح عبد الحميد

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الجذع المشترك : علوم وتكنولوجيا — **ورقة عمل رقم 1** — إعداد الأستاذ : ع .شيح

المفهوم البياني أو الهندسي للقيمة المطلقة والمسافة بين عددين حقيقين

تذكير :

(Δ) مستقيم مدرج ومزود بمعلم $(O;I)$

نعلم – على سبيل المثال –النقطتين A و B ذات الفاصلتين (-5) و (7) على الترتيب .



بيانيا أو هندسيا :

- المسافة بين العددين (-5)و (7) والتي يرمز لها بالرمز $d(-5;7)$ أو $d(7;-5)$ هي المسافة بين النقطتين A و B . $d(-5;7)=d(7;-5)=AB$.
- القيمة المطلقة لفرق العددين (-5) و 7 والتي يرمز لها بالرمز $|-5-7|$ أو $|7-(-5)|$ نفسها المسافة بين العددين (-5) و(7) اي بين النقطتين A وB . $|-5-7|=d(-5;7)=AB$.
- بيانيا : $d(-5;7)=|-5-7|=AB=12$
- وعموما : من أجل كل عددين حقيقين x و y :

$|x-y|=|y-x|=d(x;y)=d(y;x)=M_1M_2$ (الناتج هو الفرق بين أكبر العددين وأصغرهما).

تمرين 1 :

فسر بيانيا كلا مما يلي :

$d(5;3)$ ؛ $d(-1;-2)$ ؛ $d(0;6)$.

تمرين 2 :

فسر بيانيا كلا ما يلي :

$|3-7|$ ؛ $|8|$ ؛ $\left|\frac{1}{2}+4\right|$

تمرين 3 :

عبر عن كل مما يلي بواسطة المسافة :

$\left|\frac{2}{3}-1\right|$ ؛ $|\sqrt{2}+2|$ ؛ $|-\sqrt{3}+3|$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

تمرين 4 :

جد ناتج كلا مما يلي :

$d(3;8)$ ؛ $|3-7|$ ؛ $\left|\frac{3}{4}-\frac{2}{3}\right|$ ؛ $d\left(1;\frac{5}{7}\right)$

تمرين5 :

عين في كل حالة من الحالات الاتية قيم العدد الحقيقي x إن وجدت (استعن بالمستقيم العددي)

1) $d(x;3)=4$.

2) $d(-5;x)=-1$.

3) $d(x;-1)=0$

تمرين 6 :

في كل مما يلي ؛ ترجم القيمة المطلقة إلى مسافة ثم معتمدا على التمرين 5 ؛ عين في كل حالة من الحالات الآتية قيم العدد الحقيقي x .

1) $|x+1|=3$.

2) $|x-4|=2$.

3) $|x|=5$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

الجذع المشترك : علوم وتكنولوجيا ورقة عمل رقم2 إعداد الأستاذ : ع .شيح

كتابة عبارة جبرية دون رمز القيمة المطلقة

تذكير :

تعريفا لدينا : من أجل كل عدد حقيقي x وبالتالي لكتابة عبارة دون رمز القيمة المطلقة

$|x|=\begin{cases}-x & ;x\le 0\\ x & ;x\ge 0\end{cases}$ لا بد أولا من تحديد إشارة هذه العبارة ثم تطبيق التعريف

1 .) العبارة لا تشمل متغيرا x

مثال1 :

نكتب دون رمز القيمة المطلقة : $\left|3\sqrt{5}-4\sqrt{3}\right|$.

نحدد إشارة $\left(3\sqrt{4}-4\sqrt{3}\right)$ أي ننظر إن كان العدد $\left(3\sqrt{5}-4\sqrt{3}\right)$ موجبا أم سالبا .

لدينا :

$\begin{cases}\left(3\sqrt{5}\right)^2=45\\ \left(4\sqrt{3}\right)^2=48\end{cases}$ نلاحظ أن : $\left(3\sqrt{5}\right)^2<\left(4\sqrt{3}\right)^2$

ينتج عن هذا : $3\sqrt{5}<4\sqrt{3}$ وبالتالي :

$\left(3\sqrt{5}-4\sqrt{3}\right)<0$.

نطبق التعريف

إذا : $\left|3\sqrt{5}-4\sqrt{3}\right|=-\left(3\sqrt{5}-4\sqrt{3}\right)$

$=4\sqrt{3}-3\sqrt{5}$.

2 .) العبارة تشمل متغيرا x.

مثال 2 :

أكتب دون رمز القيمة المطلقة $|2x-3|$ حيث x عدد حقيقي .

ندرس إشارة $(2x-3)$.

نقوم مثلا بالحل في $\mathbb{R}$ للمتراجحة $2x-3\ge 0$

$2x-3\ge 0$ يكافئ $2x\ge 3$

يكافئ $x\ge\frac{3}{2}$.

نمثل هذه الإشارة في جدول

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$2x-3$		$-$	0	$+$	

الجدول السابق يلخص ما يلي :

$\begin{cases}x\in\left]-\infty;\frac{3}{2}\right] & \text{أي } x\le\frac{3}{2} \text{ معناه } 2x-3\le 0\\ x\in\left[\frac{3}{2};+\infty\right[& \text{أي } x\ge\frac{3}{2} \text{ معناه } 2x-3\ge 0\end{cases}$

في هذه الحالة نكتب :

$|2x-3|=\begin{cases}-(2x-3) & ;x\in\left]-\infty;\frac{3}{2}\right]\\ (2x-3) & ;x\in\left[\frac{3}{2};+\infty\right[\end{cases}$

مثال 3:

نكتب العبارة $A(x)=|-2x+1|-|x-3|$ دون رمز القيمة المطلقة .

نحدد إشارة كل من $(2x+1)$ و$(x-3)$

- $x\in\mathbb{R}$: $-2x+1\ge 0$ معناه $-2x\ge-\frac{1}{2}$

معناه $x\le\frac{1}{2}$

إشارة $(-2x+1)$ ممثلة في الجدول الآتي :

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$-2x+1$		$+$	0	$-$	

- $x\in\mathbb{R}$: $x-3\ge 0$ يكافئ $x\ge 3$

إشارة $(x-3)$ كما يلي :

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$x-3$		$+$	0	$-$	

نستعمل جدولا مماثلا للجدول الموالي نستنتج من خلاله إشارة $A(x)$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		3		$+\infty$
$\lvert -2x+1\rvert$	$-2x+1$	0	$2x-1$		$2x-1$		
$\lvert x-3\rvert$	$-x+3$		$-x+3$	0	$x-3$		
$\lvert -2x+1\rvert-\lvert x-3\rvert$	$-x-2$	$\frac{5}{2}$	$3x-4$	5	$x+2$		

وهذا معناه :

$$\lvert -2x+1\rvert-\lvert x-3\rvert=\begin{cases}-x-2 \; ; \; x<\frac{1}{2}\\ \frac{5}{2} \quad ; \quad x=\frac{1}{2}\\ 3x+4 \quad ; x\in\left]\frac{1}{2};3\right[\\ 5 \quad ; \quad x=3\\ x+2 \quad ; x>3\end{cases}$$

تمرين 1 :

أكتب دون رمز القيمة المطلقة $\left|\frac{3}{2}-\sqrt{7}\right|$.

تمرين 2 :

أكتب على أبسط شكل كل عبارة من العبارتين A و B .

$$A=\lvert 2\sqrt{5}-19\rvert-2\lvert 3-\sqrt{5}\rvert+\lvert -7-\sqrt{2}\rvert-\lvert\sqrt{2}+7\rvert$$

$$B=\lvert 3\sqrt{2}-2\sqrt{3}\rvert-\sqrt{2}\lvert 2\sqrt{2}-3\rvert-2\lvert 2-\sqrt{3}\rvert+\lvert -1\rvert$$

تمرين 3 :

a عدد حقيقي حيث : $0<a<1$.

بسط : $\lvert a+1\rvert+\lvert 1-a\rvert-\sqrt{4a^2}$

تمرين 4 :

x و y عددان من المجال $[1;2]$.

1 .) عين إشارة كل من $(x+2y)$ و $(2x-y)$.

2 .) بسط العبارة A حيث :

$$A=\lvert -2x-y\rvert+\lvert y+2x\rvert-x+3y$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

تمرين 5 :

x عدد حقيقي

1 .) أدرس إشارة $(x+1)$

2 .) استنتج كتابة $|x+1|$ دون رمز القيمة المطلقة

تمرين 6 :

أكتب دون رمز القيمة المطلقة كلا ممن الأعداد الآتية حيث x عدد حقيقي .

$|-x+4|$ ؛ $\left|\frac{1}{2}x+2\right|$ ؛ $\left|\frac{4}{5}-x\right|$

تمرين 7 :

مستعينا بالمثال 3 أكتب كلا من العبارتين $A(x)$ و $B(x)$ دون رمز القيمة المطلقة

$$A(x)=|x-\sqrt{2}|+|-x+3|$$

$$B(x)=2|3x+4|-2|x+1|$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

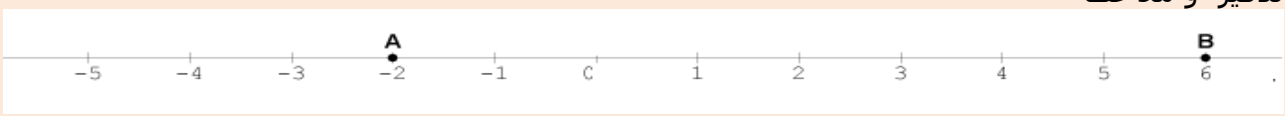
najah213.com · نجاح 213

الجذع المشترك : علوم وتكنولوجيا — **ورقة عمل رقم 3** — إعداد الأستاذ ع. شيح

المعادلتان في $\mathbb{R}$: $|x+a|=k$ و $|x+a|+|x+b|=k$

حيث a وbعددان حقيقيان كيفيان وk عدد حقيقي موجب تماما

تذكير و ملاحظة



حيث A و B النقطتان ذات الفاصلتين (-2) و 6 على الترتيب.

- $AB=d(-2;6)=8$
- لتكن M نقطة متحركة (متغيرة) على المستقيم العددي فاصلتها x

يمكن استنتاج موضعين للنقطة M

$M\in[AB]$ أي $x\in[-2;6]$: في هذه الحالة $MA+MB=8$ أي $d(x;-2)+d(x;6)=8$
أي $|x+2|+|x-6|=8$

$M\notin[AB]$ أي $x\notin[-2;6]$: ينتج عن هذا $MA+MB>8$ أي $|x+2|+|x-6|>8$.

مثال 1 :

نعين مجموعة الأعداد الحقيقية x (اي نحل في $\mathbb{R}$ المعادلة) التي تحقق : $|x+3|=4$.

- الطريقة البيانية أو الهندسية .

نترجم المسافة إلى قيمة مطلقة :

$|x+3|=4$ معناه $|x-(-3)=4|$

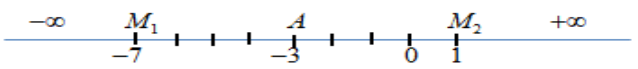
معناه $d(x;-3)=4$.

على المستقيم العددي نعلم النقطة ذات الفاصلة (-3) ولتكن A .

نفرض أن x هو فاصلة نقطة M.

في الحالة : $d(x;-3)=4$ يكافئ $MA=4$.

نبحث عن موضع النقطة M على (Δ) حيث $MA=4$



بيانيا يوجد موضعان للنقطة M وهما :
M_1 ذات الفاصلة (-1) و M_2 ذات الفاصلة (7)

وعليه : إذا كانت هي S مجموعة حلول المعادلة فإن: $S=\{-7;1\}$.

- الطريقة الجبرية .

نعتمد أساسا على العلاقة $|X|=|Y|$ والمكافئة لـ $(X=Y)$ أو $(X=-Y)$

إذا:

$|x+3|=4$ معناه $|x+3|=|4|$

معناه $x+3=4$ أو $x+3=-4$

معناه $x=1$ أو $x=-7$

$S=\{-7;1\}$

مثال 2 .

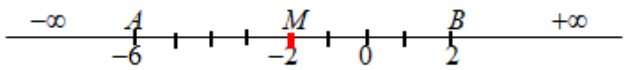
نحل في $\mathbb{R}$ المعادلة $|x-2|+|x+6|=8$

- الطريقة البيانية

$|x-2|+|x+6|=8$ معناه $d(x;2)+d(x;-6)=8$.

على المستقيم العدد نعلم النقطتين $A(-6)$ و $B(2)$.

ولتكن M النقطة ذات الفاصلة x



لدينا :

من جهة : $d(x;2)+d(x;6)=8$ معناه $MB+MA=8$

من جهة أخرى : $AB=d(-2;6)=8$.

إذا : $MA+MA=8$ معناه $MA+MB=AB$

ما هو موضع النقطة M على المستقيم العددي؟

M نقطة من قطعة المستقيم $[AB]$ أي $x\in[-6;2]$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

الطريقة الجبرية

1 .) نكتب المجموع $|x-2|+|x+6|$ دون رمز القيمة المطلقة.

* $x\in\mathbb{R}$: $x-2\geq 0$ معناه $x\geq 2$

وبالتالي :

$$|x-2|=\begin{cases}-x+2 & ;x\leq 2\\ x-2 & ;x\geq 2\end{cases}$$

* $x\in\mathbb{R}$: $x+6\geq 0$ يكافئ $x\geq -6$

في هذه الحالة :

$$|x+6|=\begin{cases}-x-6 & ;x\leq -6\\ x+6 & ;x\geq -6\end{cases}$$

*نستعين بالجدول الآتي :

x	$-\infty$	-6	2	$+\infty$
$\lvert x-2\rvert$	$-x+2$	$-x+2$	$x-2$	
$\lvert x+6\rvert$	$-x-6$	$x+6$	$x+6$	
$\lvert x-2\rvert+\lvert x+6\rvert$	$-2x-4$	8	$2x+4$	

من خلال الجدول يتضح ما يلي :

$$|x-2|+|x+6|=\begin{cases}-2x-4 & ;x\in]-\infty;-6]\\ 8 & ;x\in[-6;2]\\ 2x+4 & ;x\in[2;+\infty[\end{cases}$$

إذا كانت S هي مجموعة الحلول فإنّ :

$S=[-6;2]$

مثال3 :

نحل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $|x+2|+|x-5|=11$

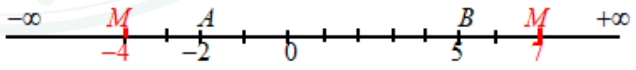
- الطريقة الهندسية :

$|x+2|+|x-5|=11$ معناه $d(x;-2)+d(x;5)=11$

*

معناه $MA+MB=11$

حيث $A(-2)$ ؛ $B(5)$ و $M(x)$ نقط من المستقيم العددي .



* بما أن $AB=d(-2;5)=7$ فإنّ $M\notin[AB]$ (لكون $MA+MB=11>7$) .

نميز حالتين :

* M نقطة من نصف المستقيم الذي مبدأه A والذي لا يشمل النقطة B

ينتج :

$MA+(MA+AB)=11$ معناه $MA+MB=11$

$2MA+7=11$ معناه

$MA=2$ معناه .

في هذه الحالة الفاصلة x لـ M هي $x=-4$

* M نقطة من نصف المستقيم الذي مبدأه B والذي لا يشمل النقطة A

ينتج :

$MA+(MB+AB)=11$ معناه $MA+MB=11$

$2MB+7=11$ معناه

$MB=2$ معناه .

في هذه الحالة الفاصلة x لـ M هي $x=7$

* خلاصة :

إذا كانت S هي مجموعة حلول المعادلة السابقة فإنّ : $S=\{-4;7\}$

الطريقة الجبرية :

نكتب المجموع $|x+2|+|x-5|$ دون رمز القيمة المطلقة .

يمكن التأكد من صحة النتائج الواردة في هذا الجدول :

x	$-\infty$	-2	5	$+\infty$
$\lvert x+2\rvert$	$-x-2$	$x+2$	$x+2$	
$\lvert x-5\rvert$	$-x+5$	$-x+5$	$x-5$	
$\lvert x+2\rvert+\lvert x-5\rvert$	$-2x+3$	7	$2x-3$	

* نعتمد على الجدول لإيجاد الحلول :

1 .) $x\in]-\infty;-2[$

$|x+2|+|x-5|=11$ معناه $-2x+3=11$

$-2x=8$ معناه

$x=-4$ معناه .

2 .) $x\in[-2;6]$

المعادلة لا تقبل حلولا .

3 .) $x\in]5;+\infty[$

$|x+2|+|x-5|=11$ معناه $2x-3=11$

$2x=14$ معناه

$x=7$ معناه .

تمرين 1 :

حل في $\mathbb{R}$ بيانيا ثم جبريا المعادلة : $|x-4|=1$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

تمرين 2 :

نفس عمل التمرين الأوّل : $|2x-6|=3$

تمرين 3 :

x عدد حقيقي .

1 .) ادرس إشارة كل من $|x-2|$ و $|x+1|$.

2 .) مستعينا بجدول ؛ أكتب المجموع $|x+1|+|x-2|$ دون رمز القيمة المطلقة

3 .) حل بعد ذلك في $\mathbb{R}$ المعادلة $|x+1|+|x-2|=5$

تمرين 4 :

حل بيانيا في $\mathbb{R}$ المعادلتين (1) و (2) :

$|x-3|=4$ ... (1) ؛ $|x+3|=1$ ... (2)

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

تمرين 5 :

حل في $\mathbb{R}$ وبالطريقة المناسبة لك كل معادلة من المعادلات (1) ؛(2) و (3) :

(1) ... $\left|x+\frac{1}{2}\right|=4$

(2) ... $|x-4|-|x+3|=0$

(3) . . . $|x+1|+|x+3|=5$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الجذع المشترك : علوم وتكنولوجيا | ورقة عمل رقم 4 | إعداد الأستاذ ع. شيح

القيمة المطلقة والمتباينات – والمسافة –والمجالات

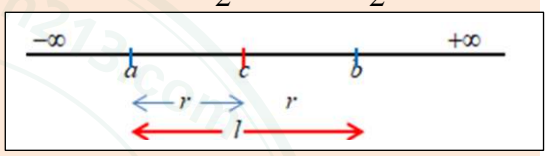
تذكير :

- ليكن $[a;b]$ مجالا من $\mathbb{R}$.

العناصر المميزة لهذا المجال هي الطول l نصف القطر r والمركز c .

لدينا :

$l=b-a$ ؛ $r=\frac{l}{2}$ و $c=\frac{b+a}{2}$



ليكن r عددا حقيقيا موجبا و c عددا حقيقيا كيفيا.

للقضايا (1) ؛ (2) ؛ (3) و (4) نفس المعنى

(1) $|x-c|\le r$

(2) $d(x;c)\le r$

(3) $-r\le x-c\le r$

(4) $c-r\le x\le c+r$ أي $x\in[c-r;c+r]$

مثال 1 :

ليكن المجال $[-3;5]$.

نعين الطول l ؛المركز c ونصف القطر r لهذا المجال .

لدينا :

- $l=5-(-3)=8$
- $c=\frac{5+(-3)}{2}=1$
- $r=\frac{l}{2}=4$.

مثال2 :

نعين مجموعة الأعداد الحقيقية x التي من أجلها يكون : $|x+1|\le 3$

- الطريقة الجبرية :

$|x-1|\le 3$ معناه $-3\le x+1\le 3$

معناه $-4\le x\le 2$

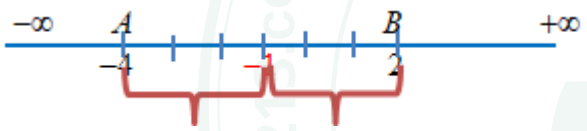
وبالتالي : $x\in[-4;2]$

لاحظ أن الطول والمركز ونصف القطر للمجال $[-4;2]$ هم على الترتيب : 6 و (-1) و 3

- الطريقة الهندسية :

لدينا ما يلي :

$|x+1|\le 3$ معناه $d(x;-1)\le 3$



يكفي أخذ مجال مركزه $(c=-1)$ ونصف قطره $(r=2)$.

بيانيا هذا المجال هو المجال $[-4;2]$.

وبالتالي :

$|x+1|\le 2$ معناه $x\in[-4;2]$.

مثال 3 :

ليكن x عددا حقيقيا حيث : $x\in[-1;5]$ أي $-1\le x\le 5$.

نعبر عن انتماء x إلى المجال $[-1;5]$ بوسطة قيمة مطلقة

معناه إيجاد علاقة من الشكل $|x-c|\le r$

حيث : c مركز المجال $[-1;5]$ و r نصف قطره .

تعريفا لدينا :

$c=\frac{5+(-1)}{2}=2$ ؛ $r=\frac{5-(-1)}{2}=3$.

وبالتالي :

$|x-2|\le 3$ معناه $x\in[-1;5]$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

مثال 4 :

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $|x-3|>2$ اي عين مجموعة الأعداد الحقيقية x التي من أجلها يكون $|x-3|>2$

- الطريقة البيانية

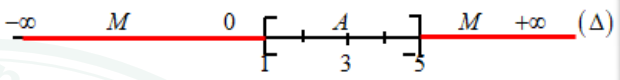
نترجم القيمة المطلقة إلى مسافة

$|x-3|>2$ يكافئ $d(x;3)>2$

على المستقيم العددي نعلم النقطة $A(3)$.

ولتكن $M(x)$ نقطة متغيرة على هذا المستقيم

$d(x;3)>2$ معناه $MA>2$



بيانيا النقطة M لا تنتمي إلي قطعة المستقيم التي منتصفها النقطة $A(3)$.

وعليه :

$|x-3|>2$ معناه $(x\in]-\infty;1[)$ أو $(x\in]5;+\infty[)$.

- الطريقة الجبرية

** نكتب $|x-3|$ دون رمز القيمة المطلقة

لهذا نبدأ بتعيين إشارة $(x-1)$

$x\in\mathbb{R}$ ؛ $x-3\geq 0$ معناه $x\geq 3$

إشارة $(x-3)$ ممثلة في الجدول الآتي

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$x-3$		$-$	0	$+$	

إذا :

$$|x-3|=\begin{cases}-x+3 & ;x\in]-\infty;3]\\ x-3 & ;x\in[3;+\infty[\end{cases}$$

حل المسألة يرجع إذا إلى حل متراجحتين

1 .) $x\in]-\infty;3]$

$|x-3|>2$ معناه $-x+3>2$

معناه $-x>-1$

معناه $x<1$

أي $x\in]-\infty;1[$ ... (1)

2 .) $x\in[3;+\infty[$.

$|x-3|>2$ يكافئ $x-3>2$

يكافئ $x>5$

أي $x\in[5;+\infty[$ ... (2)

من (1) و (2) نستنتج أنّه إذا كانت S هي مجموعة حلول المتراجحة فإنّ :

$S=]-\infty;1[\cup]5;+\infty[$.

تمرين 1 :

عين المركز و نصف القطر للمجال $[a;b]$ في الحالتين الآتيتين M

1 .) $a=2$ و $b=7$.

2 .) $a=-\frac{1}{2}$ و $b=8$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

تمرين 2 :

a عدد حقيقي حيث $a<7$

عين العدد الحقيقي a إذا علمت أن طول المجال $[a;b]$ يساوي 10 .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

تمرين 3

a و b حقيقيان حيث : $a\leq b$

نعلم أن نصف قطر المجال $[a;b]$ يساوي 2

وأن طوله يساوي 4 .

عين العددين الحقيقين a و b

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

تمرين 4 :

حل جبريا ثم بيانيا في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ المتراجحة : $|x+1| \leq 4$

تمرين 5

حل في $\mathbb{R}$ وبالطريقة الجبرية المتراجحة

$|x+2| \geq 4$

تمرين 6 :

انقل ثمّ اكمل الجدول الآتي :

القيمة المطلقة	المسافة	الحصر	المجال
$\lvert x-5\rvert \leq 3$	$d(x;5) \leq 3$	$2 \leq x \leq 8$	$[2;8]$
$\lvert x-1\rvert < 2$			
$\lvert x+7\rvert \leq 2$			
$\lvert x-2\rvert < 1$			

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

تمرين 7 :

نفس عمل التمرين رقم 6

القيمة المطلقة	المسافة	الحصر	المجال
$\lvert x-2\rvert \le 1$			
	$d(x;-3)<5$		
		$3 \le x \le 7$	
			$x \in]-2;3[$

تمرين 8 :

عين مجموعة الأعداد الحقيقية x في الحالتين

1 .) $\lvert x+3<2\rvert$.

2 .) $-2\lvert x+1\rvert \le -6$

تمرين 9 :

1 .) عين مجموعة الأعداد الحقيقية x في الحالتين (1) و (2)

(1) $\lvert x+1\rvert \le 5$ ؛ (2) $\lvert x+1\rvert \ge 3$.

2 .) استنتج مجموعة الأعداد الحقيقية x حيث $3 \le \lvert x+1\rvert \le 5$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الجذع المشترك : علوم وتكنولوجيا — ورقة عمل رقم 5 — إعداد الأستاذ ع. شيح

الحل الجبري لمعادلات ومتراجحات تشمل القيمة المطلقة

مثال 1 :
حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $|2x+1|-|x+3|=1$ ... (1)

الفكرة هي كتابة الفرق $|2x+1|-|x+3|$ دون رمز القيمة المطلقة.
كيف ؟
1) نحدد إشارة كل من $(2x+1)$ و $(x+3)$
2) نعتمد على هذه الإشارة ونستعين بجدول لكتابة $|2x+1|-|x+3|$ دون الرمز $|\ |$.
3 .) نميز (أو نفصل) الحالات من خلال الجدول .

1 .) نحدد إشارة $(2x+1)$

$x\in\mathbb{R}$ ؛ $2x+1\geq 0$ معناه $x\geq -\frac{1}{2}$

وبالتالي :

$$|2x+1|=\begin{cases}-2x-1 & ; \ x\in\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right]\\ 2x+1 & ; \ x\in\left[-\frac{1}{2};+\infty\right[\end{cases}$$

وبالمثل :
$x\in\mathbb{R}$ ؛ $x+3\geq 0$ معناه $x\geq -3$
في هذه الحالة :

$$|x+3|=\begin{cases}-x-3 & ; \ x\in]-\infty;-3]\\ x+3 & ; \ x\in[-3;+\infty[\end{cases}$$.

2 .) نستنتج كتابة $|2x+1|-|x+3|$ دون رمز القيمة المطلقة من خلال الجدول الآتي :

x	$-\infty$		-3		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
$\lvert 2x+1\rvert$	$-2x-1$		$-2x-1$		0	$2x+1$	
$\lvert x+3\rvert$	$-x-3$		0	$x+3$		$x+3$	
$\lvert 2x+1\rvert-\lvert x+3\rvert$	$-x+2$		5	$-3x-4$	$\frac{5}{2}$	$x-2$	

من خلال الجدول يتضح ما يلي :

- كل من (-3) و $\left(\frac{1}{2}\right)$ ليس حلا للمعادلة

- نبحث عن حلول المعادلة في كل من المجالات $]-\infty;-3[$ ؛ $\left]-3;-\frac{1}{2}\right[$ و $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$.

$x\in]-\infty;-3[$
$|2x+1|-|x+3|=1$ معناه $-x+2=1$
معناه $x=1$.
هذا الحل **مرفوض** : $1\notin]-3;+\infty[$.

$x\in\left]-3;-\frac{1}{2}\right[$
$|2x+1|-|x+3|=1$ يكافئ $-3x-4=1$
يكافئ $x=-\frac{5}{3}$
هذا الحل **مقبول** : $-\frac{5}{3}\in\left]-3;-\frac{1}{2}\right[$

$x\in\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$
$|2x+1|-|x+3|=1$ معناه $x-2=1$
معناه $x=3$
هذا الحل **مقبول** : $3\in\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$.

مما سبق نستنتج أن للمعادلة حلان $S=\left\{-\frac{5}{3},3\right\}$.

مثال 2 :
حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $|-x+2|=3x-1$ ... (1)

- نحدد إشارة $(-x+2)$ ثم نكتب $|-x+2|$ دون رمز القيمة المطلقة

$x\in\mathbb{R}$: $-x+2\geq 0$ معناه $x\leq 2$.
وبالتالي :

$$|-x+2|=\begin{cases}x-2 & ; x\geq 2\\ -x+2 & ; x\leq 2\end{cases}$$

لحل المعادلة (1) نميز إذا الحالتين الآتيتين :

$x\geq 2$
(1) تكافئ $x-2=3x-1$
تكافئ $-2x=1$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

(1) تكافئ $x=-\frac{1}{2}$ (مرفوض: $-\frac{1}{2}\notin[2;+\infty[$)

$x\leq 2$

(1) تكافئ $-x+2=3x-1$

تكافئ $-4x=-3$

تكافئ $x=\frac{3}{4}$ (مقبول : $\frac{3}{4}\in]-\infty;2]$)

وبالتالي : $S=\left\{\frac{3}{4}\right\}$.

مثال 3 :

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $|x+1|+|x-3|\geq 7$ ... (1)

يمكن التأكد من صحة النتائج الواردة في الجدول الموالي :

x	$-\infty$		-1		3	$+\infty$
$\lvert x+1\rvert$	$-x-1$		$x+1$	0	$x+1$	
$\lvert x-3\rvert$	$-x+3$	0	$-x+3$		$x-3$	
$\lvert x+1\rvert+\lvert x-3\rvert$	$-2x-2$	4	4	4	$2x-2$	

لحل المتراجحة السابقة ؛ كما هو الحال بالنسبة للمعادلات ، نميز الحالات الآتية :

- $x\in]-\infty;-1]$:

(1) تكافئ $-2x-2\geq 7$

تكافئ $-2x\geq 9$ أي $x\leq -\frac{9}{2}$.

نلاحظ ما يلي : $\left]-\infty;-\frac{9}{2}\right]\subset]-\infty;-1]$

وبالتالي هذا الحل مقبول .

- $x\in[-1;3]$.

حسب الجدول :

من اجل كل x من المجال $[-1;3]$:

$|x+1|+|x-3|=4$

وعليه : لا توجد حلول في هذا المجال .

- $x\in[3;+\infty[$

المتراجحة مكافئة لـ : $2x-2\geq 7$

أي $x\geq\frac{9}{2}$

$\left[\frac{9}{2};+\infty\right[\subset[3;+\infty[$: الحل مقبول .

مما سبق نستنتج أنّه إذا كانت S هي مجموعة الحلول فإنّ : $S=\left]-\infty;-\frac{9}{2}\right]\cup\left[\frac{9}{2};+\infty\right[$

تمرين 1 :

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $2|3x+1|=5|x-1|$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . .

تمرين 4 :

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $|3x-2| \geq 2x-1$

تمرين 5 :

عين مجموعة الأعداد الحقيقية x التي من أجلها يكون : $5 \leq |x+1| \leq 7$

تمرين 6 :

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $\sqrt{(2x-1)^2} = 2\left|\frac{1}{2}x-3\right|$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com