najah213.com · نجاح 213

1 التحدي صفحة 7

بما أنه يتم توزيع كل المآزر الوردية على المدارس فإن عدد المدارس قاسم لعدد المآزر الوردية. بالمثل، عدد المدارس قاسم لعدد المآزر الزرقاء. إذا عدد المدارس قاسم مشترك للعددين 936 و 845. و بما أننا نريد أكبر عدد ممكن من المدارس فيجب أن نختار القاسم المشترك الأكبر للعددين 936 و 845.

لكن :

$936 = 845 \times 1 + 91$

$845 = 91 \times 9 + 26$

$91 = 26 \times 3 + \boxed{13}$

$26 = 13 \times 2 + 0$

آخر باق غير معدوم هو 13 و بالتالي :

$\text{pgcd}(936;845) = 13$

الجواب : عدد المدارس الذي يحقق المطلوب هو 13.

2 أستعد صفحة 7

1) إذا كان المقصود بالقسمة هنا هو القسمة الإقليدية فالجواب **نعم** لأن $1954 = 4 \times 488 + 2$ مع $0 \leqslant 2 < 4$.

2) **خطأ**. في القسمة الإقليدية، الباقي أصغر تماما من القاسم. و بما أن $12 > 5$ فإن المساواة $137 = 5 \times 25 + 12$ **لا تعبر** عن القسمة الإقليدية للعدد 137 على 5.

3) **خطأ**. 3 هو الحاصل و الباقي هو 0.

4) **خطأ**. العدد 2017 فردي و بالتالي لا يقبل القسمة على 2.

5) **صحيح**.

6) **صحيح**.

7) **صحيح**.

8) **صحيح** لأن $2142 = 34 \times 63 = 9 \times 238$.

9) **خطأ**. مقلوب العدد $\frac{-11}{13}$ هو $\frac{-13}{11}$ و حاصل القسمة :

$-\frac{9}{4} \div 9 = -\frac{\cancel{9}}{4} \times \frac{1}{\cancel{9}} = -\frac{1}{4}$.

10) **خطأ**.

$\frac{6}{7} + \frac{7}{6} = \frac{6 \times 6 + 7 \times 7}{7 \times 6} = \frac{36 + 49}{42} = \frac{85}{42}$

$1 + \frac{3}{5} = \frac{5}{5} + + \frac{3}{5} = \frac{8}{5}$

3 دوري الآن صفحة 11

1) قواسم 65 هي 1 ؛ 5 ؛ 13 و 65.
قواسم 78 هي 1 ؛ 2 ؛ 3 ؛ 6 ؛ 13 ؛ 26 ؛ 39 و 78.
القواسم المشتركة للعددين 65 و 78 هي 1 و 13.

2) لكي نبرهن أن n يقسم $a - b$ ، يكفي إيجاد عدد طبيعي k حيث $a - b = n \times k$. لدينا من المعطيات n يقسم كلا من a و b إذن يوجد عددان طبيعيان q و q' حيث $a = n \times q$ و $b = n \times q'$. بما أن $a > b$ فإن $\frac{a}{n} > \frac{b}{n}$ أي $q > q'$. و منه $a - b = n \times q - n \times q'$ و بالتالي $a - b = n \times (q - q')$ بوضع $k = q - q'$ نجد $a + b = n \times k$ مع k عدد طبيعي لأن $q > q'$.
و بالتالي $a - b = n \times k$ و هذا يعني أن n يقسم $a - b$.

4 دوري الآن صفحة 13

1) نطبق خوارزمية إقليدس :

$284 = 45 \times 6 + \boxed{15}$

$45 = 15 \times 3 + 0$

آخر باق غير معدوم هو 15 و بالتالي :

$\text{pgcd}(285;45) = 15$

2) لدينا :

$915 = 372 \times 2 + 171$

$372 = 171 \times 2 + 30$

$171 = 30 \times 5 + 21$

$30 = 21 \times 1 + 9$

$21 = 9 \times 2 + \boxed{3}$

$9 = 3 \times 3 + 0$

آخر باق غير معدوم هو 3 و بالتالي :

$\text{pgcd}(915;372) = \mathbf{3}$

منه :

$\frac{915}{372} = \frac{915 \div \mathbf{3}}{372 \div \mathbf{3}} = \frac{305}{124}$

5 أوظف تعلماتي

تمرين 1 صفحة 14 لدينا : $1512 = 21 \times 72$

حاصل هذه القسمة الإقليدية هو 72 و الباقي 0.

تمرين 2 صفحة 14 حتى يقبل عدد القسمة على 6 يجب و يكفي أن يقبل القسمة على 2 و 3 في آن واحد أي يجب و يكفي أن يكون زوجيا و مجموع أرقامه من مضاعفات 3.

- العدد 80 لا يقبل القسمة على 6 لأن مجموع أرقامه ليس من مضاعفات 3.
- العددان 120 و 132 يقبلان القسمة على 6 لأنهما زوجيان و مجموع أرقام كل منهما من مضاعفات 3.
- العدد 295 ليس من مضاعفات 6 لأنه ليس زوجيا (و أيضا مجموع أرقامه ليس من مضاعفات 3).

تمرين 3 صفحة 14 قواسم 84 هي :

1 ؛ 2 ؛ 3 ؛ 4 ؛ 6 ؛ 7 ؛ 12 ؛ 14 ؛ 21 ؛ 28 ؛ 42 و 84.

تمرين 4 صفحة 14

- قواسم $91 \times 10 = 910$ هي : 1 ؛ 2 ؛ 5 ؛ 7 ؛ 10 ؛ 13 ؛ 14 ؛ 26 ؛ 35 ؛ 65 ؛ 70 ؛ 91 ؛ 130 ؛ 182 ؛ 455 و 910.
- قواسم $10 \times 10 \times 10 = 1000$ هي : 1 ؛ 2 ؛ 4 ؛ 5 ؛ 8 ؛ 10 ؛ 20 ؛ 25 ؛ 40 ؛ 50 ؛ 100 ؛ 125 ؛ 200 ؛ 250 ؛ 500 و 1000.
- قواسم 11×5 هي : 1 ؛ 5 ؛ 11 و 55.

تمرين 5 صفحة 14

- 8 يقسم 4. **خطأ**. الصواب : 8 مضاعف لِ 4.
- 360 يقبل القسمة على 180. **صحيح**.
- 9 يقسم $7 \times 5 \times 3^{10} \times 2$. **صحيح** لأن $3^2 = 9$ و $7 < 2$.

تمرين 6 صفحة 14 حتى يقبل العدد $1956du$ القسمة على 5 يجب أن يكون رقم آحاده u هو 0 أو 5. و حتى يقبل القسمة على 9 يجب أن يكون مجموع أرقامه من مضاعفات 9.

- إذا كان $u = 0$ فإن مجموع الأرقام هو $1 + 9 + 5 + 6 + d + 0 = 21 + d$ حتى يكون $21 + d$ من مضاعفات 9 علما أن $0 \leqslant d \leqslant 9$ يجب أن يكون $21 + d = 27$ أي $d = 6$. إذاً فالعدد هو 195660 و لدينا : $195660 = 5 \times 9 \times 4348$.
- إذا كان $u = 5$ فإن مجموع الأرقام هو $1 + 9 + 5 + 6 + d + 5 = 26 + d$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

حتى يكون $d+26$ من مضاعفات 9 مع $0 \leqslant d \leqslant 9$ يجب أن يكون $d=1$ أي $d+26=27$. إذاً فالعدد هو 195615 و لدينا :
$195615 = 5 \times 9 \times 4347$.

تمرين 7 صفحة 14 نسمي m و n بعدَيْ قاعدة الخزان.
لدينا : $V = m \times n \times 1$ أي $m \times n = 30$ أي m و n قاسمان للعدد 30.
لكن : $30 = 1 \times 30 = 2 \times 15 = 3 \times 10 = 5 \times 6$

m	1	2	3	5
n	30	15	10	6

منه فالقيم الممكنة لبعدَي قاعدة الخزان هي :

تمرين 8 صفحة 14 حتى يكون $\frac{18}{a}$ عددا طبيعيا يجب أن يكون a قاسما للعدد 18 أي a يأخذ أحد القيم التالية : 1 ؛ 2 ؛ 3 ؛ 6 ؛ 9 أو 18.

تمرين 9 صفحة 14 حتى يكون $\frac{24}{a+7}$ عددا طبيعيا يجب أن يكون $a+7$ قاسما للعدد 24 أي $a+7$ يأخذ أحد القيم التالية : 1 ؛ 2 ؛ 3 ؛ 4 ؛ 6 ؛ 8 ؛ 12 أو 24. لا يوجد عدد طبيعي a يحقق إحدى المساويات $a+7=1$ ؛ $a+7=2$ ؛ $a+7=3$ ؛ $a+7=4$ ؛ $a+7=6$.

لدينا :

$a+7$	8	12	24
a	1	5	17

إذاً فالقيم الممكنة للعدد a هي 1 ؛ 5 و 17 .

تمرين 10 صفحة 14

- قواسم 155 هي :

155	31	5	1

- قواسم 141 هي :

141	47	3	1

العدد 1 هو القاسم المشترك الوحيد للعددين 155 و 141 (و هو أكبر و أصغر قاسم مشترك لهما).

تمرين 11 صفحة 14 نبحث عن الأعداد من الشكل $a7b$ (حيث $a \neq 0$) لأن الأعداد تتكون من ثلاثة أرقام) و تقبل القسمة على 3 و 5 في آن واحد.
$a7b$ يقبل القسمة على 5 معناه $b \in \{0;5\}$.
$a7b$ يقبل القسمة على 3 معناه $a+7+b$ من مضاعفات 3.

- إذا كان $b=0$ فإن $a+7+0=a+7$

a	1	**2**	3	4	**5**	6	7	**8**	9
$a+7$	8	**9**	10	11	**12**	13	14	**15**	16

المجموع $a+7$ من مضاعفات 3 من أجل $a \in \{2;5;8\}$ و بذلك نحصل على الأعداد 270 ؛ 570 و 870 .

- إذا كان $b=5$ فإن $a+7+5=a+12$

a	1	2	**3**	4	5	**6**	7	8	**9**
$a+12$	13	14	**15**	16	17	**18**	19	20	**21**

المجموع $a+12$ من مضاعفات 3 من أجل $a \in \{3;6;9\}$ و بذلك نحصل على الأعداد 375 ؛ 675 و 975 .

الجواب : الأعداد التي تحقق المطلوب هي 270 ؛ 570 ؛ 375 ؛ 675 ؛ 870 و 975.

تمرين 12 صفحة 14 $a=471$ و $b=192$.

1) المجموع $12=1+7+4$ من مضاعفات 3 إذاً a يقبل القسمة على 3.
المجموع $12=2+9+1$ من مضاعفات 3 إذاً b يقبل القسمة على 3.
2) بما أن 3 يقسم a و b فإن 3 يقسم الفرق $a-b$ و المجموع $a+b$.

تمرين 13 صفحة 14 لدينا : $14300 = 11 \times 1300$
إذاً 11 من قواسم 14300.
لدينا : $14322 = 14300 + 22$
و بما أن 11 يقسم 22 و يقسم 14300 فإنه يقسم المجموع $14300+22$ أي 11 يقسم 14322.

تمرين 14 صفحة 14 لدينا : $217 = 7 \times 31$
إذاً 7 من قواسم 217.
لدينا : $21700000 = 217 \times 100000$
و بما أن 7 يقسم 217 فإنه يقسم كل مضاعفات 217 أي 7 يقسم 21700000.

تمرين 15 صفحة 14

1) $a-b=n+19-(n+1)=n+19-n-1=18$
2) بما أن d يقسم a و b في آن واحد فإنه يقسم الفرق $a-b$ أي يقسم 18.
نستنتج أن d من قواسم 18.
3) قواسم 18 هي : 1 ؛ 2 ؛ 3 ؛ 6 ؛ 9 و 18 منه فالأعداد الطبيعية التي يمكن أن تكون قواسم مشتركة للعددين a و b هي : 1 ؛ 2 ؛ 3 ؛ 6 ؛ 9 و 18.

تمرين 16 صفحة 14 كل قاسم مشترك للعددين $n+2$ و $n+32$ يقسم فرقهما $n+32-n-2=30$ أي يقسم 30.
قواسم 30 هي : 1 ؛ 2 ؛ 3 ؛ 5 ؛ 6 ؛ 10 ؛ 15 و 30 منه فالأعداد الطبيعية التي يمكن أن تكون قواسم مشتركة للعددين $n+2$ و $n+32$ هي : 1 ؛ 2 ؛ 3 ؛ 5 ؛ 6 ؛ 10 ؛ 15 و 30.

تمرين 17 صفحة 14

(أ)

قواسم 18	1	2	3	6	9	18		
قواسم 30	1	2	3	5	6	10	15	30
القواسم المشتركة لهما	1	2	3	6				
$\text{pgcd}(18;30)=6$								

(ب)

قواسم 27	1	3	9	27					
قواسم 36	1	2	3	4	6	9	12	18	36
القواسم المشتركة لهما	1	3	9						
$\text{pgcd}(27;36)=9$									

(ج)

قواسم 57	1	3	19	57
قواسم 95	1	5	19	95
القواسم المشتركة لهما	1	19		
$\text{pgcd}(57;95)=19$				

تمرين 18 صفحة 14 نطبق خوارزمية إقليدس :

$120 = 112 \times 1 + \boxed{8}$
$112 = 8 \times 14 + 0$

آخر باقٍ غير معدوم هو 8 إذاً :
$\text{pgcd}(112;120)=8$

$120 = 88 \times 1 + 32$
$88 = 32 \times 2 + 24$
$32 = 24 \times 1 + \boxed{8}$
$24 = 8 \times 3 + 0$

آخر باقٍ غير معدوم هو 8 إذاً :
$\text{pgcd}(120;88)=8$

منه $d=\text{pgcd}(112;120)=8$ و $\text{pgcd}(d;88)=\text{pgcd}(8;88)=8$.

تمرين 19 صفحة 14 نطبق خوارزمية الفروق المتتالية : القاسم المشترك الأكبر لعددين هو آخر فرق غير معدوم في خوارزمية الفرق المتتالية.

⚠ هذه الطريقة مكلفة من حيث الوقت إذ أنها تتطلب أحيانا خطوات كثيرة جدا كما سنرى في الأمثلة التالية :

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تمرين 20 صفحة 14 نطبق خوارزمية إقليدس :

آخر باقٍ غير معدوم هو 101 إذاً :

$$6767 = 5858 \times 1 + 909$$
$$5858 = 909 \times 6 + 404$$
$$909 = 404 \times 2 + \boxed{101}$$
$$404 = 101 \times 43 + 0$$

$\text{pgcd}(6767;5858) = 101$

تمرين 21 صفحة 14 نطبق خوارزمية إقليدس :

1035 - 437 = 598
598 - 437 = 161
437 - 161 = 276
276 - 161 = 115
161 - 115 = 46
115 - 46 = 69
69 - 46 = 23
46 - 23 = 23
23 - 23 = 0
pgcd (437; 1035) = 23

7914 - 3906 = 4008
4008 - 3906 = 102
3906 - 102 = 3804
3804 - 102 = 3702
3702 - 102 = 3600
3600 - 102 = 3498
3498 - 102 = 3396
3396 - 102 = 3294
3294 - 102 = 3192
3192 - 102 = 3090
3090 - 102 = 2988
2988 - 102 = 2886
2886 - 102 = 2784
2784 - 102 = 2682
2682 - 102 = 2580
2580 - 102 = 2478
2478 - 102 = 2376
2376 - 102 = 2274
2274 - 102 = 2172
2172 - 102 = 2070
2070 - 102 = 1968
1968 - 102 = 1866
1866 - 102 = 1764
1764 - 102 = 1662
1662 - 102 = 1560
1560 - 102 = 1458
1458 - 102 = 1356
1356 - 102 = 1254
1254 - 102 = 1152
1152 - 102 = 1050
1050 - 102 = 948
948 - 102 = 846
846 - 102 = 744
744 - 102 = 642
642 - 102 = 540
540 - 102 = 438
438 - 102 = 336
336 - 102 = 234
234 - 102 = 132
132 - 102 = 30
102 - 30 = 72
72 - 30 = 42
42 - 30 = 12
30 - 12 = 18
18 - 12 = 6
12 - 6 = 6
6 - 6 = 0
pgcd (7914; 3906) = 6

943 - 861 = 82
861 - 82 = 779
779 - 82 = 697
697 - 82 = 615
615 - 82 = 533
533 - 82 = 451
451 - 82 = 369
369 - 82 = 287
287 - 82 = 205
205 - 82 = 123
123 - 82 = 41
82 - 41 = 41
41 - 41 = 0
pgcd (861; 943) = 41

111111 - 1111 = 110000
110000 - 1111 = 108889
108889 - 1111 = 107778
107778 - 1111 = 106667
106667 - 1111 = 105556
105556 - 1111 = 104445
104445 - 1111 = 103334
103334 - 1111 = 102223
102223 - 1111 = 101112
101112 - 1111 = 100001
100001 - 1111 = 98890
98890 - 1111 = 97779

97779 - 1111 = 96668
96668 - 1111 = 95557
95557 - 1111 = 94446
94446 - 1111 = 93335
93335 - 1111 = 92224
92224 - 1111 = 91113
91113 - 1111 = 90002
90002 - 1111 = 88891
88891 - 1111 = 87780
87780 - 1111 = 86669
86669 - 1111 = 85558
85558 - 1111 = 84447
84447 - 1111 = 83336
83336 - 1111 = 82225
82225 - 1111 = 81114
81114 - 1111 = 80003
80003 - 1111 = 78892
78892 - 1111 = 77781
77781 - 1111 = 76670
76670 - 1111 = 75559
75559 - 1111 = 74448
74448 - 1111 = 73337
73337 - 1111 = 72226
72226 - 1111 = 71115
71115 - 1111 = 70004
70004 - 1111 = 68893
68893 - 1111 = 67782
67782 - 1111 = 66671
66671 - 1111 = 65560
65560 - 1111 = 64449
64449 - 1111 = 63338
63338 - 1111 = 62227
62227 - 1111 = 61116
61116 - 1111 = 60005
60005 - 1111 = 58894
58894 - 1111 = 57783
57783 - 1111 = 56672
56672 - 1111 = 55561
55561 - 1111 = 54450
54450 - 1111 = 53339
53339 - 1111 = 52228
52228 - 1111 = 51117
51117 - 1111 = 50006
50006 - 1111 = 48895
48895 - 1111 = 47784
47784 - 1111 = 46673
46673 - 1111 = 45562
45562 - 1111 = 44451
44451 - 1111 = 43340
43340 - 1111 = 42229
42229 - 1111 = 41118
41118 - 1111 = 40007
40007 - 1111 = 38896
38896 - 1111 = 37785
37785 - 1111 = 36674
36674 - 1111 = 35563
35563 - 1111 = 34452
34452 - 1111 = 33341
33341 - 1111 = 32230
32230 - 1111 = 31119
31119 - 1111 = 30008
30008 - 1111 = 28897
28897 - 1111 = 27786
27786 - 1111 = 26675
26675 - 1111 = 25564
25564 - 1111 = 24453
24453 - 1111 = 23342
23342 - 1111 = 22231
22231 - 1111 = 21120
21120 - 1111 = 20009
20009 - 1111 = 18898
18898 - 1111 = 17787
17787 - 1111 = 16676
16676 - 1111 = 15565
15565 - 1111 = 14454
14454 - 1111 = 13343
13343 - 1111 = 12232
12232 - 1111 = 11121
11121 - 1111 = 10010
10010 - 1111 = 8899
8899 - 1111 = 7788
7788 - 1111 = 6677
6677 - 1111 = 5566
5566 - 1111 = 4455
4455 - 1111 = 3344
3344 - 1111 = 2233
2233 - 1111 = 1122
1122 - 1111 = 11
1111 - 11 = 1100
1100 - 11 = 1089
1089 - 11 = 1078
1078 - 11 = 1067
1067 - 11 = 1056
1056 - 11 = 1045
1045 - 11 = 1034
1034 - 11 = 1023
1023 - 11 = 1012

1012 - 11 = 1001
1001 - 11 = 990
990 - 11 = 979
979 - 11 = 968
968 - 11 = 957
957 - 11 = 946
946 - 11 = 935
935 - 11 = 924
924 - 11 = 913
913 - 11 = 902
902 - 11 = 891
891 - 11 = 880
880 - 11 = 869
869 - 11 = 858
858 - 11 = 847
847 - 11 = 836
836 - 11 = 825
825 - 11 = 814
814 - 11 = 803
803 - 11 = 792
792 - 11 = 781
781 - 11 = 770
770 - 11 = 759
759 - 11 = 748
748 - 11 = 737
737 - 11 = 726
726 - 11 = 715
715 - 11 = 704
704 - 11 = 693
693 - 11 = 682
682 - 11 = 671
671 - 11 = 660
660 - 11 = 649
649 - 11 = 638
638 - 11 = 627
627 - 11 = 616
616 - 11 = 605
605 - 11 = 594
594 - 11 = 583
583 - 11 = 572
572 - 11 = 561
561 - 11 = 550
550 - 11 = 539
539 - 11 = 528
528 - 11 = 517
517 - 11 = 506
506 - 11 = 495
495 - 11 = 484
484 - 11 = 473
473 - 11 = 462
462 - 11 = 451
451 - 11 = 440
440 - 11 = 429
429 - 11 = 418
418 - 11 = 407
407 - 11 = 396
396 - 11 = 385
385 - 11 = 374
374 - 11 = 363
363 - 11 = 352
352 - 11 = 341
341 - 11 = 330
330 - 11 = 319
319 - 11 = 308
308 - 11 = 297
297 - 11 = 286
286 - 11 = 275
275 - 11 = 264
264 - 11 = 253
253 - 11 = 242
242 - 11 = 231
231 - 11 = 220
220 - 11 = 209
209 - 11 = 198
198 - 11 = 187
187 - 11 = 176
176 - 11 = 165
165 - 11 = 154
154 - 11 = 143
143 - 11 = 132
132 - 11 = 121
121 - 11 = 110
110 - 11 = 99
99 - 11 = 88
88 - 11 = 77
77 - 11 = 66
66 - 11 = 55
55 - 11 = 44
44 - 11 = 33
33 - 11 = 22
22 - 11 = 11
11 - 11 = 0
pgcd (111111; 1111) = 11

تمرين 22 صفحة 15 بما أن $\text{pgcd}(a;15) = 5$ و $15 = 3 \times 5$ فإن a من مضاعفات 5 لكنه ليس من مضاعفات 3.
مضاعفات 5 المحصورة بين 40 و 55 هي 45 و 50. لكن 45 من مضاعفات 3 (مرفوض) و 50 ليس من مضاعفات 3 (مقبول).
الجواب : $\boxed{a = 50}$.

تمرين 23 صفحة 15 نطبق خوارزمية إقليدس :

آخر باقٍ غير معدوم هو 1 إذاً :

$$153 = 143 \times 1 + 10$$
$$143 = 10 \times 14 + 3$$
$$10 = 3 \times 3 + \boxed{1}$$
$$3 = 1 \times 3 + 0$$

$\text{pgcd}(143;153) = 1$

و هذا يعني أن العددين 143 و 153 أوليان فيما بينهما.

تمرين 24 صفحة 15 نطبق خوارزمية إقليدس :

آخر باقٍ غير معدوم هو 1 إذاً :

$$147 = 104 \times 1 + 43$$
$$104 = 43 \times 2 + 18$$
$$43 = 18 \times 2 + 7$$
$$18 = 7 \times 2 + 4$$
$$7 = 4 \times 1 + 3$$
$$4 = 3 \times 1 + \boxed{1}$$
$$3 = 1 \times 3 + 0$$

$\text{pgcd}(104;147) = 1$

و هذا يعني أن العددين 104 و 147 أوليان فيما بينهما.

تمرين 25 صفحة 15 نطبق خوارزمية إقليدس :

آخر باقٍ غير معدوم هو 1 إذاً :

$$65 = 56 \times 1 + 9$$
$$56 = 9 \times 6 + 2$$
$$9 = 2 \times 4 + \boxed{1}$$
$$2 = 1 \times 2 + 0$$

$\text{pgcd}(65;56) = 1$

و هذا يعني أن العددين 56 و 65 أوليان فيما بينهما.

تمرين 26 صفحة 15

1) نطبق خوارزمية إقليدس :

آخر باقٍ غير معدوم هو 1 إذاً :

$$29 = 23 \times 1 + 6$$
$$23 = 6 \times 3 + 5$$
$$6 = 5 \times 1 + \boxed{1}$$
$$5 = 1 \times 5 + 0$$

$\text{pgcd}(23;29) = 1$

و هذا يعني أن العددين 23 و 29 أوليان فيما بينهما.

2) لدينا :

$$\frac{207}{261} = \frac{207 \div 9}{261 \div 9} = \frac{23}{29}$$

3) $\frac{207}{261} = \frac{161}{161+a}$ معناه $\frac{23}{29} = \frac{161}{161+a}$ منه $23 \times (161 + a) = 29 \times 161$

آخر باقٍ غير معدوم هو 563 إذاً :

$$43351 = 21957 \times 1 + 21394$$
$$21957 = 21394 \times 1 + \boxed{563}$$
$$21394 = 563 \times 38 + 0$$

$\text{pgcd}(21957;43351) = 563$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

أي $4669 = 23a + 3703$ منه $23a = 4669 - 3703 = 966$ منه $a = \dfrac{966}{23}$

أي $\boxed{a = 42}$.

تمرين 27 صفحة 15

(ا) 152 و 250 زوجيان (من مضاعفات 2).

(ب) 18 و 135 من مضاعفات 9 (و من مضاعفات 3).

(ج) 235 و 1840 من مضاعفات 5.

(د) 87 و 84 من مضاعفات 3.

(هـ) 12345 و 67895 من مضاعفات 5.

تمرين 28 صفحة 15

$569 = 69 \times 7 + 46$

$69 = 46 \times 1 + \boxed{23}$

$46 = 23 \times 2 + 0$

منه $\dfrac{529}{69} = \dfrac{529\div\mathbf{23}}{69\div\mathbf{23}} = \dfrac{23}{3}$

$91 = 28 \times 3 + \boxed{7}$

$28 = 7 \times 4 + 0$

منه $\dfrac{91}{28} = \dfrac{91\div\mathbf{7}}{28\div\mathbf{7}} = \dfrac{13}{4}$

$909 = 707 \times 1 + 202$

$707 = 202 \times 3 + \boxed{101}$

$202 = 101 \times 2 + 0$

منه $\dfrac{529}{69} = \dfrac{707\div\mathbf{101}}{909\div\mathbf{101}} = \dfrac{7}{9}$

$1919 = 1111 \times 1 + 808$

$1111 = 808 \times 1 + 303$

$808 = 303 \times 2 + 202$

$303 = 202 \times 1 + \boxed{101}$

$202 = 101 \times 2 + 0$

منه $\dfrac{1111}{1919} = \dfrac{1111\div\mathbf{101}}{1919\div\mathbf{101}} = \dfrac{11}{19}$

$20418 = 12190 \times 1 + 8228$

$12190 = 8228 \times 1 + 3962$

$8228 = 3962 \times 2 + 304$

$3962 = 304 \times 13 + 10$

$304 = 10 \times 30 + 4$

$10 = 4 \times 2 + \boxed{2}$

$4 = 2 \times 2 + 0$

منه $\dfrac{20418}{12190} = \dfrac{20418\div\mathbf{2}}{12190\div\mathbf{2}} = \dfrac{10209}{6095}$

$42354 = 10080 \times 4 + 2034$

$10080 = 2034 \times 4 + 1944$

$2034 = 1944 \times 1 + 90$

$1944 = 90 \times 21 + 54$

$90 = 54 \times 1 + 36$

$54 = 36 \times 1 + \boxed{18}$

$36 = 18 \times 2 + 0$

منه $\dfrac{42354}{10080} = \dfrac{42354\div\mathbf{18}}{10080\div\mathbf{18}} = \dfrac{2353}{560}$

$312054 = 21870 \times 14 + 5874$

$21870 = 5874 \times 3 + 4248$

$5874 = 4248 \times 1 + 1626$

$4248 = 1626 \times 2 + 996$

$1626 = 996 \times 1 + 630$

$996 = 630 \times 1 + 366$

$630 = 366 \times 1 + 264$

$366 = 264 \times 1 + 102$

$264 = 102 \times 2 + 60$

$102 = 60 \times 1 + 42$

$60 = 42 \times 1 + 18$

$42 = 18 \times 2 + \boxed{6}$

$18 = 6 \times 3 + 0$

منه $\dfrac{312054}{21870} = \dfrac{312054\div\mathbf{6}}{21870\div\mathbf{6}} = \dfrac{52009}{3645}$

تمرين 29 صفحة 15

1)

$n = 9$	$n = 11$	$n = 13$
$A = \dfrac{9+7}{9+1}$	$A = \dfrac{11+7}{11+1}$	$A = \dfrac{13+7}{13+1}$
$= \dfrac{16}{10}$	$= \dfrac{18}{12}$	$= \dfrac{20}{14}$
$= \dfrac{16\div 2}{10\div 2}$	$= \dfrac{18\div 6}{12\div 6}$	$= \dfrac{20\div 2}{14\div 2}$
$= \dfrac{8}{5}$	$= \dfrac{3}{2}$	$= \dfrac{10}{7}$

2) لدينا : $A = \dfrac{n+7}{n+1} = \dfrac{n+1+6}{n+1} = \dfrac{n+1}{n+1} + \dfrac{6}{n+1} = 1 + \dfrac{6}{n+1}$

3) حتى يكون A عددا طبيعيا، يجب أن يكون $n+1$ قاسما للعدد 6.

قواسم 6 هي 1 ؛ 2 ؛ 3 و 6 و بالتالي حتى يكون A عددا طبيعيا، يجب أن يكون n يساوي 0 ؛ 1 ؛ 2 أو 5.

تمرين 30 صفحة 15

لدينا : $\text{pgcd}(n; n+1) = \text{pgcd}(n; n+1-n) = \text{pgcd}(n; 1) = 1$

أي أن العددين n و $n+1$ أوليان فيما بينهما و بالتالي فالكسر $\dfrac{n}{n+1}$ غير قابل للاختزال.

تمرين 31 صفحة 15

- إذا كان $n = 0$ فإن $\dfrac{35n+7}{55n+11} = \dfrac{7}{11}$ و هو كسر غير قابل للاختزال.
- إذا كان $n \geqslant 1$ فإن :

$$\frac{35n+7}{55n+11} = \frac{7\times 5n+7\times 1}{11\times 5n+11\times 1} = \frac{7(5n+1)}{11(5n+1)} = \frac{7}{11}$$

تمرين 32 صفحة 15

$$A = \frac{2}{7} - \frac{3}{7}\times\frac{8}{21} = \frac{2}{7} - \frac{3\times 8}{7\times 21} = \frac{2}{7} - \frac{\cancel{3}\times 8}{7\times\cancel{3}\times 7} = \frac{2\times 7}{7\times 7} - \frac{8}{7\times 7}$$
$$= \frac{14}{49} - \frac{8}{49} = \frac{14-8}{49} = \boxed{\frac{6}{49}}$$

$$B = \left(\frac{7}{6} - \frac{3}{4}\right)\times\frac{4}{5} = \left(\frac{7\times 2}{6\times 2} - \frac{3\times 3}{4\times 3}\right)\times\frac{4}{5} = \left(\frac{14}{12} - \frac{9}{12}\right)\times\frac{4}{5}$$
$$= \left(\frac{14-9}{12}\right)\times\frac{4}{5} = \frac{5}{12}\times\frac{4}{5} = \frac{5\times 4}{12\times 5} = \frac{\cancel{5}\times\cancel{4}}{3\times\cancel{4}\times\cancel{5}} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

$$C = 10 \div \left(\frac{7}{3} - \frac{3}{7}\right) = 10 \div \left(\frac{7\times 7 - 3\times 3}{3\times 7}\right) = 10 \div \left(\frac{49-9}{21}\right)$$
$$= 10 \div \frac{40}{21} = 10\times\frac{21}{40} = \frac{10\times 21}{40} = \frac{\cancel{10}\times 21}{4\times\cancel{10}} = \boxed{\frac{21}{4}}$$

$$D = \frac{2}{3} - \frac{14}{3} \div \frac{5}{24} = \frac{2}{3} - \frac{14}{3}\times\frac{24}{5} = \frac{2}{3} - \frac{14\times 24}{3\times 5}$$
$$= \frac{2\times 5}{3\times 5} - \frac{336}{15} = \frac{10}{15} - \frac{336}{15} = \frac{10-336}{15} = \boxed{-\frac{326}{15}}$$

⚠ العددان 15 و 326 أوليان فيما بينهما لأن : $\text{pgcd}(326; 15) = 1$.

$326 = 15 \times 21 + 11$

$15 = 11 \times 1 + 4$

$11 = 4 \times 2 + 3$

$4 = 3 \times 1 + \boxed{1}$

$3 = 1 \times 3 + 0$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تمرين 33 صفحة 15 في هذا النوع من الحسابات، يُستحسن تفكيك العبارات إلى عبارات أبسط بحساب كل من البسط و المقام على حدى ثم قسمة النتيجتين.

• نضع $A=\frac{a}{b}$ حيث :

$a=1+\frac{1}{2}=\frac{2}{2}+\frac{1}{2}=\frac{2+1}{2}=\frac{3}{2}$

و $b=1+\frac{1}{1+\frac{1}{3}}=1+\frac{1}{\frac{3}{3}+\frac{1}{3}}=1+\frac{1}{\frac{4}{3}}=1+\frac{3}{4}=\frac{4}{4}+\frac{3}{4}=\frac{7}{4}$

منه $A=\frac{a}{b}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{4}}=\frac{3}{2}\times\frac{4}{7}=\frac{3\times4}{2\times7}=\frac{3\times\cancel{2}\times2}{\cancel{2}\times7}=\frac{3\times2}{7}=\boxed{\frac{6}{7}}$

• نضع $B=\frac{24}{25}\times\frac{c}{d}$ حيث :

$c=\frac{5}{8}-\frac{5}{6}=\frac{5\times3}{8\times3}-\frac{5\times4}{6\times4}=\frac{15}{24}-\frac{20}{24}=\frac{15-20}{24}=-\frac{5}{24}$

و $d=\frac{1}{3}+\frac{3}{4}=\frac{1\times4+3\times3}{3\times4}=\frac{4+9}{12}=\frac{13}{12}$

منه $B=\frac{24}{25}\times\frac{c}{d}=\frac{24}{25}\times\frac{\frac{-5}{24}}{\frac{13}{12}}=\frac{\cancel{24}}{25}\times\frac{-5}{\cancel{24}}\times\frac{12}{13}=\frac{-1\times\cancel{5}\times12}{5\times\cancel{5}\times13}$

$=\frac{-1\times12}{5\times13}=\boxed{-\frac{12}{65}}$

تمرين 34 صفحة 15

1) العددان 1005 و 315 ليسا أوليين فيما بينهما لأنهما من مضاعفات 5.

2) نطبق خوارزمية إقليدس.

$1005=315\times3+60$

$315=60\times5+\boxed{15}$

$60=15\times4+0$

آخر باق غير معدوم هو 15 و بالتالي : $\text{pgcd}(1005;315)=15$.

3) لدينا : $\frac{1005}{315}=\frac{1005\div15}{315\div15}=\frac{67}{21}$

تمرين 35 صفحة 15

1) نطبق خوارزمية إقليدس.

$441=210\times2+\boxed{21}$

$210=21\times10+0$

آخر باق غير معدوم هو 21 و بالتالي : $\text{pgcd}(441;210)=21$.

2) لدينا : $\frac{441}{210}=\frac{441\div21}{210\div21}=\frac{21}{10}$

تمرين 36 صفحة 15

1) نطبق خوارزمية إقليدس.

$806=496\times1+310$

$496=310\times1+186$

$310=186\times1+124$

$186=124\times1+\boxed{62}$

$124=62\times2+0$

آخر باق غير معدوم هو 62 و بالتالي : $\text{pgcd}(496;806)=62$.

2) لدينا : $\frac{496}{806}=\frac{496\div62}{806\div62}=\frac{8}{13}$

3) $\frac{3}{26}-\frac{496}{806}=\frac{3}{26}-\frac{8}{13}=\frac{3}{26}-\frac{8\times2}{13\times2}=\frac{3}{26}-\frac{16}{26}=\frac{3-16}{26}$

$=-\frac{13}{26}=-\frac{13\div13}{26\div13}=-\frac{1}{2}$

تمرين 37 صفحة 15

1) نطبق خوارزمية إقليدس.

$162=45\times3+27$

$45=27\times1+18$

$27=18\times1+\boxed{9}$

$18=9\times2+0$

آخر باق غير معدوم هو 9 و بالتالي : $\text{pgcd}(162;45)=9$.

2) لدينا : $162a=45b$ منه $a=\frac{45b}{162}$ أي $\frac{162a}{162}=\frac{45b}{162}$ منه $\frac{a}{b}=\frac{45}{162}$.

و بما أن $\text{pgcd}(162;45)=9$ فإن $\frac{a}{b}=\frac{45\div9}{162\div9}=\frac{5}{18}$.

تمرين 38 صفحة 15

1) نطبق خوارزمية إقليدس.

$5175=3825\times1+1350$

$3825=1350\times2+1125$

$1350=1125\times1+\boxed{225}$

$1125=225\times5+0$

آخر باق غير معدوم هو 225 و بالتالي : $\text{pgcd}(5175;3825)=225$.

2) لدينا : $\frac{5175}{3825}=\frac{5175\div225}{3825\div225}=\frac{23}{17}$

3) لدينا : $A=\frac{5175}{3825}+\frac{19}{17}=\frac{23}{17}+\frac{19}{17}=\frac{23+19}{17}=\frac{42}{17}$

لكن : $42=17\times2+8$

منه : $A=\frac{42}{17}=\frac{17\times2+8}{17}=\frac{\cancel{17}\times2}{\cancel{17}}+\frac{8}{17}=\boxed{2+\frac{8}{17}}$

تمرين 39 صفحة 15 إجابة ليلى خاطئة لأن $10^2<253$ و $407<10^2$ و بالتالي قد يكون للعددين قاسم مشترك أكبر من 10. و بالفعل، بتطبيق خوارزمية إقليدس نجد :

$407=253\times1+154$

$253=154\times1+99$

$154=99\times1+55$

$99=55\times1+44$

$55=44\times1+\boxed{11}$

$44=11\times4+0$

آخر باق غير معدوم هو 11 و بالتالي : $\text{pgcd}(407;253)=11$.

طريقة : للبحث عن قاسم مشترك لعددين طبيعيين، نختبر قواعد قابلية قسمة هذين العددين على كل الأعداد الطبيعية التي مربع كل منها أصغر من هذين العددين أو يساوي أحدهما.

في مثالنا، يجب أن نواصل اختبار قواعد قابلية القسمة حتى 15 لأن $15^2=225<253$ و $16^2=2565>253$ فنجد أنهما يقبلان القسمة على 11 و بالتالي ليسا أوليين فيما بينهما.

تمرين 40 صفحة 15

1) نطبق خوارزمية إقليدس.

$22816=19251\times1+3565$

$19251=3565\times5+1426$

$3565=1426\times2+\boxed{713}$

$1426=713\times2+0$

آخر باق غير معدوم هو 713 و بالتالي : $\text{pgcd}(19251;22816)=713$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

2) لدينا : $\frac{22816}{19251} = \frac{22816 \div 713}{19251 \div 713} = \frac{32}{27}$

6 أدمج تعلماتي صفحة 16

العدد المطلوب من الشكل $abb0$ لأنه :
- من مضاعفات 10 و بالتالي رقم آحاده 0.
- رقما عشراته و مئاته متساويان (b).
- رقم آلافه a نصف رقم عشراته (و مئاته) b أي $b = 2a$.

بما أن هذا العدد أصغر من 2443 فإن $a \leqslant 2$ منه $a = 1$ أو $a = 2$.
- إذا كان $a = 1$ فإن $b = 2a = 2$ و العدد هو 1220.
هذا العدد ليس من مضاعفات 8 و بالتالي فهو مرفوض.
- إذا كان $a = 2$ فإن $b = 2a = 4$ و العدد هو 2440.
هذا العدد من مضاعفات 8 (و بالتالي من مضاعفات 4 أيضا) فهو يحقق كل الشروط.

الجواب : عدد القطع الخزفية التي سيستعملها هذا الخبير لتغطية الواجهة هو 2440 قطعة.

7 أتعمق

تمرين 41 صفحة 17

(ا) لدينا : $111 = 37 \times 3$ | $222 = 37 \times 6$ | $333 = 37 \times 9$.

(ب) • لدينا :
$aaa = a + 10a + 100a = a(1 + 10 + 100) = a \times 111 = 111a$
- بما أن $111 = 37 \times 3$ فإن $aaa = 111a = 37 \times 3a$ و هذا يعني أن العدد aaa يقبل القسمة على 37.

تمرين 42 صفحة 17 عدد الغرف في كل طابق يقسم عدد الغرف في الفندق الأول (أي يقسم 105) و يقسم عدد الغرف في الفندق الثاني (أي يقسم 84) فهو قاسم مشترك للعددين 105 و 84. و بما أننا نريد أكبر عدد ممكن، فهو القاسم المشترك الأكبر للعددين 105 و 84. لحسابه، نطبق خوارزمية إقليدس :

$105 = 84 \times 1 + \boxed{21}$
$84 = 21 \times 4 + 0$

آخر باق غير معدوم هو 21 و بالتالي : $\text{pgcd}(105;84) = 21$.

إذاً فأكبر عدد ممكن من الغرف التي يمكن أن يحتوي عليها كل طابق هو 21 غرفة.

في هذه الحالة، عدد طوابق الفندق الأول هو $\boxed{5} = 105 \div 21$ و عدد طوابق الفندق الثاني هو $\boxed{4} = 84 \div 21$.

تمرين 43 صفحة 17 بالآلة الحاسبة.

تمرين 44 صفحة 17

1) $A = \frac{6}{7} - \frac{4}{7} \times \frac{5}{2} = \frac{6}{7} - \frac{4 \times 5}{7 \times 2} = \frac{6}{7} - \frac{2 \times \cancel{2} \times 5}{7 \times \cancel{2}} = \frac{6}{7} - \frac{2 \times 5}{7}$
$= \frac{6}{7} - \frac{10}{7} = \frac{6 - 10}{7} = \boxed{-\frac{4}{7}}$

2) $B = \frac{\frac{3}{4} - 4}{\frac{3}{4} + \frac{1}{3}} = \left(\frac{3}{4} - 4\right) \div \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{3}\right) = \left(\frac{3}{4} - \frac{4 \times 4}{4}\right) \div \left(\frac{3 \times 3 + 4 \times 1}{4}\right)$
$= \left(\frac{3 - 16}{4}\right) \div \left(\frac{9 + 4}{4}\right) = -\frac{13}{4} \div \frac{13}{4} = \boxed{-1}$

تمرين 45 صفحة 17 عند حساب المجموع $7 + \frac{1}{9999999999}$ بالآلة الحاسبة فإن النتيجة التي تظهر هي 7 و هي بالطبع نتيجة خاطئة.
سبب الخطأ هو أن شاشة الآلة الحاسبة لا تُظهر إلا 10 أرقام و النتيجة الصحيحة تتكون من الرقم 7 كجزء صحيح و الجزء العشري يتكون من تسعة أصفار متبوعة بالرقم 1 و بالتالي فالجزء الذي يمكن أن تظهره الآلة هو 7,000000000 أي 7.
إذاً يجب الحذر عند التعامل مع الآلة الحاسبة لأنها محدودة.

تمرين 46 صفحة 17

1) نطبق خوارزمية إقليدس :

$220 = 140 \times 1 + 80$
$140 = 80 \times 1 + 60$
$80 = 60 \times 1 + \boxed{20}$
$60 = 20 \times 3 + 0$

آخر باق غير معدوم هو 20 و بالتالي : $\text{pgcd}(140;220) = 20$.

2) لدينا : $1,40\,\text{m} = 140\,\text{cm}$ و $2,20\,\text{m} = 220\,\text{cm}$.
(ا) بما أنه لا يوجد ضياع فإن طول المربع الواحد قاسم لطول الصفيحة (220) و قاسم لعرضها (140). و بما أنه أكبر طول ممكن فهو القاسم المشترك الأكبر للعددين 220 و 140.
إذاً طول ضلع المربع الواحد هو 20 cm.
(ب) • **الطريقة 1** : عدد المربعات طولا هو $220 \div 20 = 11$ و عدد المربعات عرضا هو $140 \div 20 = 7$ و بالتالي فعدد المربعات الناتجة هو $11 \times 7 = 77$.
• **الطريقة 2** : مساحة الصفيحة هي $S = 220 \times 140 = 30800\,\text{cm}^2$ و مساحة المربع الواحد هي $s = 20 \times 20 = 400\,\text{cm}^2$ و بالتالي فعدد المربعات هو $\frac{S}{s} = \frac{30800}{400} = 77$.

تمرين 47 صفحة 17 بما أن التلميذ وزع كل حبات الحلوى على زملائه فإن عدد التلاميذ قاسم لعدد حبات الحلوى بنكهة الليمون (62) و قاسم لعدد حبات الحلوى بنكهة الفراولة (93). إذاً عدد التلاميذ قاسم مشترك للعددين 62 و 93. القواسم المشتركة لهذين العددين هي قواسم القاسم المشترك الأكبر لهما.

$93 = 62 \times 1 + \boxed{31}$
$60 = 20 \times 3 + 0$

آخر باق غير معدوم هو 31 و بالتالي : $\text{pgcd}(62;93) = 31$.

قواسم 31 هي 1 و 31 فقط. بما أن عدد التلاميذ يفوق 2 فهو 31.
إذاً عدد تلاميذ القسم هو 31 تلميذا.
في هذه الحالة، يتحصل كل تلميذ على $\boxed{2} = 31 \div 62$ حبة حلوى بنكهة الليمون و $\boxed{3} = 31 \div 93$ حبات حلوى بنكهة الفراولة.

تمرين 48 صفحة 17 إذا كان q حاصل القسمة الإقليدية للعدد a على 6 فإن الباقي هو أيضا q و بالتالي : $a = 6q + q = 7q$ مع $q < 6$ أي $q \in \{0;1;2;3;4;5\}$ منه $a \in \{7 \times 0; 7 \times 1; 7 \times 2; 7 \times 3; 7 \times 4; 7 \times 5\}$ أي $a \in \{0;7;14;21;28;35\}$.

تمرين 49 صفحة 17 البعدان L و ℓ عددان طبيعيان و جداؤهما يساوي 60 و بالتالي فهما قاسمان للعدد 60.
$L \times \ell = 60$
قواسم 60 هي 1 ؛ 2 ؛ 3 ؛ 4 ؛ 5 ؛ 6 ؛ 10 ؛ 12 ؛ 15 ؛ 20 ؛ 30 و 60.

ℓ	1	2	3	4	5	6
L	60	30	20	15	12	10

الثنائيتان (2;30) و (6;10) مرفوضتان لأن الأعداد ليست أولية فيما بينها (زوجية).

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

القيم الممكنة لبعدي قطعة القماش هي (1;60) ؛ (3;20) ؛ (4;15) ؛ (5;12).

تمرين 50 صفحة 17

1) (أ)

العدد	يقبل القسمة على			
	2	3	5	9
1845		✔	✔	✔
234	✔	✔		✔
308	✔			

(ب) العددان 234 و 1845 من مضاعفات 9 (مثلا) و بالتالي يمكن اختزال الكسر $\frac{234}{1845}$.

العددان 308 و 234 من مضاعفات 2 و بالتالي يمكن اختزال الكسر $\frac{308}{234}$.

2) (أ) الأعداد 2 ؛ 3 ؛ 5 و 9 ليست قواسم مشتركة للعددين 308 و 1845 لكن هذا لا يكفي للقول أنهما أوليان فيما بينهما.

(ب) نطبق خوارزمية إقليدس :

$1845 = 308 \times 5 + 305$
$308 = 305 \times 1 + 3$
$305 = 3 \times 101 + 2$
$3 = 2 \times 1 + \boxed{1}$
$2 = 1 \times 2 + 0$

آخر باق غير معدوم هو 1 و بالتالي :
$\text{pgcd}(308;1845) = 1$.

(ج) الكسر $\frac{308}{1845}$ غير قابل للاختزال لأن العددين 308 و 1845 أوليان فيما بينهما.

تمرين 51 صفحة 17

لدينا : $\text{pgcd}(a+24;a) = \text{pgcd}(a;a+24-a) = \text{pgcd}(a;24) = 12$.

a من مضاعفات 12 أي من الشكل $a = 12n$ حيث n عدد طبيعي.

إذا كان n عددا زوجيا أي من الشكل $n = 12k$ (k عدد طبيعي) فإن $a = 12n = 12 \times 2k = 24k$ و بالتالي :

$\text{pgcd}(a+24;a) = \text{pgcd}(a;24) = \text{pgcd}(24k;24) = 24$

و هذا يناقض المعطيات.

إذاً يجب أن يكون n عدد فرديا أي من الشكل $n = 2k+1$ (k عدد طبيعي)

منه $a = 12n = 12(2k+1) = \boxed{24k+12}$ (k عدد طبيعي).

تمرين 52 صفحة 17

1) العددان 105 و 130 ليسا أوليين فيما بينهما لأنهما من مضاعفات 5.

2) نطبق خوارزمية إقليدس :

$130 = 105 \times 1 + 25$
$105 = 25 \times 4 + \boxed{5}$
$25 = 5 \times 5 + 0$

آخر باق غير معدوم هو 5 و بالتالي :
$\text{pgcd}(105;130) = 5$.

3) لدينا :

$\frac{105}{130} = \frac{105 \div 5}{130 \div 5} = \frac{21}{26}$

تمرين 53 صفحة 17

1) المسافة التي تفصل كل عمودين متتاليين هي قاسم لطول الحقل و قاسم لعرضه أي قاسم مشترك للعددين 102 و 78. و بما أن هذه المسافة أكبر ما يمكن فهي تساوي القاسم المشترك الأكبر للعددين 102 و 78. لحسابه، نطبق خوارزمية إقليدس :

$102 = 78 \times 1 + 24$
$78 = 24 \times 3 + \boxed{6}$
$24 = 6 \times 4 + 0$

آخر باق غير معدوم هو 6 و بالتالي :
$\text{pgcd}(102;78) = 6$.

المسافة التي تفصل كل عمودين متتاليين هي 6m.

2) محيط الحقل هو : $P = 2(102+78) = 2 \times 180 = 360\,\text{m}$

و بالتالي فعدد الأعمدة هو $\frac{P}{6} = \frac{360}{6} = \boxed{60}$.

طريقة أخرى: عدد الأعمدة طولا هو $102 \div 6 = \boxed{17}$ و عدد الأعمدة عرضا هو $78 \div 6 = \boxed{78}$ و بالتالي عدد الأعمدة هو $2 \times 30 = 2(17+13) = \boxed{60}$.

تمرين 54 صفحة 17

1) عدد الأساتذة يساوي عدد الأفواج و هو قاسم مشترك لعدد الذكور و عدد الإناث أي قاسم مشترك للعددين 88 و 120 هو $120 - 88 = 208$. و بما أنه تم تشكيل أفواج بأصغر عدد من التلاميذ فإن عدد الأفواج أكبر ما يمكن إذاً عدد الأفواج هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 88 و 120. لحسابه، نطبق خوارزمية إقليدس :

$120 = 88 \times 1 + 32$
$88 = 32 \times 2 + 24$
$32 = 24 \times 1 + \boxed{8}$
$24 = 8 \times 3 + 0$

آخر باق غير معدوم هو 8 و بالتالي :
$\text{pgcd}(120;88) = 8$.

عدد الأفواج (أي عدد الأساتذة) هو إذاً 8.

2) عدد الذكور في كل فوج هو $88 \div 8 = 11$ و عدد الإناث هو $120 \div 8 = 15$

إذاً عدد التلاميذ في كل فوج هو $11 + 15 = \boxed{26}$.

تمرين 55 صفحة 17

لدينا : $4,95\,\text{m} = 495\,\text{cm}$ و $3,15\,\text{m} = 315\,\text{cm}$.

1) بما أنه لا يوجد ضياع فإن طول المربع الواحد قاسم لطول الصفيحة (495) و قاسم لعرضها (315). و بما أنه أكبر طول ممكن فهو القاسم المشترك الأكبر للعددين 495 و 315. لحسابه، نطبق خوارزمية إقليدس :

$495 = 315 \times 1 + 180$
$315 = 180 \times 1 + 135$
$180 = 135 \times 1 + \boxed{45}$
$135 = 45 \times 3 + 0$

آخر باق غير معدوم هو 45 و بالتالي :
$\text{pgcd}(495;315) = 45$.

إذاً طول ضلع المربع الواحد هو 45cm.

2) • **الطريقة 1** : عدد المربعات طولا هو $495 \div 45 = 11$ و عدد المربعات عرضا هو $315 \div 45 = 7$ و بالتالي فعدد المربعات الناتجة هو $11 \times 7 = 77$.

• **الطريقة 2** : مساحة الصفيحة هي $S = 495 \times 315 = 155925\,\text{cm}^2$ و مساحة المربع الواحد هي $s = 45 \times 45 = 2025\,\text{cm}^2$ و بالتالي فعدد المربعات هو $\frac{S}{s} = \frac{155925}{2025} = 77$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com