najah213.com · نجاح 213

ثانوية عبد الحق بن حمودة - سيرات- مستغانم
المستـــوى: 3 علوم تجريبية

السنة الدراسية : 2020/2019
سلم يوم: 2019/11/10
يعاد يوم: 2019/11/17

الواجب المنزلي الثاني

التمرين الأول

الجزء الأول

1. عين حلول المعادلة التفاضلية : $y'-2y=0$ ……(1).
2. a و b عددان حقيقيان و u دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة $u(x)=(ax+b)e^x$.
   - أ- عين العددين a و b حتى تكون الدالة u حلا للمعادلة $y'-2y=xe^x$ ……(2).
   - ب- برهن أن v تكون حل للمعادلة (1) إذا وفقط إذا كان $(v+u)$ حل للمعادلة (2).
   - ج- استنتج جميع حلول المعادلة (2).
   - د- عين الحل الخاص للمعادلة (2) و الذي ينعدم من أجل $x=0$.

الجزء الثاني

لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=2e^x-x-2$.

1. أدرس تغيرات الدالة g.
2. برهن أن للمعادلة $g(x)=0$ حلين أحدهما معدوم و الآخر α حيث $-1.6<\alpha<-1.5$.
3. استنتج إشارة $g(x)$.

الجزء الثالث

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=e^{2x}-(x+1)e^x$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ (فسر النتيجة هندسيا) و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.
2. بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=e^x g(x)$ ، استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
3. بين أن $f(\alpha)=-\frac{\alpha^2+2\alpha}{4}$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.
4. أرسم (C_f).
5. لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=e^{-2x}-(1-x)e^{-x}$ و (C_h) تمثيلها البياني.
   - بين كيف يمكن رسم (C_h) انطلاقا من (C_f).
6. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x)+m=0$.



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين الثاني

❀ الجزء الأول

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=xe^{1-x^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. بين أن $\lim\limits_{|x|\to+\infty} f(x)=0$ ثم فسر النتائج هندسيا.
2. بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=(1-2x^2)e^{1-x^2}$.
3. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
4. أرسم (C_f).

❀ الجزء الثاني

لتكن الدالة φ المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $\varphi(x)=-x^2+x+ln(x)$

1. بين أن : $\varphi'(x)=\dfrac{-2x^2+x+1}{x}$ ثم أدرس تغيرات الدالة φ.
2. استنتج إشارة الدالة φ.

❀ الجزء الثالث

لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=e^{1-x}$ و (C_g) تمثيلها البياني.

1. بين أنه من أجل كل $x>0$ المعادلة $f(x)=g(x)$ تكافئ $\varphi(x)=0$.
2. استنتج الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) و (C_g).
3. بين أن لـ (C_f) و (C_g) نقطة مشتركة نسميها A.
4. بين أن المنحنيين يقبلان في النقطة A مماسا مشتركا يطلب تعيين معادلة له.

قد لا يبلغ المرء الفجر إلا عن طريق الليل

الأستاذ: فضلول . ع



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التصحيح

التمرين الأول

الجزء الأول

1. تعيين حلول المعادلة التفاضلية $y'-2y=0$: **هي الدوال** $x\mapsto Ce^{2x}$ **حيث** $C\in\mathbb{R}$.

2. -أ- تعيين العددين a **و** b: u **حلا للمعادلة** $y'-2y=xe^x$ **معناه** $u'(x)-2u(x)=xe^x$ **أي**

$ae^x+(ax+b)e^x-2(ax+b)e^x=xe^x$ **أي** $(-ax+a-b)e^x=xe^x$ **بالمطابقة نجد:** $a=-1$ **و** $b=-1$.

ومنه $u(x)=(-x-1)e^x$.

-ب- برهان أن v **حل للمعادلة** (1): $(v+u)$ **حل للمعادلة** (2) **معناه** $(u+v)'-2(u+v)=xe^x$ **أي**

$u'-2u+v'-2v=xe^x$ **و منه نستنتج أن** $v'-2v=0$ **أي** v **حل للمعادلة** (1).

-ج- استنتاج جميع حلول المعادلة (2): **نضع** $f=u+v$ **ومنه مجموعة حلول المعادلة** (2):

$f(x)=\overbrace{(-x-1)e^x}^{u}+\overbrace{Ce^{2x}}^{v}$ **حيث** $C\in\mathbb{R}$.

-د- تعيين الحل الخاص: $f(0)=(-0-1)e^0+Ce^{2\times0}=0$ **أي** $C=1$ **ومنه** $f(x)=(-x-1)e^x+e^{2x}$.

الجزء الثاني

1. دراسة تغيرات الدالة g:

-أ-النهايات: $\lim\limits_{x\to-\infty}\underbrace{2e^x}_{0}\underbrace{-x}_{-(-\infty)}-2=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\underbrace{x}_{+\infty}\left(2\underbrace{\frac{e^x}{x}}_{+\infty}-1-\underbrace{\frac{2}{x}}_{0}\right)=+\infty$ **أو** $\lim\limits_{x\to+\infty}\underbrace{e^x}_{+\infty}\left(2-\underbrace{\frac{x}{e^x}}_{0}-\underbrace{\frac{2}{e^x}}_{0}\right)=+\infty$

-ب-اتجاه تغير الدالة: $g'(x)=2e^x-1$ **ومنه** $g'(x)=0$ **معناه** $2e^x-1=0$ **أي** $e^x=\frac{1}{2}$ **أي** $x=ln\left(\frac{1}{2}\right)=-ln\,2$.

$$\begin{aligned}g(-ln\,2)&=2e^{-ln\,2}-(-ln\,2)-2\\&=2e^{ln\frac{1}{2}}-(-ln\,2)-2\\&=1+ln\,2-2\\&=-1+ln\,2\approx-0.31\end{aligned}$$

-ج-جدول التغيرات:

x	$-\infty$		$-ln2$		$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$g(-ln2)$	$\nearrow$	$+\infty$

2. برهان أن المعادلة $g(x)=0$ **تقبل حلين:** **حل معدوم أي** $g(0)=2e^0-0-2=0$ **و الآخر** $-1.6<\alpha<-1.5$ **لدينا الدالة** g **مستمرة و متناقصة تماما على المجال** $]-\infty,-ln\,2[$ **فهي كذلك على المجال** $]-1.6,-1.5[$ **و** $g(-1.6)\times g(-1.5)=(0.004)\times(-0.05)<0$ **ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة** $g(x)=0$ **تقبل حل وحيد** $-1.6<\alpha<-1.5$ **يحقق** $g(\alpha)=0$.

3. استنتاج إشارة $g(x)$:

x	$-\infty$		α		0		$+\infty$
$g(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$		

الجزء الثالث

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

1. تبيان أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{2x}-(x+1)e^{x}=\lim\limits_{x\to+\infty} e^{2x}\left[1-\underbrace{\frac{x}{e^{x}}}_{0}-\underbrace{\frac{1}{e^{x}}}_{0}\right]=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{2x}-(x+1)e^{x}=\lim\limits_{x\to-\infty} \underbrace{e^{2x}}_{0}-\underbrace{xe^{x}}_{0}+\underbrace{e^{x}}_{0}=0$

التفسير الهندسي : وجود مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) معادلته $y=0$ بجوار $-\infty$.

2. تبيان أن : $f'(x)=2e^{2x}-\left[e^{x}+e^{x}(x+1)\right]=2e^{2x}-xe^{x}-2e^{x}=e^{x}\underbrace{\left(e^{x}-x-2\right)}_{g(x)}=e^{x}\times g(x)$

و منه إشارة المشتقة من إشارة $g(x)$ لأن $e^{x}>0$.

جدول تغيرات الدالة :

x	$-\infty$		α		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	↗	$f(\alpha)$	↘	0	↗	$+\infty$

3. تبيان أن : $f(\alpha)=-\frac{\alpha^2+2\alpha}{4}$ لدينا: $g(\alpha)=2e^{\alpha}-\alpha-2=0$ أي $e^{\alpha}=\frac{\alpha+2}{2}$ و لدينا من جهة أخرى :

$$f(\alpha)=e^{2\alpha}-(\alpha+1)e^{\alpha}=\left(e^{\alpha}\right)^2-(\alpha+1)e^{\alpha}=\left(\frac{\alpha+2}{2}\right)^2-(\alpha+1)\left(\frac{\alpha+2}{2}\right)=-\left(\frac{\alpha^2+2\alpha}{4}\right)$$

حصر $f(\alpha)$: $-1.6<\alpha<-1.5$ أي $\begin{cases}(-1.6)^2>\alpha^2>(-1.5)^2\\ 2(-1.5)>2\alpha>2(-1.6)\end{cases}$ أي

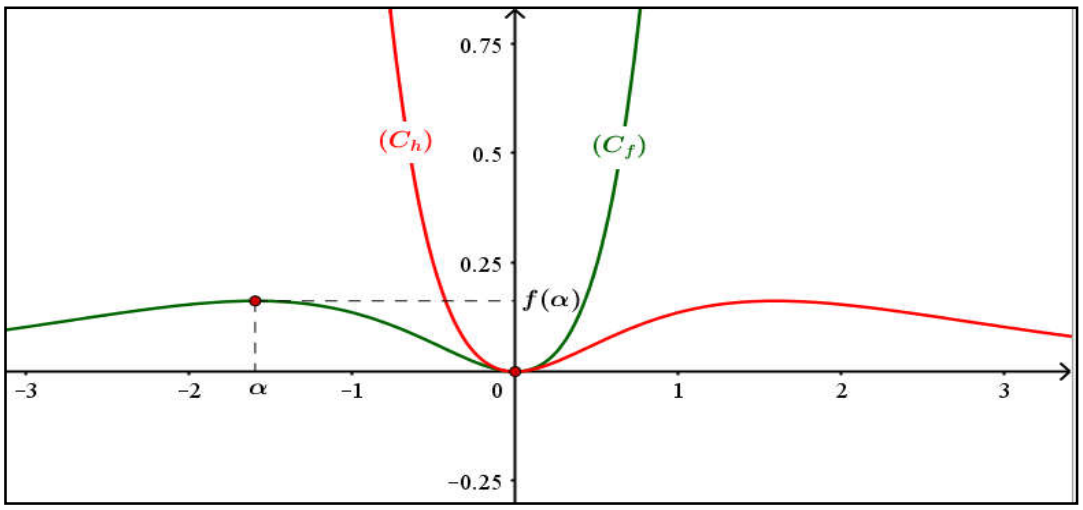
$$-\left(\frac{-3+(-1.6)^2}{4}\right)<-\frac{\alpha^2+2\alpha}{4}<-\left(\frac{-3.2+(-1.5)^2}{4}\right)$$ أي $0.11<f(\alpha)<0.24$.

4. الرسم:

5. نلاحظ أن $f(-x)$ $h(x)=e^{-2x}-(1-x)e^{-x}=e^{2(-x)}-(1+(-x))e^{(-x)}=f(-x)$ ومنه (C_h) نظير (C_f) **بالنسبة لمحور التراتيب.**

6. المناقشة البيانية: $f(x)+m=0$ أي $f(x)=-m$ ومنه إيجاد نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم $y=-m$

- $-m<0$ أي $m>0$: **لا توجد حلول** ◆ $m=0$: **حل مضاعف** ◆ $0<-m<f(\alpha)$ أي $-f(\alpha)<m<0$: **ثلاث حلول** ◆ $-m=f(\alpha)$ أي $m=-f(\alpha)$: **حلين أحدهما موجب و الآخر حل مضاعف سالب** ◆ $-m>f(\alpha)$ أي $m<-f(\alpha)$: **حل وحيد موجب.**



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

التمرين الثاني

الجزء الأول

1. تبيان أن : $\lim\limits_{|x|\to+\infty} xe^{1-x^2} = \lim\limits_{|x|\to+\infty} x \times e^1 \times e^{-x^2} = \lim\limits_{|x|\to+\infty} \frac{x^2}{x} \times e^1 \times \frac{1}{e^{x^2}} = \lim\limits_{|x|\to+\infty} \underbrace{\frac{e}{x}}_{0} \times \underbrace{\frac{x^2}{e^{x^2}}}_{0} = 0$.

التفسير الهندسي : وجود مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) معادلته $y=0$ بجوار $\pm\infty$.

2. تبيان أن : $f'(x) = e^{1-x^2} + x(-2x)e^{1-x^2} = (1-2x^2)e^{1-x^2}$.

3. اتجاه تغير الرالة : إشارة المشتقة من إشارة $(1-2x^2)$ لأن $e^{1-x^2} > 0$ ومنه $f'(x)=0$ يكافئ $(1-2x^2)e^{1-x^2}=0$ أي

$1-2x^2=0$ أي $x_1 = \frac{-1}{\sqrt{2}}$ أو $x_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

جدول تغيرات الرالة :

x	$-\infty$		$-1/\sqrt{2}$		$1/\sqrt{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	↘	$-\sqrt{e/2}$	↗	$\sqrt{e/2}$	↘	0

4. الرسم:

الجزء الثاني

1. دراسة تغيرات الرالة φ :

-أ-النهايات : $\lim\limits_{x\to 0^+} \left(\underbrace{-x^2}_{0} + \underbrace{x}_{0} + \underbrace{\ln(x)}_{-\infty}\right) = -\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} \underbrace{x^2}_{+\infty}\left(-1 + \underbrace{\frac{1}{x}}_{0} + \frac{\ln(x)}{\underbrace{x^2}_{0}}\right) = -\infty$

-ب-اتجاه تغير الرالة : $\varphi'(x) = -2x + 1 + \frac{1}{x} = \frac{-2x^2+x+1}{x}$ ومنه إشارة المشتقة من إشارة $(-2x^2+x+1)$

لأن المقام $x>0$ ومنه $-2x^2+x+1=0$ نحسب $\Delta = 9$ نجد $x_1 = -\frac{1}{2} \notin]0,+\infty[$ (مرفوض) أو $x_2 = 1$.

-ج-جدول التغيرات :

x	0		1		$+\infty$
$\varphi'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$\varphi(x)$	‖ $-\infty$	↗	0	↘	$-\infty$

2. استنتاج إشارة φ : من جدول التغيرات نلاحظ أنه من أجل كل $x \in]0,+\infty[$: $\varphi(x) \le 0$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

الجزء الثالث

1. تبيان أن : $f(x)=g(x)$ تكافئ $xe^{1-x^2}=e^{1-x}$ تكافئ $x\dfrac{e^{1-x^2}}{e^{1-x}}=1$ تكافئ $xe^{(1-x^2)-(1-x)}=1$ تكافئ $xe^{-x^2+x}=1$

تكافئ $\ln\left(xe^{-x^2+x}\right)=\ln(1)$ تكافئ $\ln(x)+\ln\left(e^{-x^2+x}\right)=0$ تكافئ $-x^2+x+\ln(x)=0$ تكافئ $\varphi(x)=0$.

2. استنتاج الوضع النسبي: نلاحظ أن إشارة الفرق من إشارة $\varphi(x)\le 0$ إذن (C_f) تحت (C_g) في المجال $]0,+\infty[$.

3. تبيان أن : بما أن (C_f) و (C_g) يتقاطعان في النقطة $A(1,1)$ فهي نقطة مشتركة.

4. تبيان أن : $\begin{cases} y=\overbrace{f'(1)}^{-1}(x-1)+\overbrace{f(1)}^{1} \\ y=\underbrace{g'(1)}_{-1}(x-1)+\underbrace{g(1)}_{1} \end{cases}$ ومنه $y=-x+2$.

