najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية غرداية

المقاطعة رقم: **01** — دورة ماي **2017**

امتحان البكالوريا التجريبي — الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة الرياضيات — المدة: **03** ساعات ونصف

## على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

### الموضوع الأول

**التمرين الأول:** (04 نقاط)

في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ للفضاء نعتبر النقاط : $A(0;0;2)$ ، $B(0;4;0)$ وَ $C(2;0;0)$

1) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي $(ABC)$ ؛ ثمّ احسب بُعد النقطة $O$ عن المستوي $(ABC)$ .

2) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي $(P)$ الذي يشمل $A$ و العمودي على $(BC)$.

3) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم $(\Delta)$ تقاطع المستويين $(ABC)$ و $(P)$.

4) ماذا يمثّل المستقيم $(\Delta)$ في المثلّث $ABC$ .

5) بيّن أنّ الجملة: $\begin{cases} x=t \\ y=4-4t \\ z=t \end{cases}$ حيث $t\in\mathbb{R}$ هي تمثيل وسيطي للمستقيم $(d)$ المتوسط المار من $B$ في المثلث $ABC$ .

6) بيّن أنّ إحداثيات $H$ نقطة تقاطع المستقيمين $(\Delta)$ و $(d)$ هي $\left(\frac{8}{9};\frac{4}{9};\frac{8}{9}\right)$.

7) بيّن أنّ النّقطة $H$ هي المسقط العمودي للنقطة $O$ على المستوي $(ABC)$.

8) احسب من جديد بُعد النّقطة $O$ عن المستوي $(ABC)$.

**التمرين الثاني:** ( 05نقاط )

1) عين العددين المركبين $\alpha$ وَ $\beta$ حيث: $\begin{cases} 3\alpha+i\beta=2-5i \\ \overline{\alpha}+i\,\overline{\beta}=-2-i \end{cases}$ حيث $\overline{\alpha}$ مرافق $\alpha$ و $\overline{\beta}$ مرافق $\beta$

2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ .

$A$ وَ $B$ نقطتان لاحقتاهما: $z_A=-i$ وَ $z_B=-2-2i$

أ. أكتب $z_A$ و $z_B$ على الشكل الأسي.

ب. أحسب العدد $\left(\frac{2\sqrt{2}z_A}{z_B}\right)^{2016}$.

ج. عين قيم العدد الطبيعي $n$ حيث يكون $\left(\frac{2\sqrt{2}z_A}{z_B}\right)^{n}$ حقيقيا .

3) $z$ عدد مركب صورته $M$ حيث $z\neq -2-2i$ و $z'$ عدد مركب حيث: $z'=\frac{z+i}{z+2+2i}$

أ. عبر هندسيا عن طويلة $z'$ بدلالة $AM$ وَ $BM$ ،ثم استنتج $(E)$ مجموعة النقط $M$ حتى يكون $|z'|=1$ . أرسم المجموعة $(E)$.

ب. عبر هندسيا عن عمدة $z'$ بدلالة $\overrightarrow{AM}$ وَ $\overrightarrow{BM}$ ، استنتج $(F)$ مجموعة النقاط $M$ حيث يكون $z'$ تخيليا صرفا، أرسم المجموعة $(F)$.

ج. أحسب لاحقة كل من $C$ وَ $D$ نقطتي تقاطع $(E)$ وَ $(F)$.

د. عين مع التبرير طبيعة الرباعي $ABCD$ .



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

**التمرين الثالث:** (5,5 نقاط)

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ بالدستور: $f(x)=x+2-2\ln|2x+1|$

$(C_f)$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. خذ $\|\vec{i}\|=1cm$.

I.

1. احسب نهاية $f(x)$ عندما يؤول $x$ إلى $-\frac{1}{2}$ واستنتج المستقيم المقارب للمنحنى $(C_f)$.
2. ادرس تغيرات الدالة $f$ وأنشئ جدول تغيراتها.
3. أحسب إحداثيات نقطتي تقاطع $(C_f)$ مع المستقيم $(\Delta)$ ذي المعادلة $y=x$.
4. بين أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مماسا $(T)$ معامل توجيهه $-3$ وأكتب معادلته.
5. أحسب $f(-1)$ وَ $f(0)$، أرسم المماس $(T)$ والمنحنى $(C_f)$.
6. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي $m$. عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x)=x+m$.

II. نعتبر الدالة العددية $F$ للمتغير الحقيقي $x$ المعرفة على $]0;+\infty[$ بالعبارة: $F(x)=-2x+(2x+1)\ln(2x+1)$

1. بيّن أن الدالة $F$ أصلية على المجال $]0;+\infty[$ للدالة: $h:x\mapsto 2\ln(2x+1)$.
2. احسب بالسنتمتر المربع المساحة $A$ للحيّز المستوي المحدد بالمنحني $(C_f)$ والمماس $(T)$ والمستقيمين ذو المعادلتين $x=\frac{3}{2}$ وَ $x=0$.

III. نعتبر الدالة العددية $g$ المعرفة على $\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ كما يلي: $g(x)=\frac{3}{2}+\left|x+\frac{1}{2}\right|-\ln(2x+1)^2$

1. أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ يختلف عن $-\frac{1}{2}$ يكون لدينا: $-1-x\neq-\frac{1}{2}$ وَ $g(-1-x)=g(x)$
2. استنتج أن $(\Gamma)$ المنحنى الممثل للدالة $g$ يقبل محور تناظر يطلب تعيين معادلته.
3. أثبت أن $g(x)=f(x)$ على مجال يطلب تعيينه.
4. استنتج إنشاء $(\Gamma)$ انطلاقا من $(C_f)$، ارسم $(\Gamma)$ في نفس المعلم السابق.

**التمرين الرابع:** (5,5 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)$ المعرّفة بـ $u_1=\frac{3}{2}$ ومن اجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n$، $u_{n+1}=u_n\left(1+\frac{1}{2^{n+1}}\right)$

1. برهن بالتراجع أن $u_n>0$ من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n$.
2. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n$. $\ln u_n=\ln\left(1+\frac{1}{2}\right)+\ln\left(1+\frac{1}{2^2}\right)+\ldots+\ln\left(1+\frac{1}{2^n}\right)$
3. نضع $S_n=\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\ldots+\frac{1}{2^n}$ وَ $T_n=\frac{1}{4}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4^3}+\ldots+\frac{1}{4^n}$

اعتمادا على النتيجة التالية: من أجل كل عدد حقيقي موجب $x$، $x-\frac{x^2}{2}\leq\ln(1+x)\leq x$

بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n$: $S_n-\frac{1}{2}T_n\leq\ln u_n\leq S_n$

4. عبّر بدلالة $n$ عن كل من المجموعين $S_n$ وَ $T_n$، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$ وَ $\lim\limits_{n\to+\infty}T_n$.
5. أ) بين أن المتتالية $(u_n)$ متزايدة تماما.

ب) نقبل النتيجة التالية: " إذا كانت متتاليتان $(v_n)$ وَ $(w_n)$ متقاربتان حيث $v_n\leq w_n$: من أجل كل عدد طبيعي $n$ فإن $\lim\limits_n v_n\leq\lim\limits_n w_n$

علما أن $(u_n)$ متقاربة نحو العدد $l$، بين أن: $\frac{5}{6}\leq\ln l\leq 1$، ثم استنتج حصرا للعدد $l$.



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

## الموضوع الثاني

**التمرين الأول:** ( 05 نقاط )

1) برهن أن الدوران $r$ ذو الزاوية $\alpha$ و المركز $\Omega$ ذو اللاحقة $\omega$ هو التحويل النقطي في المستوي المركب الذي يرفق بكل نقطة $M$ ذات اللاحقة $z$ النقطة $M'$ ذات اللاحقة $z'$ حيث: $z'-\omega=e^{i\alpha}(z-\omega)$ .

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس المباشر. $(O;\vec{u};\vec{v})$ ، الوحدة البيانية $1cm$

نعتبر التحويل النقطي $T$ في هذا المستوي والذي يرفق بكل نقطة $M$ ذات اللاحقة $z$ النقطة $M'$ ذات اللاحقة $z'$ حيث:

$$z'=iz+4+4i$$

أ. عين اللاحقة $\omega$ للنقطة $\Omega$ حيث $T(\Omega)=\Omega$ .

ب. بين أنه من أجل كل عدد مركب $z$ لدينا: $z'-4i=i(z-4i)$

ج. استنتج طبيعة التحويل $T$ وعناصره المميّزة.

3) $A$ وَ $B$ نقطتان لاحقتاهما: $z_A=4-2i$ وَ $z_B=-4+6i$

أ. عين لاحقتي النقطتين $A'$ وَ $B'$ صورتي $A$ وَ $B$ على الترتيب بالتحويل $T$ .

ب. علم النقط $A'$ ، $B'$ ، $A$ ، $B$ وَ $\Omega$ في المستوي المركب.

4) نسمي $p$ ، $m$ ، $n$ وَ $q$ لواحق النقط $P$ ، $M$ ، $N$ وَ $Q$ على الترتيب منتصفات للقطع المستقيمة: $[A'B]$ ، $[BB']$ $[AA']$ وَ $[B'A]$ على الترتيب.

أ. أحسب $p$ ، $m$ ، $n$ وَ $q$ ثم علم النقط $P$ ، $M$ ، $N$ وَ $Q$ في نفس المعلم السابق.

ب. برهن أن المستقيمين $(AB')$ وَ $(\Omega N)$ متعامدان.

ج. بين أن: $\frac{q-m}{n-m}=i$ وَ $\frac{q-p}{m-n}=1$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $MNPQ$ .

**التمرين الثاني:** ( 4,5 نقاط )

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

1. نعتبر المستوي $(P)$ الذي يشمل النقطة $B(-2;1;1)$ والشعاع $\vec{n}(2;1;-5)$ ناظم له، والمستوي $(P')$ ذو المعادلة: $2x+y+z-10=0$

أ. برهن أن المستويين $(P)$ وَ $(P')$ متعامدان.

ب. برهن أن المستويين $(P)$ وَ $(P')$ متقاطعان وفق المستقيم $(\Delta)$ الذي يشمل النقطة $C(3;1;3)$ وَ الموجّه بالشعاع $\vec{u}(-1;2;0)$

ج. احسب المسافة بين النقطة $A(3;1;2)$ والمستقيم $(\Delta)$ .

2. نعتبر من أجل كل عدد حقيقي $t$ النقطة $M(3-t;1+2t;3)$ من الفضاء .

أ. عبر عن المسافة $AM$ بدلالة $t$ .

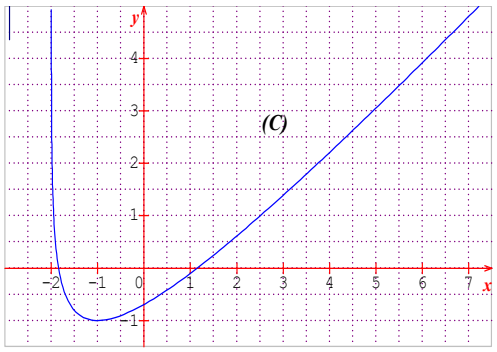
ب. $h$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي $t$ معرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(t)=AM$

أدرس اتجاه تغير الدالة $h$ واستنتج من جديد المسافة بين النقطة $A$ و المستقيم $(\Delta)$ .

**التمرين الثالث:** ( 4,5نقاط )

$g$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=x-\ln(x+2)$

$(C)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ الشكل المقابل...




1) أحسب $g(-1)$ ، وبقراءة بيانية ، حدد اتجاه تغير الدالة $g$ .



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

2) نعتبر المتتالية العددية $(u_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0 = 3$ وَ $u_{n+1} = g(u_n)$

3) أعد رسم المنحني $(C)$ على ورقتك المليمترية وضع على حامل محور الفواصل الحدود: $u_0$ ، $u_1$ ، $u_2$ وَ $u_3$ (لا يطلب حساب الحدود)

4) برهن بالتراجع على أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_n \geq -1$

5) بين أن المتتالية $(u_n)$ متناقصة.

6) استنتج أن المتتالية $(u_n)$ متقاربة ثم أحسب نهايتها.

7) نعتبر المتتالية $(v_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: المعرّفة بـ $v_0 = 0$ ومن اجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n$ ،

$$v_n = \ln(u_0 + 2)(u_1 + 2)...(u_{n-1} + 2)$$

أ. أثبت أنه من أجل عدد طبيعي $n$ : $v_n = 3 - u_n$

ب. أستنتج: $\lim_n (u_0 + 2)(u_1 + 2)...(u_{n-1} + 2)$

**التمرين الرابع:** ( 06نقاط )

I. لتكن $f$ الدالة المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بالدستور: $f(x) = \ln x - \frac{1}{\ln x}$ نسمي $(C_f)$ المنحنى الممثّل للدالة $f$ وَ $(\Gamma)$ المنحنى الذي معادلتة $y = \ln x$ في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. أدرس ووضح النهايات للدالة $f$ عند $1$ وعند $+\infty$ .

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ حيث $x > 1$ لدينا: $f'(x) = \frac{1 + (\ln x)^2}{x(\ln x)^2}$

3. أدرس اتجاه تغير الدالة $f$ ثم أنشئ جدول تغيراتها.

4. أحسب $\lim_{x \to +\infty} [f(x) - \ln x]$ ، قدم تفسيرا هندسيا للنتيجة.

5. وضح الوضعية النسبية للمنحنيين $(C_f)$ وَ $(\Gamma)$ .

II. نريد البحث عن المماسات للمنحنى $(C_f)$ المارة بالمبدأ $O$ ، ليكن $a$ عدد حقيقي من المجال $]1;+\infty[$ .

1. برهن أن المماس $T_a$ للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة $a$ يمر بمبدأ الإحداثيات إذا و فقط إذا كان $f(a) - af'(a) = 0$

لتكن $g$ الدالة المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بالدستور: $g(x) = f(x) - xf'(x)$

2. برهن أنه على المجال $]1;+\infty[$ المعادلتين $g(x) = 0$ و $(\ln x)^3 - (\ln x)^2 - \ln x - 1 = 0$ لهما نفس الحلول.

3. لتكن الدالة $u$ ذات المتغير الحقيقي $t$ والمعرفة على $\mathbb{R}$ بالدستور: $u(t) = t^3 - t^2 - t - 1$

أ. ادرس تغيرات الدالة $u$ وأنشئ جدول تغيراتها.

ب. بين أن الدالة $u$ تنعدم مرة واحدة فقط على $\mathbb{R}$.

ج. استنتج وجود مماس وحيد للمنحنى $(C_f)$ يمر بالمبدأ $O$ .

د. أثبت أن الحل الوحيد $\alpha$ للمعادلة $u(x) = 0$ يحقق: $1,83 < \alpha < 1,84$ .

هـ. استنتج أن معادلة المماس $(T_{e^\alpha})$ المار من المبدأ $O$ هي $y = \left(\frac{1 + \alpha^2}{e^\alpha \alpha^2}\right)$ .

III. الإنشاء والدراسة البيانية

1. أنشئ هـ المماس $(T_{e^\alpha})$ والمنحنيين $(\Gamma)$ وَ $(C_f)$ ، يعطى ما يلي: $\alpha \approx 1,8$ وَ $e^\alpha \approx 6,26$

2. نعتبر عدد حقيقي $m$ ، من قراءة بيانية أدرس حسب قيم العدد الحقيقي $m$ ، عدد حلول المعادلة $f(x) = mx$ التي تنتمي إلى المجال $]1;10[$ .



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

**الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية**
**وزارة التربية الوطنية**
**مديرية التربية لولاية غـــــرداية**

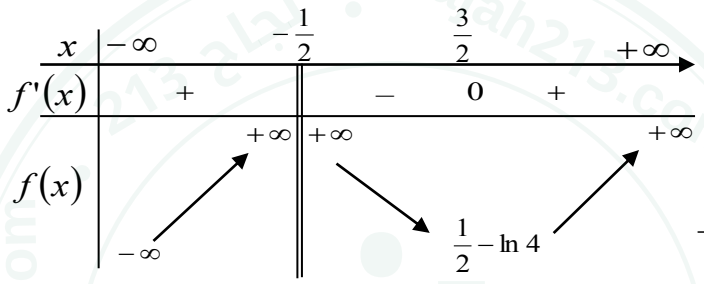
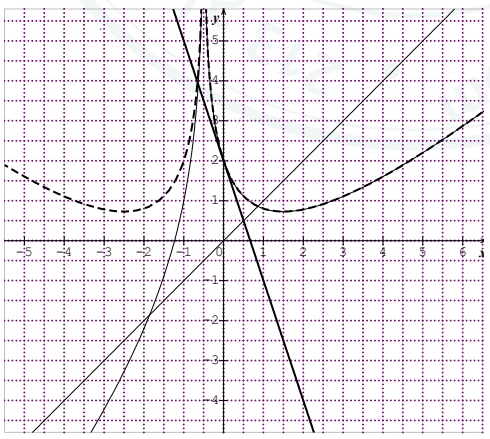
# حل نموذجي للامتحان الأبيض لشهادة بكالوريا التعليم الثانوي

**ماي2017**

المقاطعة الأولى: مادة الرياضيات (شعبة علوم تجريبية) الموضوع الأول.

| عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| **التمرين الأول: 04 نقاط** | | |
| 1) معادلة للمستوي $(ABC)$ : $2x+y+2z-4=0$<br>المسافة بين $O$ و $(ABC)$ هي: $d(O;(ABC))=\frac{4}{3}$ | 0,5<br>0,5 | |
| 2) معادلة ديكارتية للمستوي $(P)$ : $x-2y=0$ | 0,5 | **04** نقاط |
| 3) تمثيلا وسيطيا للمستقيم $(\Delta)$ تقاطع المستويين $(ABC)$ و $(P)$. $t\in R$ مع $\begin{cases}x=4t\\y=2t\\z=-5t+2\end{cases}$ | 0,5 | |
| 4) $(\Delta)$ هو العمود النازل من $A$ في المثلث $ABC$ . | 0,25 | |
| 5) التحقق من أن إحداثيات كلا من النقطتين $B$ و $I(1;0;1)$ منتصف القطعة $[AC]$ تحققان الجملة. | 0,25+0,25 | |
| 6) إحداثيات $H$ نقطة تقاطع المستقيمين $(\Delta)$ و $(d)$ هي: $\left(\frac{8}{9};\frac{4}{9};\frac{8}{9}\right)$ | 0,5 | |
| 7) $H\in(ABC)$ و $\overrightarrow{OH}$ يعامد $(ABC)$. | 0,5 | |
| 8) $d(O;(ABC))=OH=\frac{4}{3}$ | 0,25 | |
| **التمرين الثاني: 05 نقطة** | | |
| 1) $\alpha=1-i$ و $\beta=-2+i$ | 0,5 | |
| 2) أ) $z_A=e^{-i\frac{\pi}{2}}$ و $z_B=2\sqrt{2}e^{-i\frac{3\pi}{4}}$ | 0,25+0,25 | **05** نقاط |
| ب) $\left(\frac{2\sqrt{2}z_A}{z_B}\right)^{2016}=\left(e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^{2016}=e^{504i}=1$ | 0,5 | |
| ج) $\left(\frac{2\sqrt{2}z_A}{z_B}\right)^n$ حقيقيا معناه $k\in Z$ مع $\frac{n\pi}{4}=2k\pi$ أي $n=8k$ . | 0,5 | |
| 3) أ) $\lvert\omega'\rvert=\frac{\lvert\omega+i\rvert}{\lvert\omega+2+2i\rvert}=\frac{AM}{BM}$<br>$\lvert\omega'\rvert=1$ معناه $AM=BM$ مجموعة النقط هي محور القطعة المستقيمة $[AB]$ + رسم $(E)$ | 0,5<br>0,5 | |
| ب) $\arg(\omega')=(\overrightarrow{MB};\overrightarrow{MA})$<br>$\omega'\in iR$ معناه $(\overrightarrow{MB};\overrightarrow{MA})=\frac{\pi}{2}+k\pi$ مع $k\in Z$ $M\neq A\,;M\neq B$<br>مجموعة النقط هي دائرة قطرها $[AB]$ باستثناء النقطتين $A$ و $B$ + رسم $(F)$ | 0,5<br>0,5 | |

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

| | | |
|---|---|---|
| | 0,5<br>0,5 | $\|\omega'\|=1$ وَ $\omega'\in iR$ معناه $\omega'=i$ أو $\omega'=-i$ أي $\omega=-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}i$ أو $\omega=-\frac{1}{2}-\frac{5}{2}i$<br>وبالتالي: $z_C=-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}i$ و $z_D=-\frac{1}{2}-\frac{5}{2}i$<br>د) $ABCD$ مربعا ( مع التعليل) |
| | | **التمرين الثالث: 5,5 نقطة** |
| **5,5 نقاط** | 0,25+0,25 | 1) $\lim\limits_{x\to-\frac{1}{2}} f(x)=\frac{3}{2}-2\ln(0^+)=+\infty$ . للمنحني $(C_f)$ مستقيم مقارب معادلته $x=-\frac{1}{2}$ |
| | 0,25<br>0,25<br>0,25<br>0,25<br>0,25 | 2) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ وَ<br>$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{+\infty}(2x+1)\left(\frac{x+2}{2x+1}-2\frac{\ln(2x+1)}{2x+1}\right)=+\infty\left(\frac{1}{2}-0\right)=+\infty$<br>$f$ تقبل الاشتقاق على $R-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ باعتبارها مجموع دوال تقبل الاشتقاق على $R$ وَ $R-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ .<br>$f'(x)=1-\frac{4}{2x+1}=\frac{2x-3}{2x+1}$<br><br><br>$f$ متزايدة تماما على المجالين $\left[\frac{3}{2};+\infty\right[$ وَ $]-\infty;-\frac{1}{2}[$<br>$f$ متناقصة تماما على المجال $]-\frac{1}{2};\frac{3}{2}]$ |
| | 0,25<br>0,25 | 3) $f(x)=x$ يكافئ $\ln\|2x+1\|=1$ يكافئ $x=\frac{e-1}{2}$ أو $x=\frac{-e-1}{2}$<br>إحداثيات نقطتي التقاطع: $\left(\frac{e-1}{2};\frac{e-1}{2}\right)$ وَ $\left(\frac{-e-1}{2};\frac{-e-1}{2}\right)$ |
| | 0,25+0,25<br>0,25 | 4) $f'(x)=-3$ يكافئ $x=0$ . كون للمعادلة حلا واحدا فإن المنحني $(C_f)$ يقبل مماسا واحدا ميله $-3$ .<br>معادلة للمماس $(T)$ : $y=-3x+2$ |
| | 0,25<br>الرسم 0,5<br>0,25<br>0,25<br>0,25<br>0,25 | 5) $f(-1)=1$ وَ $f(0)=2$<br><br>6) $f(x)=x+m$ حلولها هي فواصل نقط تقاطع $(C_f)$ مع المستقيمات التي معادلتها $y=x+m$ .<br>مناقشة:<br>إذا كان $m<2$ فإن للمعادلة حلين مختلفين في الإشارة.<br>إذا كان $m=2$ فإن للمعادلة حلين احدهما معدوم والأخر سالب تمام.<br>إذا كان $m>2$ فإن للمعادلة حلين متمايزين سالبين تماما.<br>II- 1. من أجل كل $x$ من $[0;+\infty[$ ، $F'(x)=2\ln(2x+1)$<br>2. $A=\int_0^{\frac{3}{2}}[f(x)-(-3x+2)]dx\,cm^2=\left[-F(x)+2x^2\right]_0^{\frac{3}{2}}cm^2=(7,5-8\ln 2)cm^2$<br>III- 1. من أجل كل $x$ من $R-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ ، $-1-x\neq-\frac{1}{2}$ منه $x\neq-\frac{1}{2}$ |

najah213.com · نجاح 213

| | | |
|---|---|---|
| $g(-1-x)=\frac{3}{2}+\left\lvert -1-x+\frac{1}{2}\right\rvert -\ln\left[2(-1-x)+1\right]^2=\frac{3}{2}+\left\lvert -x-\frac{1}{2}\right\rvert -\ln(-2x-1)^2=g(x)$ وَ | | |
| 2) استنتاج أن المنحنى $(C_g)$ يقبل محور تناظر معادلته: $x=-\frac{1}{2}$ | 0,25 | |
| 3) من أجل $x\in\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$، $g(x)=f(x)$ | 0,25 | |
| 4) $(\Gamma)$ ينطبق على $(C_g)$ في المجال $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$. ولإتمام رسم $(\Gamma)$ نأخذ نظير الجزء المرسوم بالنسبة للمستقيم ذو المعادلة $x=-\frac{1}{2}$. | 0,25 | |
| **التمرين الرابع: 5,5 نقاط** | | |
| 1. من أجل $n=1$، $u_1=\frac{3}{2}>0$ محققة ( بداية التراجع) | 0,25 | 5,5 نقاط |
| نفرض أن $u_n>0$ محققة إلى غاية الرتبة $n$. ( فرضية التراجع) | 0,25 | |
| لدينا: $u_n>0$ منه $u_n\left(1+\frac{1}{2^{n+1}}\right)>0$ أي $u_{n+1}>0$ ( استنتاج التراجع) | 0,5 | |
| 2. من أجل $n=1$، $\ln u_1=\ln\frac{3}{2}=\ln\left(1+\frac{1}{2}\right)$ محققة ( بداية التراجع) | 0,25 | |
| نفرض أن $\ln u_n=\ln\left(1+\frac{1}{2}\right)+\ln\left(1+\frac{1}{2^2}\right)+\ldots+\ln\left(1+\frac{1}{2^n}\right)$ محققة إلى غاية الرتبة $n$. ( فرضية التراجع) | 0,25 | |
| لدينا: $\ln u_{n+1}=\ln u_n\left(1+\frac{1}{2^{n+1}}\right)=\ln u_n+\ln\left(1+\frac{1}{2^{n+1}}\right)$ محققة( $=\ln\left(1+\frac{1}{2}\right)+\ln\left(1+\frac{1}{2^2}\right)+\ldots+\ln\left(1+\frac{1}{2^n}\right)+\ln\left(1+\frac{1}{2^{n+1}}\right)$ استنتاج التراجع) | 0,5 | |
| 3. $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2^2}\le\ln\left(1+\frac{1}{2}\right)\le\frac{1}{2}$ وَ $\frac{1}{2^2}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{4^2}\le\ln\left(1+\frac{1}{2^2}\right)\le\frac{1}{2^2}$ وَ...وَ $\frac{1}{2^n}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{4^n}\le\ln\left(1+\frac{1}{2^n}\right)\le\frac{1}{2^n}$ | 0,5 | |
| بالجمع طرف لطرف نحصل على: $S_n-\frac{1}{2}T_n\le\ln u_n\le S_n$ | | |
| 4. $S_n=\frac{1}{2}\frac{1-\frac{1}{2^n}}{1-\frac{1}{2}}=1-\frac{1}{2^n}$ وَ $T_n=\frac{1}{4}\frac{1-\frac{1}{4^n}}{1-\frac{1}{4}}=\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{4^n}\right)$ | 0,5+0,5 | |
| $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=1$ وَ $\lim\limits_{n\to+\infty}T_n=\frac{1}{3}$. | 0,5+0,5 | |
| 5. أ) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n$، $u_{n+1}-u_n=\frac{1}{2^{n+1}}u_n>0$. $(u_n)$ متزايدة تماما. | 0,25 | |
| ب) $\lim\limits_{n\to+\infty}\ln u_n=\ln l$ وَ $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(S_n-\frac{1}{2}T_n\right)=\frac{5}{6}$ وَ $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=1$ وبالتالي $\frac{5}{6}\le\ln l\le 1$ | 0,5 | |
| من $\frac{5}{6}\le\ln l\le 1$ ينتج أن $e^{\frac{5}{6}}\le l\le e$ | 0,25 | |

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

**الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية**
**وزارة التربية الوطنية**
**مديرية التربية لولاية غرداية**

# حل نموذجي للامتحان الأبيض لشهادة بكالوريا التعليم الثانوي

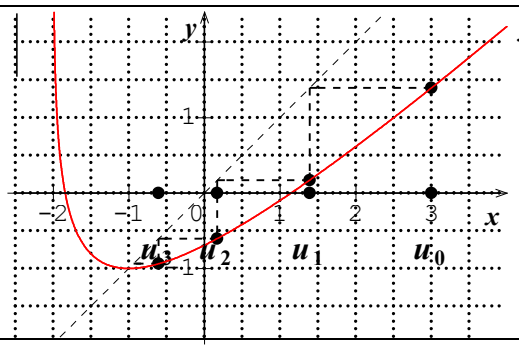
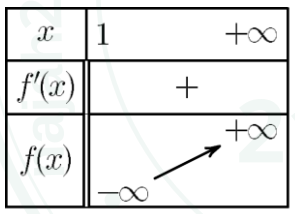
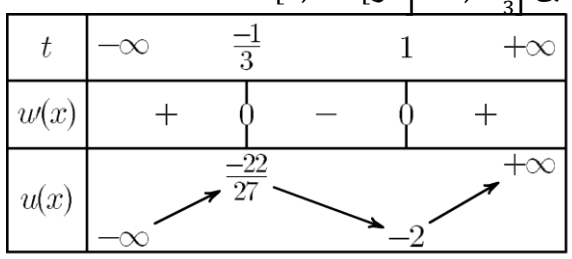
**ماي2017**

المقاطعة الأولى: مادة الرياضيات (شعبة علوم تجريبية) الموضوع الثاني.

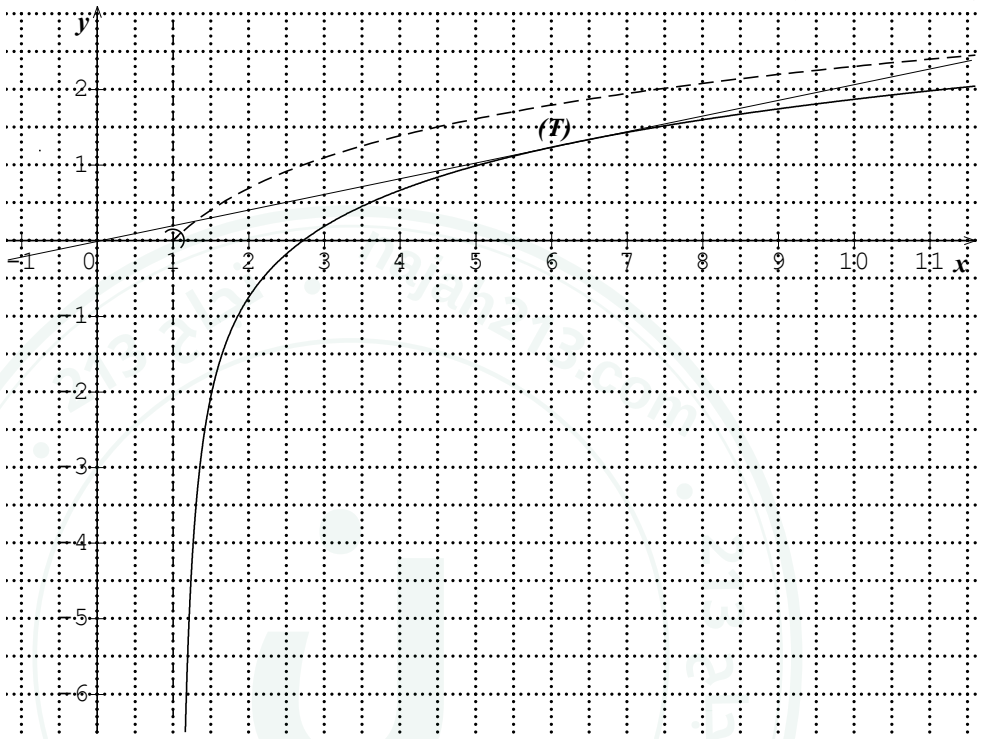
| عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة مجموع |
|---|---|---|
| **التمرين الأول: 05 نقاط** | | 05نقاط |
| 1) $r(M)=M'$ و $M\neq\Omega$ معناه $\begin{cases}\Omega M=\Omega M'\\ \left(\overrightarrow{\Omega M};\overrightarrow{\Omega M'}\right)\end{cases}$ أي $\begin{cases}\left\|\frac{z'-\omega}{z-\omega}\right\|=1\\ \arg\left(\frac{z'-\omega}{z-\omega}\right)=\alpha\end{cases}$ أي $\frac{z'-\omega}{z-\omega}=e^{i\alpha}$. | 0.75 | |
| 2) أ) لدينا $\omega=i\omega+4+4i$ أي $\omega=4i$.<br>ب) إثبات أن $z'-4i=i(z-4i)$.<br>جـ) طبيعة $T$ : $T$ دوران مركزه النقطة $\Omega(4i)$ والزاوية $\alpha=\frac{\pi}{2}$. | 3×0.25 | |
| 3) أ) $z_{A'}=6+8i$ و $z_{B'}=-2$.<br>ب) تعليم النقط. | 2×0.25<br>0.75 | |
| 4) أ) منتصفات القطع: $m=5+3i$ ، $n=1+7i$ ، $p=-3+3i$ و $q=1-i$.<br>ب) إثبات أن $(B'A)$ يعامد $(\Omega N)$، لدينا: $\frac{z_A-z_{B'}}{n-\omega}=-2i$ إذن $-\frac{\pi}{2}$ قيسا للزاوية $\left(\overrightarrow{\Omega N};\overrightarrow{B'A}\right)$.<br>ج) إثبات أن $\frac{q-m}{n-m}=i$ وأن $\frac{q-p}{m-n}=1$ ، ينتج $\left(\overrightarrow{MN};\overrightarrow{MQ}\right)=\frac{\pi}{2}$ و $MN=MQ$ وأن $(PQ)//(MN)$ و $MN=PQ$ ينتج أن الرباعي $MNPQ$ مربع. | 4×0.25<br>0.5<br>0.75 | |
| **التمرين الثاني: 4.5 نقطة** | | 4.5 |
| 1) أ) المستوي $(P)$ يعامد $(P')$ لأن $\vec{n}.\vec{n'}=0$ حيث $\vec{n}(2;1;1)$.<br>ب) بما أن $(P)$ يعامد $(P')$ فإن المستويين متقاطعان وفق مستقيم، وبما أن $C\in(P)\cap(P')$ وأن $\vec{n}.\vec{u}=0$ و $\vec{u}.\vec{n'}=0$ فإن $(\Delta)$ مستقيم التقاطع.<br>جـ) المسافة: $u.l$ $d(A;(\Delta))=\sqrt{d^2(A;(P))+d^2(A;(P'))}=1$. | 0.75<br>01<br>0.5 | |
| 2) $AM=\sqrt{5t^2+1}$.<br>ب) بما أن $h'(t)=\frac{5t}{\sqrt{5t^2+1}}$ فإن الدالة $h$ متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$ ومناقصة تماما على المجال $]-\infty;0[$<br>النقطة $M$ تمسح المستقيم $(\Delta)$ ،إذن المسافة $u.l$ $d(A;(\Delta))=h(0)=1$. | 0.5<br>1<br>0.75 | |
| **التمرين الثالث: 4.5 نقطة** | | |
| 1) $g(-1)=-1$، الدالة $g$ متناقصة تماما على $[-2;-1]$ ومتزايدة تماما على $]-1;+\infty[$. | | 4.5 نقاط |

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

| | | |
|---|---|---|
| 2) تمثيل الحدود الأربعة الأولى على محور الفواصل.   | 01 | |
| 3) نبرهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$: $u_n \geq -1$.<br>بداية التراجع: من أجل $n = 0$ لدينا: $u_0 = 3 \geq -1$ الخاصية محققة.<br>فرضية التراجع: نفرض أن $u_n \geq -1$ محققة إلى غاية الرتبة n<br>برهان التراجع: نبين أن $u_{n+1} \geq -1$ .<br>لدينا من الفرضية $u_n \geq -1$ وبما أن $g$ متزايدة تماما على $]-1;+\infty[$ فإن $g(u_n) \geq -1$ أي $u_{n+1} \geq -1$. | 01 | |
| 4) إثبات أن المتتالية $(u_n)$ متناقصة: من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = -\ln(u_n + 2) \geq 0$ لأن $u_n \geq -1$. | 0.5 | |
| 5) المتتالية $(u_n)$ متقاربة كونها متناقصة ومحدودة من الأسفل $(u_n \geq -1)$<br>النهاية: $\lim u_n = l$ ومنه $\ln(l+2) = 0$ أي $l = -1$ ومنه $\lim u_n = -1$ | 0.75 | |
| 6) أ) إثبات أن $u_n = 3 - v_n$ :<br>لدينا من أجل كل عدد طبيعي $u_{n+1} = u_n - \ln(u_n + 2)$ أي $\ln(u_n + 2) = u_n - u_{n+1}$ ومنه<br>$v_n = (u_0 - u_1) + (u_1 - u_2) + \cdots + (u_{n-1} - u_n) = u_0 - u_n = 3 - u_n$<br>ب) استنتاج النهاية: لدينا $\lim_{n\to+\infty}\left((u_0+2)(u_1+2)\dots(u_{n-1}+2)\right) = \lim(e^{v_n}) = e^4$ . | 0.75<br>0.5 | |
| **التمرين الرابع: 06 نقاط** | | |
| I) 1) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{\substack{x\to 1\\ >}} f(x) = -\infty$ مع التوضيح  <br>2) حساب المشتقة: $f'(x) = \frac{(\ln x)^2+1}{x\,(\ln x)^2}$ بعد تحديد مجموعة قابلية الاشتقاق<br>3) الدالة $f$ متزايدة تماما على $]1;+\infty[$،<br>جدول تغيراتها في المقابل. | 2×0.25<br>0.25<br>0.25<br>0.25 | 6 نقاط |
| 4) $\lim_{x\to+\infty}(f(x) - lnx) = 0$ منه المنحنيين (C) و(Γ) متقاربان بجوار $+\infty$. | 2×0.25 | |
| 5) وضعية المنحنيين (C) و(Γ): $f(x) - lnx = -\frac{1}{lnx} < 0$ منه (C) فوق(Γ) على $]1;+\infty[$. | 0.25 | |
| II) 1) إثبات أن المماس $(T_a)$ للمنحنى (C) يمر من المبدأ معناه $f(a) - af'(a) = 0$. | 0.25 | |
| 2) إثبات أن للمعادلتين $g(x) = 0$ و $(\ln x)^3 - (\ln x)^2 - \ln x - 1 = 0$ نفس الحلول. | 0.25 | |
| 3) أ) تغيرات الدالة $u$: $\lim_{t\to+\infty}(t) = +\infty$ ، $\lim_{t\to-\infty} u(t) = -\infty$ .<br>لدينا $u'(t) = 3t^2 - 2t - 1 = (3t+1)(t-1)$ إذن $u$ مناقصة تماما على المجال $\left[-\frac{1}{3};1\right]$<br>ومتزايدة تماما على المجالين $\left]-\infty;-\frac{1}{3}\right]$ و $[1;+\infty[$.<br>جدول التغيرات:   | 2×0.25<br>2×0.25<br>0.25 | |
| ب) إثبات ان الدالة $u$ تنعدم عند قيمة واحدة فقط. بتطبيق مبرهنة القيم المتوسطة على المجال | 0.25 | |

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

| | | |
|---|---|---|
| ]∞+ ;1] وهي سالبة تماما على المجال ]1 ;∞−[.<br>ج) بما المعادلة $u(t)=0$ تقبل حلا وحيدا على $\mathbb{R}$ أي المعادلة $f(x)-xf'(x)=0$ تقبل حلا وحيدا إذن يوجد مماس واحد لـ $(C)$ يمر من المبدأ $O$. | 0.25 | |
| د) المعادلة $u(t)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ على $\mathbb{R}$ وبما أن<br>$u(1.83)\times u(1.84)\cong -1.968\times10^{-4}$ فإن $1.83<\alpha<1.84$. | 0.25 | |
| هـ) بما أن حل المعادلة $u(t)=0$ هو $\alpha$ فإن حل المعادلة $g(x)=0$ هو $x=e^{\alpha}$ ومنه معادلة المماس$(T_{e^{\alpha}})$ المار من المبدأ من الشكل $y=\left(\frac{1+\alpha^2}{\alpha^2e^{\alpha}}\right)x$. | 0.25 | |
| III) 1) إنشاء المستقيم $(T_{\alpha})$ والمنحنيين$(C)$ و$(\Gamma)$:<br><br> | 1 | |
| 2) حلول العادلة $f(x)=mx$ على المجال ]1 ;10[ بيانيا هي فواصل نقط تقاطع المنحنى $(C)$ مع المستقيم ذو المعادلة $y=mx$، نميز الحالات الآتية:<br>* إذا كان $m\in\left]-\infty;\frac{f(10)}{10}\right[$ المعادلة $f(x)=mx$ تقبل حلا واحدا على المجال ]1 ;10[.<br>* إذا كان $m\in\left]\frac{f(10)}{10};\frac{1+\alpha^2}{\alpha^2e^{\alpha}}\right[$ المعادلة $f(x)=mx$ تقبل حلين متمايزين على المجال ]1 ;10[.<br>* إذا كان $m=\frac{1+\alpha^2}{\alpha^2e^{\alpha}}$ المعادلة $f(x)=mx$ تقبل حلا مضاعفا على المجال ]1 ;10[ هو $e^{\alpha}$.<br>* إذا كان $m\in\left]\frac{1+\alpha^2}{\alpha^2e^{\alpha}};+\infty\right[$ المعادلة $f(x)=mx$ لا تقبل حلولا على المجال ]1 ;10[. | 0.25 | |