najah213.com · نجاح 213

إعداد : أ.عامر جمّال

ملخص في الحساب الشعاعي

نعتبر $M(x,y)$ و $A(x_A,y_A)$ ، $B(x_B,y_B)$ نقط من مستوي منسوب إلى معلم $(O,\vec{i},\vec{j})$:

❶ يتساوى شعاعان إذا كان لهما نفس المنحنى ونفس الاتجاه ونفس الطويلة، أو نفس المرّجات.

❷ ليكن الشعاعان $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ ، $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ من المستوي:

$$\vec{u}=\vec{v}\Leftrightarrow x=x' \text{ و } y=y' \ ① \quad \vec{u}+\vec{v}\begin{pmatrix}x+x'\\y+y'\end{pmatrix} \ ② \quad k\vec{u}\begin{pmatrix}kx\\ky\end{pmatrix} \ ③ \text{ حيث } k\in\mathbb{R}$$
$$k(\vec{u}+\vec{v})=k\vec{u}+k\vec{v} \ ④ \quad (k+k')\vec{u}=k\vec{u}+k'\vec{u} \ ⑤ \quad \|k\vec{u}\|=|k|\cdot\|\vec{u}\| \ ⑥ \quad 0\cdot\vec{u}=\vec{0} \ ⑦$$

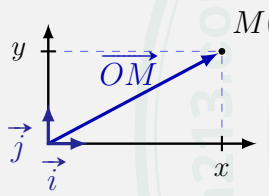
❷ لإثبات أنّ الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مرتبطان خطيّا يكفي أن نثبت أنّ:

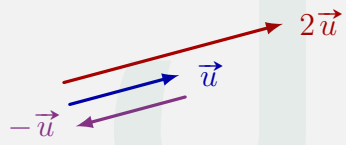
$$\vec{u}=\alpha\vec{v} \ ① \text{ أو } x'\cdot y-x\cdot y'=0 \ ② \text{ أو } \frac{x}{y}=\frac{x'}{y'} \ ③ \text{ مع } y\neq 0 \text{ و } y'\neq 0$$

★ إذا كان $\alpha>0$ فإنّ $\vec{u}$ و $\vec{v}$ لهما نفس الاتجاه ، وإذا كان $\alpha<0$ فإنّ $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متعاكسان في الاتجاه.

❸ $\overrightarrow{OM}=x\vec{i}+y\vec{j}$ ① $\quad \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$ ② $\quad I\left(\frac{x_A+x_B}{2},\frac{y_A+y_B}{2}\right)$ ③ (منتصف $[AB]$)

④ إذا كان المعلم متعامدا ومتجانسا: $\|\overrightarrow{AB}\|=AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$ ، $\|\vec{u}\|=\sqrt{x^2+y^2}$





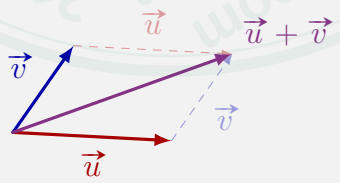


❹ $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AI}=2\overrightarrow{IB}$ ④ $\quad \overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$ ③ $\quad \|\overrightarrow{AB}\|=\|\overrightarrow{BA}\|$ ② $\quad \overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{BA}$ ①

④ **علاقة شال** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$ ⑤ $\quad \overrightarrow{AA}=\vec{0}$

❺ ① لكي نثبت أنّ الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع يكفي أنّ نثبت أنّ: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

② إذا كان الرباعي $ABCD$ فإنّ: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$.



❺ لكي نثبت أنّ $(BC)\ //\ (AB)$ يكفي أن نثبت أنّ الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{DC}$ مرتبطان خطيّاً.

❻ لكي نثبت أنّ النقط A ، B و C في استقامية يكفي أن نثبت أنّ الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ مرتبطان خطيّاً

إذا كان $\vec{u}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ شعاع توجيه للمستقيم (Δ) فإن معامل توجيهه هو $\frac{b}{a}$ مع $a\neq 0$.

برهان: $\vec{u}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}=a\begin{pmatrix}1\\\frac{b}{a}\end{pmatrix}$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

❼ ① المستقيم الذي معادلته $x = a$ يوازي محور التراتيب و ليس له معامل توجيه.

② المستقيم الذي معادلته $y = b$ يوازي محور الفواصل ومعامل توجيهه 0 .

❽ ① يتوازى مستقيمان إذا كان لهما نفس معامل التوجيه .

② يتعامد مستقيمان إذا كان جداء معاملي توجيههما يساوي -1 .

❾ ① يمكن تعيين معادلة مستقيم إذا عُلمت نقطتان منه أو نقطة وشعاع توجيهه.

② معامل توجيه المستقيم الذي معادلته : $y = ax + b$ هو a .

③ المستقيم الذي معادلته $ax + by + c = 0$ ، $\vec{u} = \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ شعاعُ توجيه له.

④ معامل توجيه المستقيم الذي يشمل النقطتين $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$ يساوي: $\dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

⑤ لكي نثبت أنّ النقطة $M_0(x_0, y_0)$ تنتمي إلى المستقيم الذي معادلته: $ax + by + c = 0$

يكفي أن نثبت أنّ: $ax_0 + by_0 + c = 0$.

★ لمعرفة الوضع النسبي بين المستقيمين: $(\Delta) : ax + by = c$ و $(\Delta') : a'x + b'y = c'$ نقوم بحل الجملة :

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

إذا كان	$ab' - ba' = 0$	$ab' - ba' \neq 0$
فإنّ الجملة	لا حلّ لها أو لها مالا نهاية من الحلول	تقبل حلّا وحيدا
التفسير الهندسي	(Δ) لا يقطع (Δ') أو $(\Delta) = (\Delta')$	(Δ) يقطع (Δ') في نقطة وحيدة

$$(\Delta) = (\Delta') \iff \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \qquad ★★$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com