najah213.com · نجاح 213

الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة

أنشطة تمهيدية :

1) ضع كل عدد من الأعداد الموالية في العمود المناسب :

219 ؛ 538 ؛ 675 ؛ ؛ 3147 ؛ 3780 ؛ 4715 ؛ 6732 ؛ 8865 .

الأعداد التي تقبل القسمة على			
2 هي :	3 هي :	5 هي :	9 هي :
. . . .	. . . .	. . . .	. . . .
. . . .	. . . .	. . . .	. . . .
. . . .	. . . .	. . . .	. . . .
. . . .	. . . .	. . . .	. . . .
. . . .	. . . .	. . . .	. . . .
. . . .	. . . .	. . . .	. . . .

2) من بين المساويات الآتية، ما هي المساويات التي تعبر عن قسمة إقليدية و ما هي المساويات التي لا تعبر عن قسمة إقليدية؟ علل.

$5 + 3 \times 7 = 26$ ؛ $4 + 5 \times 5 = 29$ ؛ $7 + 5 \times 6 = 37$ ؛

$0 + 9 \times 5 = 45$ ؛ $6 + 6 \times 2 = 18$ ؛ $2 + 3 \times 6 = 20$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

3) احسب كلا ممّايلي مع إعطاء الناتج على شكل عدد ناطق مُبسّط.

$A = \frac{5}{4} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{2}$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

$B = \frac{7}{8} : (\frac{6}{5} - \frac{3}{2})$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

$C = (\frac{4}{9} - 3) : \frac{7}{6}$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

نشـاط 01 ص 08 : قـاسـم عـدد طبيـعـي .

1) انجز القسمة الإقليدية ، ثم اكتب المساواة التي تعبر عنها ، في كل حالة :

103 على 18 ؛ 76 على 4 ؛ 24 على 6 .

103 | 18	76 | 4	24 | 6
. . . . .	. . . . .	. . . . .

2) اكمل مايلي :

باقي القسمة الإقليدية للعدد 76 على 4 هو . . .

نقول إن 76 . . . . . على 4 أو 76 . . . . . للعدد 4 .

ونقول أيضا 4 . . . . . للعدد 76 أو 4 . . . . . العدد 76 .

3) هل 18 يقسم العدد 103 وهل العدد 6 يقسم 24 ؟ علل .

. . . . . .

. . . . . .

4) من بين الجمل الآتية ما هي الصحيحة وما هي الخاطئة ؟ برّر إجابتك .

21 قابل للقسمة على 7 ؛ . . . . . .

15 مضاعف للعدد 3 ؛ . . . . . .

18 مضاعف للعدد 5 ؛ . . . . . .

7 مضاعف للعدد 14 ؛ . . . . . .

1 قاسم للعدد 9 ؛ . . . . . .

0 قاسم للعدد 6 ؛ . . . . . .

6 قاسم للعدد 0 ؛ . . . . . .

نشـاط 02 ص 08 : تعيين قواسم عدد طبيعي .

اكتب على شكل جداء عددين طبيعيين وبجميع الطرق الممكنة كلا من 32 و 13 ؛ ثم استنتج قواسم كل عدد .

. . . . . | . . . . . .

. . . . . | . . . . . .

. . . . . | . . . . . .

. . . . . | . . . . . .

. . . . . | . . . . . .

. . . . . | . . . . . .

. . . . . | . . . . . .

. . . . . | . . . . . .

نشـاط 03 ص 09 : خـواص قـواسـم عـدد طبيـعـي .

1) a ؛ b ؛ n أعـداد طبيعية حيث $a \geq b$ و $n \neq 0$.

اكمـل الجـدول :

a	b	n	$a+b$	$a-b$
48	30	2		
105	50	5		

في كل حالـة تحقـق أن :

إذا كان n يقسـم a و n يقسـم b فـإن n يقسـم $(a+b)$ و n يقسـم $(a-b)$

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

2) a ؛ b ؛ n أعـداد طبيعية حيث $b \neq 0$ و $n \neq 0$.

ليكـن r باقي القسمة الإقليدية للعدد a على b .

اكمـل الجـدول :

a	b	n	r
66	24	6	
39	26	13	
45	15	5	

في كل حالـة تحقـق أن :

إذا كان n يقسـم a و n يقسـم b فـإن n يقسـم r

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

نشـاط 04 ص 09 : القـاسـم المشـتـرك الأكـبـر لـعـددیـن .

1) أوجـد القـواسـم المشـتـركـة للـعـددیـن 42 و 18 .

إیـجـاد قـواسـم 42 :

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

إیـجـاد قـواسـم 18 :

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

القـواسـم المشـتـركـة للـعـددیـن 42 و 18 هي : . . . . . .

2) مـا هو أكـبـر هذه القـواسـم المشـتـركـة ؟

. . . . . .

نـقـول إن العـدد . . . هو القـاسـم المشـتـرك الأكـبـر للـعـددیـن 42 و 18 .

نـرمـز للقـاسـم المشـتـرك الأكـبـر بالرمـز PGCD .

و نـكـتـب : . . . = (42 ; 18) PGCD .

3) قـارن بـیـن القـواسـم المشـتـركـة للـعـددیـن 42 و 18 و قـواسـم القـاسـم المشـتـرك الأكـبـر لـهـمـا .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

نشاط 05 ص 10 : خوارزمية عمليات الطرح المتتالية .

خاصية 1 : a و b عددان طبيعيان بحيث $a > b$
القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b هو القاسم المشترك الأكبر للعددين b و $(a-b)$
أي : $\text{PGCD}(a;b) = \text{PGCD}(b;a-b)$

خاصية 2 : من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم a ؛
$\text{PGCD}(a;a) = a$

مثلا : $\text{PGCD}(7;7) = 7$ ؛ $\text{PGCD}(149;149) = 149$

تمعن جيدا في عمليات الطرح التالية :

$$133 - 76 = 57$$
$$76 - 57 = 19$$
$$57 - 19 = 38$$
$$38 - 19 = 19$$

باستعمال الخواص و عمليات الطرح أعلاه ؛
أوجد $\text{PGCD}(133;76)$.

$\text{PGCD}(133;76) = \ldots\ldots\ldots$
$\ldots\ldots\ldots$
$\ldots\ldots\ldots$
$\ldots\ldots\ldots$
$\ldots\ldots\ldots$
$\text{PGCD}(133;76) = \ldots$

نشاط 06 ص 10 : خوارزمية إقليدس (القسمات الإقليدية) .

خاصية 3 : a و b عددان طبيعيان بحيث $a \geq b > 0$
ليكن r باقي القسمة الإقليدية للعدد a على b
القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b هو القاسم المشترك الأكبر للعددين b و r
أي : $\text{PGCD}(a;b) = \text{PGCD}(b;r)$

خاصية 4 : من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم b ؛
$\text{PGCD}(b;0) = b$

مثلا : $\text{PGCD}(43;0) = 43$ ؛ $\text{PGCD}(0;287) = 287$

تمعن في المساويات التالية التي تعبر عن قسمات إقليدية :

$$468 = 396 \times 1 + 72$$
$$396 = 72 \times 5 + 36$$
$$72 = 36 \times 2 + 0$$

باستعمال الخواص و المساويات أعلاه ؛
أوجد $\text{PGCD}(468;396)$.

$\text{PGCD}(468;396) = \ldots\ldots\ldots$
$\ldots\ldots\ldots$
$\ldots\ldots\ldots$
$\ldots\ldots\ldots$
$\text{PGCD}(468;396) = \ldots$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

نشاط 08 ص 11 : العددان الأوليان فيما بينهما.

1) اوجد القواسم المشتركة للعددين 22 و 7.

. . . . . | . . . . . .
. . . . . | . . . . . .
. . . . . | . . . . . .
. . . . . | . . . . . .
. . . . . | . . . . . .
. . . . . | . . . . . .
. . . . . | . . . . . .
. . . . . | . . . . . .

للعددين 22 و 7 . . . . . .

نقول إن العددين 22 و 7 **أوليان فيما بينهما**

ما هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 22 و 7؟

. . . . . .

2) a و b عددان طبيعيان بحيث $\mathrm{PGCD}(a;b) = 1$.

ما هي القواسم المشتركة للعددين a و b ؟

هل العددان a و b **أوليان فيما بينهما**؟

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

3) تحقق أن العددين 3610 و 2407 **أوليان فيما بينهما**.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

نشـاط 09 ص 11 : الكسـور غيـر القـابلـة للاختـزال .

1) هـل العـددان 9 و 28 **أوليـان فيـما بينهـمـا** ؟ علـل .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

2) من بيـن الكسـور الآتيـة ، مـا هي الكسـور غيـر القـابلـة للاختـزال ؟ بـرّر إجـابتـك .

$\frac{45}{30}$ ؛ $\frac{28}{9}$ ؛ $\frac{52}{7}$ ؛ $\frac{274}{50}$ ؛ $\frac{16}{21}$ ؛ $\frac{15}{104}$ ؛ $\frac{13}{39}$ ؛ $\frac{11}{300}$.

. . . . . .

. . . . . .

3) اوجـد القـاسـم المشترك الأكبـر لكل ممـا يلي :

372 و 279 ؛ 139 و 105 ؛ 1374 و 4806 .

. . . . . | . . . . . | . . . . . .

. . . . . | . . . . . | . . . . . .

. . . . . | . . . . . | . . . . . .

. . . . . | . . . . . | . . . . . .

. . . . . | . . . . . | . . . . . .

. . . . . | . . . . . | . . . . . .

. . . . . | . . . . . | . . . . . .

اوجـد الكسـر غيـر القـابـل للاختـزال لكل مـن الكسـور التاليـة :

$\frac{372}{279}$ ؛ $\frac{105}{139}$ ؛ $\frac{1374}{4806}$.

. . . . . | . . . . . | . . . . . .

. . . . . | . . . . . | . . . . . .

. . . . . | . . . . . | . . . . . .

. . . . . | . . . . . | . . . . . .

. . . . . | . . . . . | . . . . . .

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com · نجاح 213

الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة

أنشطة تمهيدية :

1) ضع كل عدد من الأعداد الموالية في العمود المناسب :

219 ؛ 538 ؛ 675 ؛ ؛ 3147 ؛ 3780 ؛ 4715 ؛ 6732 ؛ 8865 .

الأعداد التي تقبل القسمة على			
2 هي :	3 هي :	5 هي :	9 هي :
538	219	765	765
3780	765	3780	3780
6732	3147	4715	6732
	3780	8865	8865
	6732		
	8865		

2) من بين المساويات الآتية، ما هي المساويات التي تعبر عن قسمة إقليدية و ما هي المساويات التي لا تعبر عن قسمة إقليدية؟ علل.

$5 + 3 \times 7 = 26$ ؛ $4 + 5 \times 5 = 29$ ؛ $7 + 5 \times 6 = 37$ ؛

$0 + 9 \times 5 = 45$ ؛ $6 + 6 \times 2 = 18$ ؛ $2 + 3 \times 6 = 20$.

المساواة $5 + 3 \times 7 = 26$ تعبر عن القسمة الإقليدية للعدد 26 على 7 لأن $5 < 7$.

المساواة $4 + 5 \times 5 = 29$ تعبر عن القسمة الإقليدية للعدد 29 على 5 لأن $4 < 5$.

المساواة $7 + 5 \times 6 = 37$ لا تعبر عن قسمة إقليدية لأن $7 > 5$ و $7 > 6$.

المساواة $0 + 9 \times 5 = 45$ تعبر عن قسمتين إقليديتين، هما قسمة 45 على 5 لأن $0 < 5$ و قسمة 45 على 9 لأن $0 < 9$.

المساواة $6 + 6 \times 2 = 18$ لا تعبر عن قسمة إقليدية لأن $6 = 6$ و $6 > 2$.

المساواة $2 + 3 \times 6 = 20$ تعبر عن قسمتين إقليديتين، هما قسمة 20 على 6 لأن $6 > 2$ و قسمة 20 على 3 لأن $2 > 3$.

3) احسب كلا ممّايلي مع إعطاء الناتج على شكل عدد ناطق مُبسّط.

$$A = \frac{5}{4} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{2}$$
$$= \frac{5 \times 2}{2 \times 2 \times 3} + \frac{1 \times 3}{2 \times 3}$$
$$= \frac{5}{6} + \frac{3}{6}$$
$$= \frac{5+3}{6}$$
$$= \frac{8}{6}$$
$$= \frac{8:2}{6:2}$$
$$= \frac{4}{3}$$

$$B = \frac{7}{8} : \left(\frac{6}{5} - \frac{3}{2}\right)$$
$$= \frac{7}{8} : \left(\frac{6 \times 2}{5 \times 2} - \frac{3 \times 5}{2 \times 5}\right)$$
$$= \frac{7}{8} : \left(\frac{12}{10} - \frac{15}{10}\right)$$
$$= \frac{7}{8} : \left(\frac{-3}{10}\right)$$
$$= \frac{7}{8} \times \left(\frac{-10}{3}\right)$$
$$= -\frac{7 \times 5 \times 2}{2 \times 4 \times 3}$$
$$= -\frac{35}{12}$$

$$C = \left(\frac{4}{9} - 3\right) : \frac{7}{6}$$
$$= \left(\frac{4}{9} - \frac{3 \times 9}{9}\right) : \frac{7}{6}$$
$$= \left(\frac{4}{9} - \frac{27}{9}\right) \times \frac{6}{7}$$
$$= \frac{4 - 27}{9} \times \frac{6}{7}$$
$$= -\frac{23}{9} \times \frac{6}{7}$$
$$= -\frac{23 \times 2 \times 3}{3 \times 3 \times 7}$$
$$= -\frac{46}{21}$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

نشـاط 01 ص 08 : قـاسـم عـدد طبيـعـي .

1) انجز القسمة الإقليدية ، ثم اكتب المساواة التي تعبر عنها ، في كل حالة :

103 على 18 ؛ 76 على 4 ؛ 24 على 6 .

103	18
13	5

$103 = 18 \times 5 + 13$

76	4
36	19
0	

$76 = 4 \times 19 + 0$

24	6
0	4

$24 = 6 \times 4 + 0$

2) اكمل مايلي :

باقي القسمة الإقليدية للعدد 76 على 4 هو 0

نقول إن 76 قابل للقسمة على 4 أو 76 مضاعف للعدد 4 .

ونقول أيضا 4 قاسم للعدد 76 أو 4 يقسم العدد 76 .

3) هل 18 يقسم العدد 103 وهل العدد 6 يقسم 24 ؟ علل .

العدد 18 لا يقسم 103 لأن باقي قسمة 103 على 18 غير معدوم .

العدد 6 يقسم العدد 24 لأن باقي قسمة العدد 24 على 6 معدوم .

4) من بين الجمل الآتية ما هي الصحيحة وما هي الخاطئة ؟ برّر إجابتك .

21 قابل للقسمة على 7 ؛ صحيحة لأن باقي قسمة 21 على 7 معدوم .

15 مضاعف للعدد 3 ؛ صحيحة لأن باقي قسمة 15 على 3 معدوم .

18 مضاعف للعدد 5 ؛ خاطئة لأن باقي قسمة 18 على 5 غير معدوم .

7 مضاعف للعدد 14 ؛ خاطئة لأن باقي قسمة 7 على 14 غير معدوم .

1 قاسم للعدد 9 ؛ صحيحة لأن كل الأعداد قابلة للقسمة على 1 .

0 قاسم للعدد 6 ؛ خاطئة لأن كل الأعداد غير قابلة للقسمة على 0 .

6 قاسم للعدد 0 ؛ صحيحة لأن 0 قابل للقسمة على كل الأعداد ماعدا نفسه .

نشـاط 02 ص 08 : تعيين قواسم عدد طبيعي .

اكتب على شكل جداء عددين طبيعيين وبجميع الطرق الممكنة كلا من 32 و 13 ؛ ثم استنتج قواسم كل عدد .

$32 \times 1 = 32$ ؛ إذن 1 و 32 يقسمان 32

$16 \times 2 = 32$ ؛ إذن 2 و 16 يقسمان 32

3 لا يقسم 32

$8 \times 4 = 32$ ؛ إذن 4 و 8 يقسمان 32

الأعداد 5 و 6 و 7 لا تقسم 32

8 يقسم 32 ؛ وقد ذكر كقاسم للعدد 32 ؛ إذن نتوقف .

قواسم 32 هي :

1 ؛ 2 ؛ 4 ؛ 8 ؛ 16 ؛ 32 .

$13 \times 1 = 13$ ؛ إذن 1 و 13 يقسمان 13

الأعداد من 2 إلى 12 لا تقسم 13

13 يقسم 13

وقد ذكر سابقا كقاسم للعدد 13 إذن نتوقف ؛ ونستنتج أنه للعدد 13 قاسمان فقط هما :

1 و 13 .

نشـاط 03 ص 09 : خـواص قـواسـم عـدد طبيـعـي .

1) a ؛ b ؛ n أعـداد طبيعية حيث $a \geq b$ و $n \neq 0$.

اكمـل الجـدول :

$a-b$	$a+b$	n	b	a
18	78	2	30	48
55	155	5	50	105

في كل حالـة تحقـق أن :

إذا كان n يقسـم a و n يقسـم b فـإن n يقسـم $(a+b)$ و n يقسـم $(a-b)$

2 يقسـم 48 و 2 يقسـم 30

وكذلـك 2 يقسـم مجموعهما 78 و 2 يقسـم فرقهما 18 .

5 يقسـم 105 و 2 يقسـم 50

وكذلـك 5 يقسـم مجموعهما 155 و 5 يقسـم فرقهما 55 .

2) a ؛ b ؛ n أعـداد طبيعية حيث $b \neq 0$ و $n \neq 0$.

ليكـن r باقي القسمة الإقليدية للعدد a على b .

اكمـل الجـدول :

r	n	b	a
18	6	24	66
13	13	26	39
0	5	15	45

في كل حالـة تحقـق أن :

إذا كان n يقسـم a و n يقسـم b فـإن n يقسـم r

6 يقسـم 66 و 6 يقسـم 24 وكذلـك 6 يقسـم 18 باقي قسمة 66 على 24 .

13 يقسـم 39 و 13 يقسـم 26 وكذلـك 13 يقسـم 13 باقي قسمة 39 على 26 .

5 يقسـم 45 و 5 يقسـم 15 وكذلـك 5 يقسـم 0 باقي قسمة 45 على 15 .

نشاط 04 ص 09 : القاسم المشترك الأكبر لعددين .

1) أوجد القواسم المشتركة للعددين 42 و 18 .

إيجاد قواسم 42 :

نكتب 42 على شكل جداء عددين طبيعيين و بجميع الطرق الممكنة

$42 \times 1 = 42$ ؛ إذن 1 و 42 قاسمان للعدد 42 .

$21 \times 2 = 42$ ؛ إذن 2 و 21 قاسمان للعدد 42 .

$14 \times 3 = 42$ ؛ إذن 3 و 14 قاسمان للعدد 42 .

العددان 4 و 5 لا يقسمان 42 .

$7 \times 6 = 42$ ؛ إذن 6 و 7 قاسمان للعدد 42 .

7 يقسم 42 ؛ وقد ذكر سابقا كقاسم للعدد 42 ؛ إذن نتوقف .

قواسم 42 هي : 1 ؛ 2 ؛ 3 ؛ 6 ؛ 7 ؛ 14 ؛ 21 ؛ 42 .

إيجاد قواسم 18 :

نكتب 18 على شكل جداء عددين طبيعيين و بجميع الطرق الممكنة

$18 \times 1 = 18$ ؛ إذن 1 و 18 قاسمان للعدد 18 .

$9 \times 2 = 18$ ؛ إذن 2 و 9 قاسمان للعدد 18 .

$6 \times 3 = 18$ ؛ إذن 3 و 6 قاسمان للعدد 18 .

العددان 4 و 5 لا يقسمان 18 .

6 يقسم 18 ؛ وقد ذكر سابقا كقاسم للعدد 18 ؛ إذن نتوقف .

قواسم 18 هي : 1 ؛ 2 ؛ 3 ؛ 6 ؛ 9 ؛ 18 .

القواسم المشتركة للعددين 42 و 18 هي : 1 ؛ 2 ؛ 3 ؛ 6 .

2) ما هو أكبر هذه القواسم المشتركة ؟

أكبر هذه القواسم المشتركة هو 6 .

نقول إن العدد 6 هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 42 و 18 .

نرمز للقاسم المشترك الأكبر بالرمز PGCD .

و نكتب : $PGCD(42;18) = 6$.

3) قارن بين القواسم المشتركة للعددين 42 و 18 و قواسم القاسم المشترك الأكبر لهما .

لإيجاد قواسم 6 نكتبه على شكل جداء عددين طبيعيين و بجميع الطرق الممكنة

$6 \times 1 = 6$ ؛ إذن 1 و 6 قاسمان للعدد 6 .

$3 \times 2 = 6$ ؛ إذن 2 و 3 قاسمان للعدد 6 .

3 يقسم 6 ؛ وقد ذكر سابقا كقاسم للعدد 6 ؛ إذن نتوقف .

قواسم 6 هي : 1 ؛ 2 ؛ 3 ؛ 6 .

القواسم المشتركة للعددين 42 و 18 هي قواسم 6 و هو القاسم المشترك الأكبر لهما

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

نشاط 05 ص 10 : خوارزمية عمليات الطرح المتتالية .

خاصية 1 : a و b عددان طبيعيان بحيث $a > b$
القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b هو القاسم المشترك الأكبر للعددين b و $(a-b)$
أي : $\text{PGCD}(a;b) = \text{PGCD}(b;a-b)$

خاصية 2 : من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم a ؛
$\text{PGCD}(a;a) = a$

مثلا : $\text{PGCD}(7;7) = 7$ ؛ $\text{PGCD}(149;149) = 149$

تمعن جيدا في عمليات الطرح التالية :

$$133 - 76 = 57$$
$$76 - 57 = 19$$
$$57 - 19 = 38$$
$$38 - 19 = 19$$

باستعمال الخواص و عمليات الطرح أعلاه ؛
أوجد $\text{PGCD}(133;76)$.

$$\begin{aligned}\text{PGCD}(133;76) &= \text{PGCD}(76;57)\\ &= \text{PGCD}(57;19)\\ &= \text{PGCD}(19;38)\\ &= \text{PGCD}(19;19)\\ &= 19\end{aligned}$$

$\text{PGCD}(133;76) = 19$

نشاط 06 ص 10 : خوارزمية إقليدس (القسمات الإقليدية) .

خاصية 3 : a و b عددان طبيعيان بحيث $a \geq b > 0$
ليكن r باقي القسمة الإقليدية للعدد a على b
القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b هو القاسم المشترك الأكبر للعددين b و r
أي : $\text{PGCD}(a;b) = \text{PGCD}(b;r)$

خاصية 4 : من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم b ؛
$\text{PGCD}(b;0) = b$

مثلا : $\text{PGCD}(43;0) = 43$ ؛ $\text{PGCD}(0;287) = 287$

تمعن في المساويات التالية التي تعبر عن قسمات إقليدية :

$$468 = 396 \times 1 + 72$$
$$396 = 72 \times 5 + 36$$
$$72 = 36 \times 2 + 0$$

باستعمال الخواص و المساويات أعلاه ؛
أوجد $\text{PGCD}(468;396)$.

$$\begin{aligned}\text{PGCD}(468;396) &= \text{PGCD}(396;72)\\ &= \text{PGCD}(72;36)\\ &= \text{PGCD}(36;0)\\ &= 36\end{aligned}$$

$\text{PGCD}(468;396) = 36$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

نشاط 08 ص 11 : العددان الأوليان فيما بينهما .

1) اوجد القواسم المشتركة للعددين 22 و 7 .

لإيجاد قواسم 22 نكتبه على شكل جداء عددين طبيعيين و بجميع الطرق الممكنة

$22 = 1 \times 22$

$22 = 2 \times 11$

الأعداد من 3 إلى 10 لا تقسم 22

11 يقسم 22 ؛ و قد وجد سابقا كعامل

إذن نتوقف .

قواسم 22 هي :

1 ؛ 2 ؛ 11 ؛ 22 .

لإيجاد قواسم 7 نكتبه على شكل جداء عددين طبيعيين و بجميع الطرق الممكنة

$7 = 1 \times 7$

الأعداد من 2 إلى 6 لا تقسم 7

7 يقسم نفسه و قد وجد سابقا كعامل

إذن نتوقف .

للعدد 7 قاسمان فقط هما :

1 و 7 .

للعددين 22 و 7 قاسم مشترك واحد و وحيد هو العدد 1 ؛

نقول إن العددين 22 و 7 **أوليان فيما بينهما**

ما هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 22 و 7 ؟

القاسم المشترك الأكبر للعددين 22 و 7 هو 1 أي $PGCD(22;7) = 1$

2) a و b عددان طبيعيان بحيث $PGCD(a;b) = 1$.

ما هي القواسم المشتركة للعددين a و b ؟

هل العددان a و b **أوليان فيما بينهما** ؟

القواسم المشتركة للعددين a و b هي قواسم القاسم المشترك الأكبر لهما (خاصية)

للعدد 1 قاسم واحد و وحيد هو العدد 1 نفسه ؛

إذن للعددين a و b قاسم مشترك واحد و وحيد هو العدد 1 ؛

نستنتج أن العددين a و b **أوليان فيما بينهما** .

3) تحقق أن العددين 3610 و 2407 **أوليان فيما بينهما** .

لنستعمل خوارزمية إقليدس (القسمات الإقليدية)

$3610 = 2407 \times 1 + 1203$

$2407 = 1203 \times 2 + 1$

$1203 = 1 \times 1203 + 0$

آخر باق غير معدوم هو 1 ؛ إذن $PGCD(3610;2407) = 1$

نستنتج أن العددين 3610 و 2407 **أوليان فيما بينهما** .

نشاط 09 ص 11 : الكسور غير القابلة للاختزال .

1) هل العددان 9 و 28 **أوليان فيما بينهما** ؟ علل .

لنستعمل خوارزمية إقليدس (القسمات الإقليدية)

$28 = 9 \times 3 + 1$

$9 = 1 \times 9 + 0$

آخر باق غير معدوم هو 1 ؛ إذن $PGCD(9;28) = 1$

نستنتج أن العددين 9 و 28 **أوليان فيما بينهما** .

2) من بين الكسور الآتية ، ما هي الكسور غير القابلة للاختزال ؟ برّر إجابتك .

$\frac{45}{30}$ ؛ $\frac{28}{9}$ ؛ $\frac{52}{7}$ ؛ $\frac{274}{50}$ ؛ $\frac{16}{21}$ ؛ $\frac{15}{104}$ ؛ $\frac{13}{39}$ ؛ $\frac{11}{300}$.

الكسور $\frac{28}{9}$ ؛ $\frac{52}{7}$ ؛ $\frac{16}{21}$ ؛ $\frac{15}{104}$ ؛ $\frac{11}{300}$ غير قابلة للاختزال لأنه لبسط و مقام كل كسر من هذه الكسور قاسم مشترك واحد و وحيد هو العدد 1 .

3) اوجد القاسم المشترك الأكبر لكل مما يلي :

372 و 279 ؛ 139 و 105 ؛ 1374 و 4806 .

إيجاد $PGCD(372;279)$: نستعمل خوارزمية عمليات الطرح المتتالية

$372 - 279 = 93$

$279 - 93 = 186$

$186 - 93 = 93$

$93 - 93 = 0$

آخر فرق غير معدوم هو 93

إذن $PGCD(372;279) = 93$

إيجاد $PGCD(139;105)$: نستعمل خوارزمية إقليدس (القسمات الإقليدية)

$139 = 105 \times 1 + 34$

$105 = 34 \times 3 + 3$

$34 = 3 \times 11 + 1$

$3 = 1 \times 3 + 0$

آخر باق غير معدوم هو 1

إذن $PGCD(139;105) = 1$

إيجاد $PGCD(1374;4806)$: نستعمل خوارزمية إقليدس (القسمات الإقليدية)

$4806 = 1374 \times 3 + 684$

$1374 = 684 \times 2 + 6$

$684 = 6 \times 114 + 0$

آخر باق غير معدوم هو 6

إذن $PGCD(1374;4806) = 6$

اوجد الكسر غير القابل للاختزال لكل من الكسور التالية :

$\frac{372}{279}$ ؛ $\frac{105}{139}$ ؛ $\frac{1374}{4806}$.

$PGCD(372;279) = 93$

ومنه : $\frac{372}{279} = \frac{372:93}{279:93}$

أي : $\frac{372}{279} = \frac{4}{3}$

الكسر $\frac{4}{3}$ غير قابل للاختزال .

$PGCD(139;105) = 1$

إذن العددان 139 و 105 **أوليان فيما بينهما**

و الكسر $\frac{105}{139}$ غير قابل للاختزال .

$PGCD(1374;4806) = 6$

ومنه : $\frac{1374}{4806} = \frac{1374:6}{4806:6}$

أي : $\frac{1374}{4806} = \frac{229}{801}$

الكسر $\frac{229}{801}$ غير قابل للاختزال .

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً