najah213.com · نجاح 213

المؤسسة: سليماني جلول الأستاذ: بلبحري كمال المادة : رياضيات
المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية
المحتوى المعرفي : الاحتمالات
الكفاءات المستهدفة: – التعرف على قانون احتمال .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	الملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية:		
بناء المفاهيم:	**تذكير :** ❶ مصطلحات : ⋆ نقول عن تجربة إنها عشوائية إذا كانت كل إمكانياتها معلومة لكن عندما نجرب لا نستطيع تحديد أي إمكانية منها ستتحقق . مثلا : رمي قطعة نقدية (الوجه أو الظهر) ، رمي زهرة نرد (الأرقام الستة) ، السحب من كيس (ظهور إحدى الكريات) . ⋆ نقوم بتجربة عشوائية و نحصل على نتيجة ، نرمز لمجموعة النتائج الممكنة بالرمز Ω و نسميها مجموعة الإمكانيات (المخارج) أو المجموعة الشاملة . ⋆ كل عنصر من Ω يسمى إمكانية و كل جزء منها يسمى حادثة (حدث) . ⋆ Ω تسمى كذلك الحادثة الأكيدة و $\varnothing$ تسمى الحادثة المستحيلة . ⋆ اتحاد الحادثتين A و B هي الحادثة $A \cup B$ تسمى كذلك الحادثة A أو B . ⋆ تقاطع الحادثتين A و B هي الحادثة $A \cap B$ تسمى كذلك الحادثة A و B . ⋆ عندما تكون الحادثة $A \cap B = \varnothing$ نقول إن الحادثتين A و B غير متلائمتين . ⋆ نسمي حادثة عكسية للحادثة A ، المجموعة المتممة للحادثة A في Ω و نرمز لها بـ : $\overline{A}$. ❷ قانون الاحتمال : **تعريف:** Ω مجموعة مخارج لتجربة عشوائية إمكانياتها x_1 ، x_2 ، ... ، x_n و p دالة ترفق بكل عنصر x_i من Ω عددا حقيقيا موجبا p_i . نقول عن p إنه قانون احتمال على Ω إذا وفقط إذا كان : $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$ ❸ نمذجة تجربة عشوائية : • عندما يكون عدد مخارج تجربة عشوائية منتهيا نعرف على مجموعة المخارج $\Omega = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ قانون احتمال و ذلك بإعطاء متتالية أعداد $(p_1, p_2, ..., p_n)$ تحقق : $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$ و $p_i \geq 0$. • عند القيام بتحقيق تجربة عشوائية ، نقوم باختيار : مجموعة الامكانيات Ω و قانون احتمال p معرف على Ω . نمذجة تجربة عشوائية هو اختيار ال ثنائية (Ω, p) التي تسمى فضاء احتمالي منته .	10 د 10 د	

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	**ملاحظات :** ⋆ احتمال حادثة A هو مجموع احتمالات كل المخارج التي تنتمي إلى A . ⋆ في حالة تساوي الأعداد p_i نقول إن الاحتمال متساوي التوزيع ، و يئول حساب احتمال حادثة A أي : $p(A)$ إلى مسألة عد . ⋆ بعض العبارات التي تدل على تساوي الاحتمالات : لكل الامكانيات نفس الاحتمال أو نفس الحظ ، قطعة (نقد أو نرد) غير مزيفة ، نسحب عشوائيا ، كريات لا نفرق بينها باللمس ...	10 د	
	مبرهنة: في حالة تساوي احتمال على Ω يكون لدينا من أجل كل حادثة A : $p(A)=\dfrac{\text{عدد عناصر } A}{\text{عدد عناصر } \Omega}$		
	مثال : نرمي زهرة نرد غير مزيفة ذات ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 . لدينا : مجموعة المخارج هي : $\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$ بما أن : زهرة النرد غير مزيفة (أي أن كل الوجوه لها نفس احتمال الظهور) فهذا يعني أنه من أجل كل عدد طبيعي i من 1 إلى n فإن : $p_i=\dfrac{1}{6}$. و منه : احتمال الحادثة A : الحصول على رقم زوجي هو : $\dfrac{3}{6}$	10 د	
	خواص: ① $p(\Omega)=1$ و $p(\varnothing)=0$. ② A حادثة لدينا : $0\leq p(A)\leq 1$ ③ A و B حادثتان كيفيتان لدينا : $p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)$. ④ A و B حادثتان غير متلائمتان لدينا : $p(A\cup B)=p(A)+p(B)$. ⑤ $\overline{A}$ الحادثة العكسية للحادثة A لدينا : $p(\overline{A})=1-p(A)$		
تفويم	**تمرين تطبيقي :** يحتوي كيس على 15 كرية مرقمة من 1 إلى 15 نسحب كرية واحدة و نسجل رقمها . ① عين المجموعة الشاملة Ω . ② عين الحادثة A : الحصول على رقم مضاعف للعدد 5 . ③ عين الحادثة B : الحصول على رقم مضاعف للعدد 3 . ④ عين الحوادث $A\cap B$ و $\overline{A}$ و $\overline{B}$ ثم استنتج الحادثتين $\overline{A}\cap\overline{B}$ و $\overline{A\cap B}$. حيث : $\overline{A}$ و $\overline{B}$ و $\overline{A\cap B}$ هي الحوادث العكسية للحوادث A و B و $A\cap B$ على الترتيب ⑤ احسب $p(A)$ ، $p(B)$ ، $p(A\cap B)$ و $p(A\cup B)$ ثم استنتج $p(\overline{A})$ ، $p(\overline{B})$ و $p(\overline{A\cap B})$ حل التمرين 03 صفحة 218 حل التمرين 41 و 42 و 44 صفحة 223	20 د	

ملاحظات عامة حول الحصة: .....

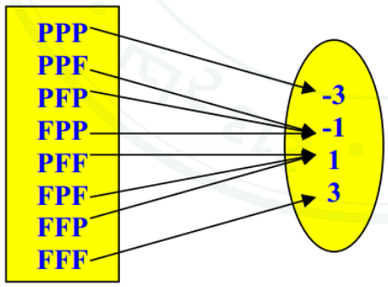
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

المؤسسة: سليماني جلول — الأستاذ: بلبحري كمال — المادة : رياضيات
المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية
المحتوى المعرفي : الاحتمالات
الكفاءات المستهدفة: – تعيين قانون احتمال متغير عشوائي .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية:		
	تذكير :		
	لتكن Ω مجموعة النتائج الممكنة لتجربة عشوائية حيث : $\Omega = \{x_1, x_2, x_3, ..., x_n\}$ و ليكن p احتمال على Ω .	10 د	
	⋆ أمل قانون الاحتمال هو العدد E حيث : $E = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$.		
	⋆ تباين قانون الاحتمال هو العدد V حيث : $V = \sum_{i=1}^{n} (x_i - E)^2 p_i$.		
	⋆ الانحراف المعياري لقانون الاحتمال هو العدد $\sigma = \sqrt{V}$		
	❶ المتغير العشوائي :		
	مثال تمهيدي : نرمي قطعة نقدية متوازنة 3 مرات متتابعة و نسجل النتيجة وجه F و ظهر P .		
	مجموعة المخارج هي : $\Omega = \{PPP, PPF, PFP, PFF, FPP, FPF, FFP, FFF\}$		
	نعتبر اللعبة التالية : يربح اللاعب دينارا واحدا كلما ظهر (وجه F) و يخسر دينارا واحدا كلما ظهر (ظهر P) .	15 د	
بناء المفاهيم:	⋆ نعتبر الدالة X التي ترفق بكل نتيجة الربح (أو الخسارة) المناسب لها . يسمى X المتغير العشوائي المعرف على Ω		
			
	تعريف: Ω المجموعة الشاملة لتجربة عشوائية . نسمي متغيرا عشوائيا كل دالة عددية معرفة على Ω .	15 د	
	❷ قانون احتمال متغير عشوائي :		
	في المثال السابق نبحث عن احتمال الحادثة : يكون الربح دينارا واحدا		
	مثلا : نعبر عن هذه الحادثة بالكتابة ($X = 1$) ، و تتحقق هذه الحادثة لما تتحقق الحادثة A حيث : $A = \{PFF, FFP, FPF\}$.		

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

لكن $p(A)=\frac{3}{8}$ نكتب : $p(X=1)=\frac{3}{8}$

الجدول التالي يمثل قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

الربح x	−3	−1	1	3
P(X = x)	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

تعريف:

قانون احتمال لمتغير عشوائي X هو الدالة المعرفة على I (مجموعة قيم X) و التي ترفق بكل قيمة x_i من I العدد $p(X=x_i)$.

❸ الأمل الرياضياتي :

(Ω,p) فضاء احتمالي ، X متغير عشوائي على Ω قيمه (x_i) و احتمالاتها (p_i)

حيث : i عدا طبيعي غير معدوم .

⋆ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X هو العدد الحقيقي المعرف بـ :

$$E(X)=\sum_{i=1}^{n}p_ix_i$$

مثال :

الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X المعرف في المثال السابق هو العدد :

$$E(X)=(-3)\times\frac{1}{8}+(-1)\times\frac{3}{8}+1\times\frac{3}{8}+3\times\frac{1}{8}=0$$

10 د

ملاحظة :

⋆ إذا كان $E(X)=0$ نقول عن اللعبة إنها عادلة .

بناء المفاهيم:

❹ الانحراف المعياري :

(Ω,p) فضاء احتمالي ، X متغير عشوائي على Ω قيمه (x_i) و احتمالاتها (p_i)

و أمله الرياضياتي $E(X)$.

الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X هو الجذر التربيعي للتباين $V(X)$ و نرمز إليه بـ : $\sigma(X)$

حيث : $V(X)=\sum_{i=1}^{n}p_i(x_i-E(X))^2=E(X^2)-(E(X))^2$

مثال : (المثال السابق)

$V(X)=9\times\frac{1}{8}+1\times\frac{3}{8}+1\times\frac{3}{8}+9\times\frac{1}{8}-0^2=3$ و $\sigma(X)=\sqrt{3}$

10 د

ملاحظات عامة حول الحصة: .....

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

خواص الأمل الرياضياتي والتباين لمتغير عشوائي :

مبرهنة:

X و Y متغيران عشوائيان معرفان على نفس الوضعية و a عدد حقيقي .

لدينا : $E(X+Y)=E(X)+E(Y)$ و $E(aX)=aE(X)$

حيث $E(X+Y)$ و $E(aX)$ هما الأملان الرياضياتيان لكل من $X+Y$ و aX .

ينتج من المبرهنة السابقة الخواص التالية :

خواص:

X متغير عشوائي و a ، b عددان حقيقيان .

① $E(X+b)=E(X)+b$

② $V(X)=E(X-E(X))^2=E(X^2)-(E(X))^2$

③ $V(aX)=a^2V(X)$ و $\sigma(aX)=\mid a \mid \sigma(X)$

④ $V(X+b)=V(X)$ و $\sigma(X+b)=\sigma(X)$

تمرين تطبيقي «①» :

نرمي قطعة نقد متوازنة ثلاث مرات متتالية في الهواء ، و نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل رمية عدد مرات ظهور الوجه .

① اكتب قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

② احسب الأمل الرياضياتي للمتغير X .

③ احسب التباين و الانحراف المعياري للمتغير X .

الحـــل :

بناء المفاهيم:

❖ نعين عدد الحالات الممكنة باستعمال شجرة الامكانيات :



لدينا :

$\Omega=\{FFF,FFP,FPF,FPP,PFF,PFP,PPF,PPP\}$

و عليه : عدد الحالات الممكنة هو : 8

10 د

25 د

❖ قيم X هي : 0 ، 1 ، 2 ، 3

① قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X :

❖ الحادثة $X=0$ هي عدم ظهور الوجه ومنه : $P(X=0)=\frac{1}{8}$

❖ الحادثة $X=1$ هي ظهور الوجه مرة واحدة و منه : $P(X=1)=\frac{3}{8}$

❖ الحادثة $X=2$ هي ظهور الوجه مرتين و منه : $P(X=2)=\frac{3}{8}$

❖ الحادثة $X=3$ هي ظهور الوجه ثلاث مرات و منه : $P(X=3)=\frac{1}{8}$

تجمع النتائج في الجدول التالي :

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

ملاحظات عامة حول الحصة: .....

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	② حساب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X : $E(X)=0\times\frac{1}{8}+1\times\frac{3}{8}+2\times\frac{3}{8}+3\times\frac{1}{8}=\frac{3}{2}$ ③ حساب التباين و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X : ✣ التباين : $V(X)=0^2\times\frac{1}{8}+1^2\times\frac{3}{8}+2^2\times\frac{3}{8}+3^2\times\frac{1}{8}-\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$ ✣ الانحراف المعياري : $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\frac{\sqrt{3}}{2}\simeq 0.87$ تمرين تطبيقي «②» : يحتوي كيس على 3 كريات بيضاء و 4 كريات حمراء و 10 كريات سوداء لا نفرق بينها باللمس . نسحب عشوائيا كرية من الكيس فيربح الساحب دينارا واحدا إذا كانت الكرية سوداء ، يربح ثلاثة دنانير إذا كانت حمراء و 10 دنانير إذا كانت الكرية بيضاء . نعرف المتغير العشوائي X الذي يأخذ قيمة الربح المحتمل في اللعبة . ① عين القيم الممكنة لـ X . ② عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X . ③ احسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X . ④ احسب التباين و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X . الحـــل : ① القيم الممكنة لـ X : 1 ، 3 ، 10 ② قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X : ✣ الحادثة $X=1$ هي سحب كرية سوداء و منه : $P(X=1)=\frac{10}{17}$ ✣ الحادثة $X=3$ هي سحب كرية حمراء و منه : $P(X=3)=\frac{4}{17}$ ✣ الحادثة $X=3$ هي سحب كرية بيضاء و منه : $P(X=10)=\frac{3}{17}$ تجمع النتائج في الجدول التالي :	25 د	
تقويم	③ حساب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X : $E(X)=1\times\frac{10}{17}+3\times\frac{4}{17}+10\times\frac{3}{17}=\frac{52}{17}$ ④ حساب التباين و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X : ✣ التباين : $V(X)=1^2\times\frac{10}{17}+3^2\times\frac{4}{17}+10^2\times\frac{3}{17}-\left(\frac{52}{17}\right)^2=\frac{3178}{289}$ ✣ الانحراف المعياري : $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\frac{\sqrt{3178}}{17}\simeq 3.32$ حل التمرين 38 صفحة 222		

x_i	1	3	10
$P(X=x_i)$	$\frac{10}{17}$	$\frac{4}{17}$	$\frac{3}{17}$

ملاحظات عامة حول الحصة: .....

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

المؤسسة: سليماني جلول الأستاذ: بلبحري كمال المادة : رياضيات
المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية
المحتوى المعرفي : الاحتمالات
الكفاءات المستهدفة: – تنظيم معطيات من أجل عدها باستعمال المبدأ الأساسي للعد .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية:		
	نشاط: ✍ ما هو عدد الأعداد التي يمكن تشكيلها من الأرقام : 2 ، 3 ، 5 إذا كانت هذه الأعداد تتكون من : ① رقمين ② رقمين مختلفين ③ ثلاثة أرقام مختلفة	10 د	مناقشة النشاط من طرف التلاميذ
بناء المفاهيم:	**العـــد (القوائم ، الترتيبات ، التبديلات) :** ❶ القوائم :		
	تعريف: E مجموعة متهية عدد عناصرها n (n عدد طبيعي غير معدوم) و p عدد طبيعي ($p \geq 1$) . نسمي قائمة ذات p ($p \geq 1$) عنصرا من E كل متتالية مرتبة من p عنصرا من عناصر E . حيث : عدد القوائم ذات p عنصرا من E هو : n^p		
	التفسير: ⋆ لكل عنصر من عناصر القائمة توجد n إمكانية ، إذن عدد القوائم ذات p عنصرا من E هو : $\underbrace{n \times n \times n \times .... \times n}_{p \text{ مرة}}$ أي هو : n^p		
	أمثلة: ⋆ عدد الطرائق الممكنة لتلوين مكعب بثلاثة ألوان مختلفة هو : 3^6 طريقة . ⋆ عدد الطرائق الممكنة لسحب كريتين على التوالي مع الإعادة من كيس يحتوي على 12 كرية هو : 12^2 طريقة .		
	❷ الترتيبات :	15 د	
	تعريف: E مجموعة متهية عدد عناصرها n (n عدد طبيعي غير معدوم) و p عدد طبيعي ($1 \leq p \leq n$) . نسمي ترتيبة p عنصرا من E كل متتالية مرتبة من p عنصرا متمايزة مثنى مثنى من عناصر E . عدد ترتيبات p عنصرا من E هو العدد الطبيعي : A_n^p حيث : $A_n^p = n(n-1)(n-2)...(n-p+1)$		

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

المؤسسة: ثانوية سليماني جلول | مذكرة رقم 3 | الأستاذ: بلبحري كمال

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	**التفسير:** ⋆ لتكوين ترتيبة توجد n إمكانية للعنصر الأول ثم $(n-1)$ للعنصر الثاني ..... و أخيرا $(n-p+1)$ للعنصر الأخير الذي رتبته p . **ملاحظة:** الترتيبة هي قائمة عناصرها متمايزة مثنى مثنى . **أمثلة:** ⋆ عدد اللجان الممكن تكوينها في قسم يتكون من 30 تلاميذا تضم رئيس و نائب و أمين هو : $A_{30}^3 = 30 \times 29 \times 28 = 24360$ طريقة . ⋆ عدد الطرائق الممكنة لتوزيع 7 سيارات على 9 أماكن فارغة في موقف السيارات هو : $A_9^7 = 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 4 \times 4 \times 3 = 181440$ طريقة . ⋆ عدد الطرائق الممكنة لسحب كريتين على التوالي دون الإعادة من كيس يحتوي على 12 كرية هو : $A_{12}^2 = 12 \times 11$ طريقة . ❸ **الترتيبات :**	15 د	
	تعريف: نسمي تبديلة لعناصر المجموعة E كل ترتيبة n عنصرا من E . عدد تبديلات مجموعة ذات n عنصرا هي العدد الطبيعي : A_n^n حيث : $A_n^n = n(n-1)(n-2)... \times 2 \times 1$ نرمز لهذا العدد بـن: $n!$ أي : $n! = n(n-1)(n-2)... \times 2 \times 1$ و يقرأ : n عاملي .	10 د	
	مثال: ⋆ $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ **اصطلاح:** $0! = 1$ **مثال:** ⋆ عدد الطرائق الممكنة لترتيب 5 أشخاص للدخول على إحدى المصالح الإدارية هو : $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ طريقة . **ملاحظة:** يمكن كتابة عدد الترتيبات ذات p عنصر من مجموعة بها n عنصر كما يلي : $A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$ **مثلا:** $A_8^5 = \frac{8!}{3!} = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 6720$	10 د	
تقويم	**تمرين تطبيقي :** يتكون رقم الهواتف النقالة لشبكة موبيليس من 10 أرقام حيث أول رقمين فيها هما 06 ثابتين . ① ما هو عدد الخطوط الممكن تكوينها ؟ ② ما هو عدد الخطوط الممكن تكوينها بحيث الأرقام الثمانية الأخيرة متمايزة مثنى مثنى ؟		

ملاحظات عامة حول الحصة: .....

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

المؤسسة: سليماني جلول — الأستاذ: بلبحري كمال — المادة : رياضيات
المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية
المحتوى المعرفي : الاحتمالات

الكفاءات المستهدفة: – تنظيم معطيات من أجل عدها باستعمال المبدأ الأساسي للعد .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية:		
بناء المفاهيم:	**التوفيقات ـ دستور ثنائي الحد :** ❶ التوفيقات :	20 د	

تعريف: E مجموعة منتهية عدد عناصرها n (n عدد طبيعي غير معدوم) و p عدد طبيعي حيث ($0 \leq p \leq n$) .
نسمي توفيقة ذات p عنصرا من عناصر E كل جزء من E ذي p عنصرا من عناصر E .
نرمز لعدد التوفيقات ذات p عنصرا من مجموعة ذات n عنصر بـ : C_n^p أو $\binom{p}{n}$
و المعرف بـ : $C_n^p = \dfrac{A_n^p}{p!} = \dfrac{n!}{p!(n-p)!}$

مثلا:
$$C_{10}^2 = \frac{10!}{2!(10-2)!} = 45$$

أمثلة:
⋆ عدد الطرائق الممكنة لاختيار تلميذين من بين 28 تلميذا هو :
$C_{28}^2 = \dfrac{28!}{2!(28-2)!} = 378$ طريقة .

⋆ عدد الطرائق الممكنة لسحب 3 كريات في آن واحد من كيس يحتوي على 12 كرية هو : C_{12}^3 طريقة .

ملاحظة :
⋆ عدد أجزاء E ذات n عنصرا هو 1 لأن E هي الجزء الوحيد الذي يشمل n عنصرا
و منه : $C_n^n = \dfrac{n!}{n!(0)!} = 1$

⋆ لدينا كذلك : $C_n^1 = n$ و $C_n^0 = 1$

تطبيق:
يلتقي عشرة أصدقاء في حفل ، يصافح كل منهم الأشخاص التسعة الآخرين مرة واحدة فقط .
❖ كم عدد المصافحات التي جرت في الحفل ؟

حل التطبيق:
إذا الأول تصافح مع الثاني فالثاني تصافح مع الأول .
إذن هناك مصافحتين بين كل صديقين و عليه عدد المصافحات هو : $C_{10}^2 = 45$ مصافحة .

15 د

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

بناء المفاهيم:

خواص:

① من أجل كل عددين طبيعيين n و p حيث $(0 \leq p \leq n)$ لدينا : $C_n^p = C_n^{n-p}$

② من أجل كل عددين طبيعيين n و p حيث $(1 \leq p \leq n-1)$.

لدينا : $C_n^p = C_{n-1}^p + C_{n-1}^{p-1}$

n \ p	0	1	2	3	4	5	6
0	1						
1	1	1					
2	1	2	1				
3	1	3	3	1			
4	1	4	6	4	1		
5	1	5	10	10	5	1	
6	1	6	15	20	15	6	1

ملاحظة :

⋆ تمكننا الخاصية الثانية من حساب C_n^p إذا علمنا C_{n-1}^p و C_{n-1}^{p-1} كما هو مبين في الشكل المقابل (مثلث باسكال)

20 د

❷ دستور ثنائي الحد :

مبرهنة: من أجل كل عددين حقيقيين a و b من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n لدينا : $(a+b)^n = \sum_{p=0}^{n} C_n^p a^{n-p} b^p$

20 د

البرهان : (نستعمل الاستدلال بالتراجع)

مثال:

$$(x+1)^5 = \sum_{p=0}^{5} C_5^p a^{5-p}(1)^p = x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x + 1$$

❸ طرائق العد :

الطريقة/ المطلوب	تشكيل أعداد	تشكيل لجان	سحب من كيس	مجموعات
قائمة	الأرقام يمكن أن تتكرر	//	على التوالي مع الإعادة	//
ترتيبة	الأرقام لا تتكرر	المهام محددة	على التوالي دون إعادة	//
توفيقة	//	المهام غير محددة	في آن واحد	أجزاء مجموعة

تمرين تطبيقي : يحتوي كيس على 32 كرية لا نفرق بينها عند اللمس نسحب 8 كريات عشوائيا .

ما هو عدد الطرائق الممكنة إذا كان :

① السحب في آن واحد .

② السحب على التوالي و دون إرجاع .

③ السحب على التوالي مع الإرجاع .

45 د

تقويم

حل التمرين 15و16صفحة 219

حل التمرين 30و34صفحة 221

ملاحظات عامة حول الحصة: .....

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

المؤسسة: سليماني جلول الأستاذ: بلبحري كمال المادة : رياضيات
المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية
المحتوى المعرفي : الاحتمالات
الكفاءات المستهدفة: – توظيف الاحتمالات الشرطية لحل مسائل .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية:		
	الاحتمالات الشرطية :		
	مناقشة النشاط 6 صفحة 201:	15 د	مناقشة النشاط من طرف التلاميذ

اللغة الحية	إنجليزية (A)	ألمانية (D)	المجموع
بنون (G)	130	50	180
بنات (F)	140	80	220
المجموع	270	130	400

① احتمال أن يكون التلميذ المختار بنتا هو : $p(F)=\frac{220}{400}=\frac{11}{20}$

② احتمال أن يكون التلميذ المختار يدرس الألمانية هو : $p(D)=\frac{130}{400}=\frac{13}{40}$

③ احتمال أن يكون التلميذ المختار يدرس الألمانية علما أنه بنت هو : $p_F(D)=\frac{80}{220}=\frac{4}{11}$

④ حساب $\frac{p(D\cap F)}{p(F)}$:

لدينا : $p(D\cap F)=\frac{80}{400}=\frac{1}{5}$ و منه : $\frac{p(D\cap F)}{p(F)}=\frac{\frac{1}{5}}{\frac{11}{20}}=\frac{4}{11}$

المقارنة : $p_F(D)=\frac{p(D\cap F)}{p(F)}$

بناء المفاهيم:

الإحتمال الشرطي :

(Ω,p) فضاء احتمالي ، A و B حادثتان حيث $p(A)\neq 0$.

تعريف: احتمال الحادثة B علما أن A (أي الحادثة A محققة)

هو العدد $p_A(B)$ المعرف بـ : $p_A(B)=\frac{p(A\cap B)}{p(A)}$

مثال : نرمي قطعة نرد غير مزيفة مرقمة من 1 إلى 6 . | 15 د

ـ ما هو احتمال الحصول على رقم فردي علما أنه مضاعف للعدد 3 ؟

حل :

نضع : A : الحصول على عدد مضاعف لـ 3 ، B : الحصول على عدد فردي

نجد : $A=\{3,6\}$ ، $B=\{1,3,5\}$ ، $A\cap B=\{3\}$

و بالتالي : $p(A)=\frac{2}{6}$ و $p(A\cap B)=\frac{1}{6}$ ومنه : $p_A(B)=\frac{p(A\cap B)}{p(A)}=\frac{1}{2}$

لاحظ أن : الأرقام التي هي من مضاعفات 3 في التجربة هي : 3 ، 6

احتمال الحصول على عدد فردي منها هو : $\frac{1}{2}$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

ملاحظات :

⋆ يجب أن نفرق بين العبارتين : (A و B) و (B علما أن A)

الأولى تعني : تحقق الحادثتين A و B في آن واحد .

الثانية تعني : تحقق B يتبع تحقق A و A محققة سلفا .

⋆ عند تساوي الاحتمال يكون :

$$p_A(B) = \frac{\text{عدد عناصر المجموعة } A \cap B}{\text{عدد عناصر المجموعة } A}$$

بناء المفاهيم:

تمرين تطبيقي : يحتوي كيس على 5 كرات سوداء مرقمة بـ $2,1,1,1,1$ و 3 كرات بيضاء مرقمة بـ $2,1,1$. — 5 د

نسحب من الكيس كرتين في آن واحد .

① احسب احتمال الحصول على كرتين مجموع رقميهما 2

② احسب احتمال الحصول على كرتين سوداوين مجموع رقميهما 2

③ احسب احتمال الحصول على كرتين سوداوين علما أن مجموع رقميهما 2

حل التمرين التطبيقي :

• عدد الحالات الممكنة لهذا السحب هو : $C_8^2 = 28$

① لتكن الحادثة A : الحصول على كرتين مجموع رقميهما 2

إذن : $p(A) = \frac{C_6^2}{28} = \frac{15}{28}$

② لتكن الحادثة B : الحصول على كرتين سوداوين

و لتكن الحادثة $A \cap B$: الحصول على كرتين سوداوين و مجموع رقميهما 2

إذن : $p(A \cap B) = \frac{C_4^2}{28} = \frac{6}{28} = \frac{3}{14}$

③ لدينا : $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ — 25 د

تقويم

حل التمرين 47و 50و 52صفحة 224

ملاحظات عامة حول الحصة: .....

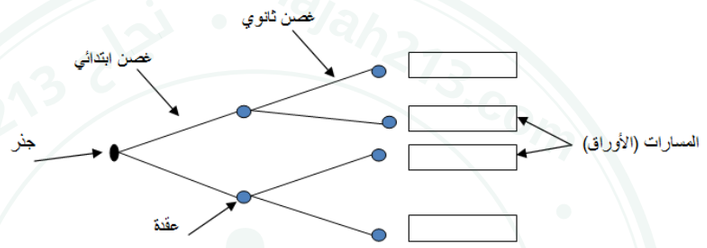
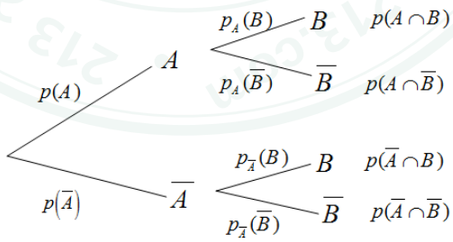
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

المؤسسة: سليماني جلول الأستاذ: بلبحري كمال المادة : رياضيات
المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية
المحتوى المعرفي : الاحتمالات
الكفاءات المستهدفة: – توظيف شجرة الاحتمالات لحل مسائل في الاحتمالات الشرطية .

– سير الحصة

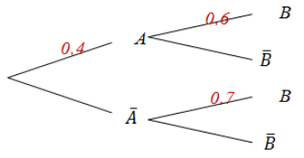
المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية:		
	شجرة الاحتمالات :	15 د	
			
	فواعد استعمال شجرة الاحتمالات :		
	⋆ فرع يبدأ من البداية حتى نهاية طرف الشجرة يمثل تقاطعات كل الحوادث الموجودة في مساره .		
	⋆ مجموع الاحتمالات المكتوبة على الفروع المرسومة من نفس العقدة يساوي 1 .		
	⋆ احتمال الحادثة الممثلة بطرق تساوي جداء الاحتمالات المكتوبة في فروع هذا المسار .		
	⋆ كل عقدة من الشجرة تمثل مرحلة من التجربة .		
	⋆ مثلا : على مسار A ، B ، C نكتب الاحتمالات : $p(A)$ ، $p_A(B)$ ، $p_{A\cap B}(C)$ و هذا المسار يمثل الحادثة $A\cap B\cap C$.		
بناء المفاهيم:	مثال :		
			
	لدينا مايلي :	10 د	
	$p(A\cap B)=p(A)\times p_A(B)$ $p(A\cap\overline{B})=p(A)\times p_A(\overline{B})$ $p(\overline{A}\cap B)=p(\overline{A})\times p_{\overline{A}}(B)$ $p(\overline{A}\cap\overline{B})=p(\overline{A})\times p_{\overline{A}}(\overline{B})$		
	$p(B)=p(A\cap B)+p(\overline{A}\cap B)$ $p(\overline{B})=p(A\cap\overline{B})+p(\overline{A}\cap\overline{B})$		

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

مثال تطبيقي : إليك الشجرة التالية :



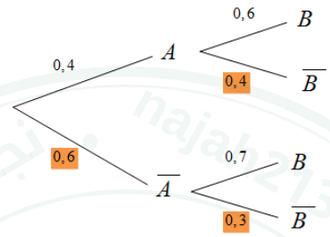
① عين الاحتمالات الناقصة .

② احسب $p(A\cap B)$ ، $p(A\cap\overline{B})$ ، $p(\overline{A}\cap B)$ و $p(\overline{A}\cap\overline{B})$

حل المثال التطبيقي :

① تعيين الاحتمالات الناقصة :

بناء المفاهيم: — 10 د



② حساب الاحتمالات :

$p(A\cap B)=0.4\times0.6=0.24$ $\quad p(A\cap\overline{B})=0.4\times0.4=0.16$

$p(\overline{A}\cap B)=0.6\times0.7=0.42$ $\quad p(\overline{A}\cap\overline{B})=0.6\times0.3=0.18$

ملاحظة :

⋆ غالبا ما يكون حساب الاحتمال $p(A\cap B)$ مباشرة صعب لذلك يكفي معرفة $p_A(B)$ أو $p_B(A)$ لحسابه . — 10 د

لدينا : $p(A\cap B)=p(A).p_A(B)$ و $p(A\cap B)=p(B).p_B(A)$

تمرين تطبيقي : في ورشة عمل ، 2% من القطع المصنوعة معيبة .

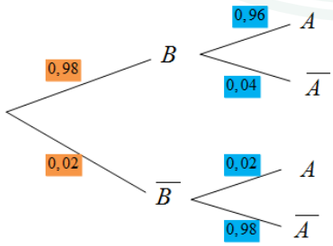
قررنا المراقبة التالية :

- إذا كانت القطعة جيدة ، فإن احتمال قبولها هو : 0,96
- إذا كانت القطعة معيبة ، فإن احتمال رفضها هو : 0,98

نختار عشوائيا قطعة و نفرض أن كل الاختيارات متساوية الاحتمال .

ـ ما هو احتمال أن تكون القطعة جيدة و مرفوضة ؟

حل التمرين التطبيقي :



نرمز للحادثة A : القطعة مقبولة

نرمز للحادثة B : القطعة جيدة

و نستعمل شجرة الاحتمالات : — 15 د

تقويم

$p(B\cap\overline{A})=p(B).p_B(\overline{A})=0.98\times0.04=0.0392$

حل التمرين 47و52صفحة 224

ملاحظات عامة حول الحصة: .....

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

المؤسسة: سليماني جلول الأستاذ: بلبحري كمال المادة : رياضيات
المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية
المحتوى المعرفي : الاحتمالات
الكفاءات المستهدفة: – التعرف على استقلال أو ارتباط حادثتين .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية:		
بناء المفاهيم:	**الحوادث المستقلة والمتغيرات العشوائية المستقلة :** ❶ الحوادث المستقلة : (Ω, p) فضاء احتمالي ، A و B حادثتان .	10 د	
	تعريف: نقول عن الحادثتين A و B إنهما مستقلتان إذا وفقط إذا كان تحقق إحداهما لا يغير من احتمال تحقق الأخرى .		
	مبرهنة: نقول عن الحادثتين A و B إنهما مستقلتان إذا وفقط إذا كان : $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$		
	نتيجة: إذا كان $p(A) \neq 0$ فإن : $p_A(B) = p(B)$		
	مثال «①» : نرمي قطعة نرد غير مزيفة مرقمة من 1 إلى 6 و نعتبر الحادثتين . A : تحصل على عدد زوجي B : تحصل على عدد أولي . ـ هل الحادثتان A و B مستقلتان ؟ **حل :** $p(A) = \frac{1}{2}$ و $p(B) = \frac{1}{2}$ و $p(A \cap B) = p(\{2\}) = \frac{1}{6}$ بما أن : $\frac{1}{6} \neq \frac{1}{4}$ فالحادثتان A و B غير مستقلتين .	15 د	
	مثال «②» : نرمي قطعة نقد غير مزيفة مرتين على التوالي و نعتبر الحادثتين . A : تحصل على الوجه في الرمية الأولى B : تحصل على الوجه في الرمية الثانية . ـ هل الحادثتان A و B مستقلتان ؟		

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

المراحل	التعبير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	حل : $p(A)=\frac{1}{2}$ و $p(B)=\frac{1}{2}$ و $p(A\cap B)=p((F,F))=\frac{1}{4}$ بما أن : $\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$ فالحادثتان A و B مستقلتان . **ملاحظات :** ⋆ في حالة استقلال الحوادث يكون احتمال قائمة النتائج هو جداء احتمالات كل النتائج (يحدث هذا عموما في التجارب العشوائية المكررة) . ⋆ إذا كانت A و B حادثتين مستقلتين فإن A و $\overline{B}$ مستقلتين . ⋆ A و B مستقلتان لا يستلزم عموما أن A و B غير متلائمتين . ⋆ إذا كان A و B حادثتين غير متلائمتين مع : $p(A)\neq 0$ و $p(B)\neq 0$ فإن A و B غير مستقلتين ($p(A\cap B)=0$ و $p(A)\times p(B)\neq 0$) ❷ المتغيرات العشوائية المستقلة :	10 د	
	تعريف: X و Y متغيران معرفان على نفس مجموعة الامكانيات E . لتكن $x_1,x_2,....,x_n$ قيم المتغير X و $y_1,y_2,....,y_n$ قيم المتغير Y . نقول إن X و Y مستقلان عندما تكون الحادثتان $(X=x_i)$ و $(Y=y_i)$ مستقلتان من أجل كل i و j حيث : $(1\leq i\leq n$و$1\leq j\leq m)$.		
	ملاحظة : ⋆ متغيران عشوائيان مرتبطان بتجربتين مختلفتين مستقلان . تمرين تطبيقي «①» : صندوق به 3 قريصات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 و 3 قريصات صفراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 نسحب عشوائيا قريصة واحدة من الصندوق ، ليكن X المتغير العشوائي حيث $X=1$ القريصة المسحوبة بيضاء و إلا $X=0$. و ليكن Y المتغير العشوائي الذي يرفق كل سحبة برقم القريصة المسحوبة . ① عرف قانون الاحتمال لكل من X و Y . ② برهن أن X و Y مستقلان .	25 د	
تقويم	تمرين تطبيقي «②» : في مسابقة يجيب مترشح عن عدد من الاسئلة و يشار للجواب الصحيح بالعدد 1 و للخاطيء بالعدد 0 . نعتبر الحادثتين : A : ليس للأجوبة نفس الإشارة B : جواب واحد على الأكثر له إشارة 0 . ① إذا كان عدد الأسئلة اثنين ، هل A و B مستقلتان ؟ ② إذا كان عدد الأسئلة ثلاثة ، هل A و B مستقلتان ؟ حل التمرين 62صفحة 227		

ملاحظات عامة حول الحصة: .....

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

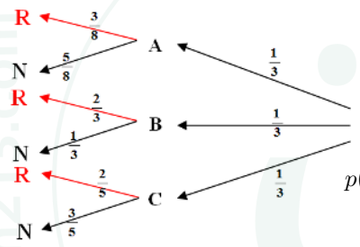
المؤسسة: سليماني جلول الأستاذ: بلبحري كمال المادة : رياضيات
المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية
المحتوى المعرفي : الاحتمالات
الكفاءات المستهدفة: – توظيف دستور الاحتمالات الكلية لحل مسائل تتعلق بالسحب من أكثر من كيس .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية:		
بناء المفاهيم:	**الاحتمالات الكلية :** ❶ تجزئة مجموعة : ⋆ نسمي تجزئة مجموعة أجزاء لهذه المجموعة كلها ليست خالية ، منفصلة مثنى مثنى (لا يوجد جزءان لهما عنصر مشترك) و اتحادهما المجموعة الكلية . ① $A_i \neq \varnothing$ ② $A_i \cap A_j = \varnothing$ ③ $A_1 \cup A_2 \cup ..... \cup A_n = \Omega$ ❷ دستور الاحتمالات الكلية : ⋆ لتكن A_1 ، A_2 ، ... ، A_n حوادث احتمالاتها غير معدومة تشكل تجزئة للمجموعة الشاملة Ω . لدينا من أجل كل حادثة B : $p(B) = p(A_1 \cap B) + p(A_2 \cap B) + ... + p(A_n \cap B)$ مع : $p(A_k \cap B) = p(A_k).p_{A_k}(B)$ من أجل كل k حيث : $1 \leq k \leq n$ لاحظ أن : $\{A_k \cap B; 1 \leq k \leq n\}$ تشكل تجزئة للحادثة B . **ملاحظة :** ⋆ قانون الاحتمالات الكلية يمكن ترجمته على شجرة الاحتمالات كما يلي : احتمال الحادثة E هو مجموع احتمالات المسارات المؤدية للحادثة E . **مثال :** تلميذ في قسم نهائي علوم تجريبية يعير نفس الاهتمام للمواد العلمية أو الأدبية . فإذا كان احتمال نجاحه في اختبار المواد العلمية في شهادة البكالوريا هو $\frac{1}{3}$ و احتمال نجاحه في باقي المواد هو $\frac{1}{4}$. ـ ما هو احتمال نجاحه في البكالوريا ؟ **حل :** نضع : A : النجاح في البكالوريا ، B : النجاح في المواد العلمية C : النجاح في المواد الأدبية . نجد من المعطيات : $p(B) = p(C) = \frac{1}{2}$ ، $p_B(A) = \frac{1}{3}$ ، $p_C(A) = \frac{1}{4}$ و بالتالي : $p(A) = p(A \cap B) + p(A \cap C) = p_B(A).p(B) + p_C(A).p(C) = \frac{7}{24}$	15 د 15 د	

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	**تمرين تطبيقي «①» :** (A) ، (B) ، (C) ثلاث صناديق حيث : الصندوق (A) يحتوي على 3 كريات حمراء و 5 كريات سوداء . الصندوق (B) يحتوي على كريتين حمراوين و كرية سوداء . الصندوق (C) يحتوي على كريتين حمراوين و 3 كريات سوداء . نأخذ عشوائيا أحد الصناديق و نسحب منه عشوائيا كرية واحدة . ① ما هو احتمال سحب كرية حمراء من الصندوق (A) ؟ ② ما هو احتمال سحب كرية حمراء ؟ ③ إذا كانت الكرية المسحوبة حمراء ، فما هو احتمال أن تكون قد سحبت من الصندوق (A) ؟ **الحـــل :** نرمز للكرية الحمراء بـ : R و للكرية السوداء بـ : N و ننشيء شجرة الاحتمالات ① احتمال سحب كرية حمراء من الصندوق (A) هو : $p(A\cap R)=\frac{1}{3}\times\frac{3}{8}=\frac{1}{8}$ ② احتمال سحب كرية حمراء هو : $p(R)=p(A\cap R)+p(B\cap R)+p(C\cap R)$ هناك ثلاث مسارات تؤدي إلى كرية حمراء و عليه $p(R)=\frac{1}{3}\times\frac{3}{8}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{5}=\frac{173}{360}$ ③ إذن : $p_R(A)=\frac{p(A\cap R)}{p(R)}=\frac{173}{45}$  	20 د	
تقويم	**تمرين تطبيقي «②» :** يتكون مصنع لانتاج الثلاجات من 3 أقسام حيث تساهم بـ 30% ، 60% ، 10% على الترتيب في الانتاج الكلي للمصنع و احتمالات أن تكون الثلاجة صالحة للاستعمال علما أنها صنعت في الأقسام الثلاثة هي : 0,75 ، 0,85 ، 0,90 على الترتيب . ✣ ما هو احتمال أن تكون الثلاجة المصنوعة في هذا المصنع صالحة للاستعمال ؟ **الحـــل :** نضع : F : الثلاجة صالحة للاستعمال في هذا المصنع C_i : الثلاجة أنتجت في القسم i مع: $i\in\{1,2,3\}$ لدينا : $p(F)=p(C_1\cap F)+p(C_2\cap F)+p(C_3\cap F)$ و عليه : $p(F)=p_{C_1}(F)p(C_1)+p_{C_2}(F)p(C_2)+p_{C_3}(F)p(C_3)$ أي : $p(F)=0,75\times0,3+0,85\times0,6+0,90\times0,1=0,822$ حل التمرين 65صفحة 228	10 د	

ملاحظات عامة حول الحصة: .....

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com