سلسلة تمارين حول العبارات الجبرية سنة 1 ثانوي

من إعداد الأستاذ: طيبي حسان

التمرين الأول:

1- حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

- $x^2-4x+3=0$
- $2x^2-x-10=0$
- $x^2+x-2=-3$

2- استنتج تحليلاً للعبارات السابقة.

3- أكتب العبارات السابقة على الشكل النموذجي.

التمرين الثاني:

نعتبر في $\mathbb{R}$ العبارة $E(x)$ حيث: $E(x)=x^2-x-6$

1- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $E(x)=0$.

2- حلل العبارة $E(x)$ الى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3- أدرس إشارة $E(x)$ ثم استنتج حلول المتراجحة $E(x)<0$

4- لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x^2-x-6$

أ) باستعمال الشكل النموذجي، بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن: $f(x)=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{25}{4}$

ب) عين السوابق الممكنة للعدد -6 .

ج) أدرس اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $\left[\frac{-1}{2};+\infty\right[$ و $\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right]$ ثم شكّل جدول تغيراتها.

التمرين الثالث:

نعتبر العبارة $A(x)$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $A(x)=4x^2-8x+3$

1- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $A(x)=0$ ثم استنتج تحليلاً للعبارة $A(x)$.

2- أدرس إشارة العبارة $A(x)$.

نضع : $g(x)=\frac{A(x)}{2-x}$

أ) عين القيم الممنوعة للعبارة $g(x)$.

ب) ادرس إشارة العبارة $2-x$ ثم استنتج إشارة العبارة $g(x)$.

ج) حلّ في $\mathbb{R}$ المتراجحة $g(x)\leq 0$.

التمرين الرابع:

لتكن العبارتان الجبريتان : $P(x)=(x+1)(2x+3)-(x^2-1)$

$Q(x)=x^2-4x+3$

1- حلّل كل من العبارتين $P(x)$ و $Q(x)$.

2- نضع : $K(x)=\frac{P(x)}{Q(x)}$

- عين القيم الممنوعة للعبارة $K(x)$
- أدرس إشارة العبارة $K(x)$.
- استنتج حلول المتراجحة $K(x)\geq 0$

رمضان مبارك وكل عامٍ وأنتم بخير

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

حل السلسلة:

حل التمرين الأول:

- حل المعادلات: $x^2-4x+3=0$

لدينا: $\Delta=(-4)^2-4(1)(3)$

$=4>0$

ومنه المعادلة $x^2-4x+3=0$ تقبل حلان مختلفان

$$x_1=\frac{4-\sqrt{4}}{2}=1$$

$$x_2=\frac{4+\sqrt{4}}{2}=3$$

إذاً: $S=\{1,3\}$

تحليل العبارة:

$$x^2-4x+3=(x-1)(x-3)$$

الشكل النموذجي:

نعلم أن $ax^2+bx+c=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}\right]$

$$x^2-4x+3=1\left[\left(x-\frac{4}{2\times1}\right)^2-\frac{4}{4(1)^2}\right]$$

$$=(x-2)^2-1$$

- حل المعادلة: $2x^2-x-10=0$

$$\Delta=(-1)^2-4(2)(-10)=81>0$$

إذا المعادلة تقبل في $\mathbb{R}$ حلان مختلفان

$$x_1=\frac{1+9}{2\times2}=\frac{5}{2}$$

$$x_2=\frac{1-9}{2\times2}=-2$$

إذاً: $S=\left\{\frac{5}{2},-2\right\}$

تحليل العبارة:

$$2x^2-x-10=2(x-\frac{5}{2})(x+2)$$

الشكل النموذجي:

نعلم أن $ax^2+bx+c=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}\right]$

$$2x^2-x-10=2\left[\left(x-\frac{1}{2\times2}\right)^2-\frac{81}{4(2)^2}\right]$$

$$=2\left(x-\frac{1}{4}\right)^2-\frac{81}{8}$$

- حل المعادلة $x^2+x-2=-3$: تكافئ $x^2+x-2+3=0$ أي $x^2+x+1=0$ بعد حساب المميز نجد $\Delta=-3<0$ المعادلة لا تقبل حلولا في $\mathbb{R}$ وبالتالي لا تقبل تحليلاً.

الشكل النموذجي:

$$ax^2+bx+c=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}\right]$$

إذا: $x^2+x+1=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}$

حل التمرين الثاني: $E(x)=x^2-x-6$

1- $E(x)=0$ معناه $x^2-x-6=0$

نحسب المميز: $\Delta=(-1)^2-4(1)(-6)=25>0$

ومنه المعادلة $E(x)=0$ تقبل حلين مختلفين

$$x_1=\frac{1-5}{2}=-2$$

$$x_2=\frac{1+5}{2}=3$$

$$S=\{-2,3\}$$

2- تحليل العبارة: نعلم أن

$$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$$

إذا: $E(x)=x^2-x-6=(x+2)(x-3)$

3- إشارة العبارة $E(x)$

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$E(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

حلول المتراجحة $E(x)<0$ هي قيم x التي تجعل $E(x)$ سالبة تماماً، من الجدول نجد:

$$S=]-2,3[$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

4- اثبات أن $f(x)=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{25}{4}$

باستعمال الشكل النموذجي:

$$x^2-x-6=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{25}{4}$$

5- دراسة اتجاه التغير: عُد إلى سلسلة الدوال المرجعية (سؤال سهل)

حل التمرين الثالث:

1- حل المعادلة $4x^2-8x+3=0$

نحسب المميز: $\Delta=(-8)^2-4(4)(3)=16>0$

إذا المعادلة $A(x)=0$ تقبل حلين مختلفين في $\mathbb{R}$

$$x_1=\frac{8-4}{8}=\frac{1}{2}$$

$$x_2=\frac{8+4}{8}=\frac{3}{2}$$

تحليل العبارة $A(x)=4\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{3}{2}\right)$

2- إشارة العبارة $A(x)$

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$A(x)$		+	0	-	0	+	

أ) $g(x)=\frac{A(x)}{2-x}$

القيم الممنوعة لـ $g(x)$: $g(x)$ معرفة إذا كان $2-x\neq 0$ أي

$x\neq 2$

ب) دراسة اشارة $2-x$:

$2-x>0$ إذا كان $x<2$ اي $x\in\left]-\infty,2\right[$

$2-x<0$ إذا كان $x>2$ أي $x\in\left]2,+\infty\right[$

اشارة $g(x)$: هي من اشارة $A(x)\times(2-x)$

ونلخصها في الجدول التالي:

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{2}$		2		$+\infty$
$A(x)$	+	0	-	0	+		+		
$2-x$	+		+		+	0	-		
$g(x)$	+		-		+	‖	-		

ج) حل المتراجحة $g(x)\leq 0$:

من الجدول السابق: $g(x)\leq 0$ إذا كان $x\in\left[\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right]\cup\left]2,+\infty\right[$

ملاحظة: المجال مفتوح عند القيمة 2 لأنها قيمة ممنوعة بالنسبة لـ $g(x)$.

حل التمرين الرابع:

1) تحليل كل من $P(x)$ و $Q(x)$

$$\begin{aligned}P(x)&=(x+1)(2x+3)-(x^2-1)\\&=(x+1)(2x+3)-(x-1)(x+1)\\&=(x+1)\left[(2x+3)-(x-1)\right]\\&=(x+1)(x+4)\end{aligned}$$

لتحليل $Q(x)$ يتوجب علينا إيجاد حلول المعادلة $x^2-4x+3=0$

$\Delta=(-4)^2-4(1)(3)=4>0$ إذا للمعادلة حلين مختلفين في $\mathbb{R}$ هما x_1 و x_2 حيث:

$$x_1=\frac{4-2}{2}=1$$

$$x_2=\frac{4+2}{2}=3$$

ومنه يكون $Q(x)=x^2-4x+3=(x-1)(x-3)$

3- تعيين القيم الممنوعة لـ $K(x)$

$K(x)$ معرفّة إذا كان $Q(x)\neq 0$ أي $x\neq 1$ و $x\neq 3$

ومنه $x\in\mathbb{R}-\{1,3\}$

4- إشارة العبارة $K(x)$:

إشارة العبارة $K(x)$ من اشارة $P(x)\times Q(x)$ ونلخص ذلك في الجدول التالي:

x	$-\infty$		-4		-1		1		3		$+\infty$
$P(x)$	+	0	-	0	+		+		+		
$Q(x)$	+		+		+	0	-	0	+		
$K(x)$	+		-		+	‖	-	‖	+		

حلول المتراجحة $K(x)\geq 0$: من الجدول:

$$x\in\left]-\infty,-4\right]\cup\left[-1,1\right[\cup\left]3,+\infty\right[$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً