najah213.com · نجاح 213

ثـــانويـــة : .....

العـــام الدراســـي : 2019/2018

المستوى : 3 رياضي + 3 تقني رياضي

المـــــدة : ســـاعتـــان

# إختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

## التمرين الأول : (06 نقاط)

فيمـا يلي إختر الجواب أول الأجوبة الصحيحة مع التعليل في كل مرّة :

1) نعتبر الدالة $f$ المعرّفة على $[0;2\pi]$ كما يلي : $f(x)=e^{-x}.\sin x$ ، و ليكن $(C_f)$ منحناها البياني في م.م.م.م $(O,\vec{i},\vec{j})$

❖ من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $[0;2\pi]$ تكون : $f'(x)=e^{-x}(\sin x+\cos x)$ .

❖ من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $[0;2\pi]$ تكون : $f'(x)=\sqrt{2}e^{-x}.\cos x(x+\frac{\pi}{4})$ .

❖ المماس للمنحني $(C_f)$ عند المبدأ معادلته هي : $y=x$ .

❖ من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $[0;2\pi]$ يكون : المنحني $(C_f)$ يقع بين المنحنيين $(C_g)$ وَ $(C_h)$ حيث : $g(x)=e^{-x}$ وَ $h(x)=-e^{-x}$ .

❖ المنحنيان $(C_f)$ وَ $(C_g)$ لهما نقطة مشتركة وحيدة فاصلتها هي : $\pi$ .

2) نعتبر الدالة $k$ المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $k(x)=\frac{2x^2}{x^2+1}-\ln(x^2+1)$ ، $(C_k)$ منحناها البياني في م.م.م.م $(O,\vec{i},\vec{j})$ .

❖ المبدأ $O$ هو مركز التناظر للمنحني $(C_k)$ .

❖ $\lim\limits_{x\to+\infty}k(x)=+\infty$ .

❖ من أجل كل عدد حقيقي $x$ تكون : $k'(x)=\frac{2x(1-x)(1+x)}{(x^2+1)^2}$ .

❖ من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $[0;1]$ ، تكون : $k(x)>0$ .

❖ المعادلة : $k(x)=1$ لا تقبل حلاً على المجال $[0;1]$ .

## التمرين الثاني : (08 نقاط)

نعتبر الدالة $f$ المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x-\frac{1}{4}(x+1)e^{-x}$ .

و ليكن $(C)$ منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ .

**الجزء الأوّل :**

1) أ) أحسب كلاًّ من : $f'(x)$ وَ $f''(x)$ .

ب) إستنتج تغيّرات الدالة $f'$ .

ج) بيّن أنّ المعادلة $f'(x)=0$ تقبل حلاًّ وحيداً $\alpha$ ، حيث : $-1,3<\alpha<-1,2$ .

د) إستنتج إشارة $f'(x)$ وَ تغيّرات الدالة $f$ ، ثمّ شكل جدول تغيّرات هذه الأخيرة .

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

2) أ) بيّن أنّ المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى $(C)$ بجوار $+\infty$ .

ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحنى $(C)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$ .

3) أنشئ كلاًّ من $(\Delta)$ وَ $(C)$ .

**الجزء الثاني :**

نعرّف على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ ، المتتالية $(u_n)$ كالآتي : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$ .

1) أ) باستعمال المنحنى $(C)$ و المستقيم $(\Delta)$ عيّن على محور الفواصل : $u_0$ ، $u_1$ ، $u_2$ .

ب) أعط تخمينا حول إتجاه و تقارب المتتالية $(u_n)$ .

2) أ) برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ تكون : $-1 < u_n < 0$ .

ب) برهن أنّ المتتالية $(u_n)$ متناقصة ، ثمّ استنتج أنّ لها نهاية $l$ لا يطلب حسابها .

3) أ) برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ تكون : $0 < u_{n+1}+1 < \frac{3}{4}(u_n+1)$ .

ب) إستنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ تكون : $0 < u_n+1 < (\frac{3}{4})^n$ . ماهي إذن نهاية المتتالية $(u_n)$ .

## التمرين الثالث : (06 نقاط)

I) نعتبر الدالة $g$ المعرّفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x) = \frac{e^x}{1+2e^x} - \ln(1+2e^x)$ .

1) أحسب نهاية الدالة $g$ عند $-\infty$ وَ $+\infty$ .

2) أدرس إتجاه تغيّر $g$ وَ شكل جدول تغيّراتها ، ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$ .

II) لتكن الدالة $f$ المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $f(x) = e^{-2x}.\ln(1+e^{2x})$ .

1) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x$ تكون : $f'(x) = 2e^{-2x} \times g(x)$ .

2) بوضع : $X = 1+2e^x$ ، بيّن أنّ : $f(x) = \frac{4X}{(X-1)^2} \times \frac{\ln X}{X}$ . إستنتج عندئذٍ نهاية الدالة $f$ عند $+\infty$ .

3) أحسب نهاية الدالة $f$ عند $-\infty$ ، (يمكن وضع : $h = 2e^x$) .

4) شكّل جدول تغيّرات الدالة $f$ .

5) ليكن $(C_f)$ هو المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ .

❖ $(1cm)$ هي الوحدة على محور التراتيب ، $(4cm)$ هي الوحدة على محور الفواصل .

أ) أكتب معادلة المماس $(T)$ للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

ب) أنشئ $(T)$ و المنحنى $(C_f)$ .

بالتوفيق للجميع ..... الأستاذ : بوع

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً