تطبيق:

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين بـ $f(x)=\sqrt{x^2-x}$ و $g(x)=\frac{1}{x}-1$

1) عين D_f مجموعة تعريف الدالة f وكذا D_g مجموعة تعريف الدالة g.

2) اكتب كل من الدالتين f و g على شكل مركب دالتين يطلب تعيينهما.

3) عرّف الدالتين $f\circ g$ ، $g\circ f$

الحل:

1)

• f معرفة إذا كان: $x^2-x\geq 0$ ، معناه $x(x-1)\geq 0$

معناه: $\begin{cases} x\geq 0 \\ \text{أو} \\ x-1\geq 0 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} x\geq 0 \\ \text{أو} \\ x\geq 1 \end{cases}$

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
x		$-$	0	$+$		$+$	
$x(x-1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

إذن $D_f=\ ]-\infty;0]\cup[1;+\infty[$

• g معرفة إذا كان $x\neq 0$ ومنه: $D_g=\mathbb{R}^*$

2)

• نضع $\begin{cases} u(x)=x^2-x \\ v(x)=\sqrt{x} \end{cases}$ ومنه: $(v\circ u)(x)=v[u(x)]=v(x^2-x)=\sqrt{x^2-x}=f(x)$

• نضع $\begin{cases} u(x)=x-1 \\ v(x)=\frac{1}{x} \end{cases}$ ومنه: $(u\circ v)(x)=u[v(x)]=u\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{x}-1=g(x)$

3)

تعريف $f\circ g$:

$$\begin{aligned} D_{f\circ g}&=\left\{x\ ;\ x\in D_g \text{ و } g(x)\in D_f\right\}\\ &=\left\{x\ ;\ x\in\mathbb{R}^* \text{ و } \left(\frac{1}{x}-1\right)\in\ ]-\infty;0]\cup[1;+\infty[\right\}\\ &=\left\{x\ ;\ x\in\mathbb{R}^* \text{ و } \left(\left(\frac{1}{x}-1\leq 0\right) \text{ أو } \left(\frac{1}{x}-1\geq 1\right)\right)\right\}\\ &=\left\{x\ ;\ x\in\mathbb{R}^* \text{ و } \left(\left(\frac{1}{x}\leq 1\right) \text{ أو } \left(\frac{1}{x}\geq 2\right)\right)\right\}\\ &=\left\{x\ ;\ x\in\mathbb{R}^* \text{ و } \left((x\geq 1) \text{ أو } \left(x\leq\frac{1}{2}\right)\right)\right\}\\ &=\left\{x\ ;\ x\in\mathbb{R}^* \text{ و } x\in\left]-\infty;\frac{1}{2}\right]\cup[1;+\infty[\right\}\\ &=\boxed{\ ]-\infty;0[\cup\left]0;\frac{1}{2}\right]\cup[1;+\infty[} \end{aligned}$$

ولدينا:

$$\begin{aligned} (f\circ g)(x)&=f[g(x)]\\ &=f\left(\frac{1}{x}-1\right)\\ &=\sqrt{\left(\frac{1}{x}-1\right)^2-\left(\frac{1}{x}-1\right)}\\ &=\sqrt{\frac{1}{x^2}+1-\frac{2}{x}-\frac{1}{x}+1}\\ &=\boxed{\sqrt{\frac{2x^2-3x+1}{x^2}}} \end{aligned}$$

تعريف $g\circ f$:

$$\begin{aligned} D_{g\circ f}&=\left\{x\ ;\ x\in D_f \text{ و } f(x)\in D_g\right\}\\ &=\left\{x\ ;\ (x\in\ ]-\infty;0]\cup[1;+\infty[) \text{ و } \sqrt{x^2-x}\in\mathbb{R}^*\right\}\\ &=\left\{x\ ;\ (x\in\ ]-\infty;0]\cup[1;+\infty[) \text{ و } (x^2-x)>0\right\}\\ &=\left\{x\ ;\ (x\in\ ]-\infty;0]\cup[1;+\infty[) \text{ و } (x\right.\\ &\qquad\left.\in\ ]-\infty;0[\cup\ ]1;+\infty[)\right\}\\ &=\boxed{\ ]-\infty;0[\cup\ ]1;+\infty[} \end{aligned}$$

ولدينا:

$$\begin{aligned} (g\circ f)(x)&=g[f(x)]\\ &=g\left(\sqrt{x^2-x}\right)\\ &=\frac{1}{\sqrt{x^2-x}}-1\\ &=\frac{1-\sqrt{x^2-x}}{\sqrt{x^2-x}}\\ &=\frac{\left(1-\sqrt{x^2-x}\right)\left(\sqrt{x^2-x}\right)}{x^2-x}\\ &=\boxed{\frac{-x^2+x+\sqrt{x^2-x}}{x^2-x}} \end{aligned}$$

$f\circ g$ هي الدالة المعرفة على

$D_{f\circ g}=\left\{x;\ g(x)\in D_f \text{ و } x\in D_g\right\}$

بالعبارة:

$(f\circ g)(x)=f[g(x)]$

♥ بالتوفيق والنجاح في بكالوريا 2023 ♥

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com