najah213.com · نجاح 213

Etablissement privé d'éducation et d'enseignement - L'Opiniâtre

المؤسسة الخاصة للتربية و التعليم - أوبينياتر

المستوى:الثالثة ثانوي رياضيات **ديسمبر 2019**

الاختبار الثلاثي الأول في الرياضيات **المدة :سا2.5**

التمرين الأول(4.5 نقط)

اجب بصحيح و خطأ مع التبرير

1) f الدالة المعرفة على$[0\ ;\ 2\pi]$ كما يلي : $f(x)=e^{-x}.sinx$. (C_f) منحناها البياني .

ا) - من اجل كل عدد حقيقي x من $[0\ ;\ 2\pi]$ تكون : $f\,'(x)=e^{-x}.(sinx+\cos x)$

ب)- من اجل كل عدد حقيقيx من $[0\ ;\ 2\pi]$ تكون :$f\,'(x)=\sqrt{2}\,e^{-x}.\cos(x+\frac{\pi}{4})$

ج) - المماس للمنحنى (C_f) عند المبدأ معادلته هي :$y=x$.

2) نعتبر الدالة kالمعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $k(x)=\frac{2x^2}{x^2+1}$. (C_k)منحناها البياني .

ا)– المبدأ O هو مركز تناظر للمنحنى (C_k)

ب)- $\lim\limits_{x\to+\infty} k(x)=+\infty$

ج) - من اجل كل عدد حقيقي xتكون : $k'(x)=\frac{2x(1-x)(1+x)}{(x^2+1)^2}$

التمرين الثاني(7.5 نقطة)

الجزء الأول

نعتبر الدالة f_α المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $f_\alpha(x)=e^{2x}-2\alpha e^{x}+3$

و ليكن (C_α) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath}\ )$.

1) عين حسب الوسيط الحقيقي α عدد القيم الحدية للدالة f_α .

عين بدلالة α إحداثيتي النقطة ω_α النقطة الحدية في حالة وجودها .

الجزء الثاني

نضع في كل ما يأتي : $\alpha=1$ ، و لتكن f_1 الدالة التي نريد دراستها و (C_1) تمثيلها البياني :

1) ادرس تغيرات الدالة f_1 و المستقيمات المقاربة .

2) عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_1) عند النقطة ذات الفاصلة $ln2$.

3) ارسم كلا من (T) و (C_1) .

4) ليكن (D_m) المستقيمات المعرفة ب : $y=mx+3-m\ ln\ 2$ ، حيث m وسيط حقيقي .

أ) بين أن المستقيمات (D_m) تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين إحداثياتها.

ب) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط m عدد نقاط تقاطع (C_1) مع (D_m) .

5) نعتبر gالمعرفة على $\mathbb{R}$ ب:

الدالة$g(x)=-e^{2x}+2e^{x}+3$

أ) اكتب $g(x)$ بدلالة $f_1(x)$.

ثم بين أن $(C\ ')$ و (C_1) متناظران بالنسبة للمستقيم (d) يطلب تحديد معادلته.

ب) ارسم المنحنى $(C\ ')$ منحنى الدالة g في المعلم السابق .

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين الثالث(8 نقطة)

الجزء الأول

نعتبر الدالتين h و g المعرفتين على المجال $]0;+\infty[$ ب:

$h(x)=x+(x-2)\ln x$; $g(x)=x-1-\ln x$

1) أ) ادرس تغيرات الدالة g .

ب) استنتج أن $g(x)\geq 0$ من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$.

2) بين انه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $h(x)=1+g(x)+(x-1)\ln x$

3) أ) بين انه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $(x-1)\ln x\geq 0$

ب) استنتج إشارة $h(x)$.

الجزء الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ ب:

$f(x)=1+x\ln x-(\ln x)^2$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$.

1) احسب النهايات عند أطراف مجال التعريف. فسر النتيجة هندسيا .

2) أ) بين انه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{h(x)}{x}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول التغيرات .

3) أ) عين معادلة (Δ) مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

ب) بين انه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $f(x)-x=(\ln x-1)\,g(x)$

ج) ادرس إشارة $f(x)-x$ ثم استنتج الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المماس (Δ) .

4) أنشئ (C_f) و (Δ) .

الجزء الثالث

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n كما يلي :

$$\begin{cases} u_0=\sqrt{e} \\ u_{n+1}=f(u_n) \end{cases}$$

1) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $1<u_n<e$

بالتوفيق

الرياضيات كالخيال و الخيال هو السلاح الوحيد الذي نمتلكه لمواجهة الواقع.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التصحيح النموذجي

رقم التمرين	الحل	العلامة	
التمرين 1	1) ا) خطأ لأن $f'(x) = e^{-x}.(\cos x - sinx)$ ب) صحيح. ج) صحيح . 2) ا) خطأ الدالة زوجية معناه تقبل محور تناظر. ب) خطأ لأن $\lim\limits_{x\to+\infty} k(x) = -\infty$ ج) صحيح .	0.75 0.75 0.75 0.75 0.75 0.75	4.5 ن
التمرين 2	**الجزء الأول** 1) $f'_\alpha(x) = 2\ e^{2x} - 2\alpha e^{x}$ القيم الحدية للدالة تحقق $f'_\alpha(x) = 0$ و منه $e^x = \alpha$ $\alpha \leq 0$ لا توجد قيم حدية للدالة $\alpha \geq 0$ تقبل قيمة حدية هي $w_\alpha(\ln\alpha\ ;\ f(\ln\alpha))$ 2) القيمة الحدية هي $w_\alpha(\ln\alpha\ ;\ 3-\alpha^2)$ **الجزء الثاني** 1) دراسة تغيرات و المستقيمات المقاربة للدالة $f'_1(x) = 2\ e^{2x} - 2e^{x}$ جدول الإشارة f_1 متزايدة تماما على المجال $]0\ ;\ +\infty[$ و متناقصة تماما على المجال $]-\infty\ ;\ 0]$ النهايات $\lim\limits_{x\to+\infty} f_1(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty} f_1(x) = 3$ و منه $y = 3$ مستقيم مقارب افقي بجوار $-\infty$ للمنحنى .	0.5 0.5 0.5 0.25 0.25 0.25 0.5 0.25	7.5 ن

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

جدول التغيرات

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	3	↘	2	↗	$+\infty$

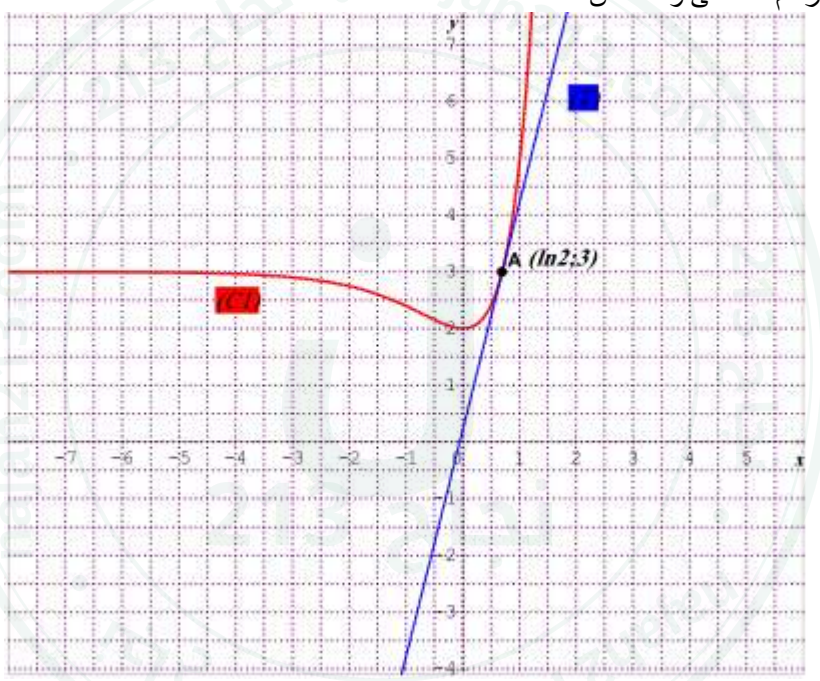
0.5

2) معادلة المماس

$(T): y=4x-4ln2+3$

0.5

3) رسم المنحنى و المماس



0.75

4) أ) المستقيمات (D_m) تشمل نقطة ثابتة ذات الإحداثيات $A(ln\ 2\ ;\ 3)$

ب) المناقشة البيانية الدوارنية

عدد نقط تقاطع (C_1) مع (D_m)

لما $m\leq 0$ (C_1) يقطع (D_m) في نقطة وحيدة هي $A(ln\ 2\ ;\ 3)$

لما $0<m<4$ (C_1) يقطع (D_m) في نقطتين إحداهما $A(ln\ 2\ ;\ 3)$

لما $m=4$ (C_1) يمس (D_m) في النقطة $A(ln\ 2\ ;\ 3)$

لما $m>4$ (C_1) يقطع (D_m) في نقطتين إحداهما $A(ln\ 2\ ;\ 3)$

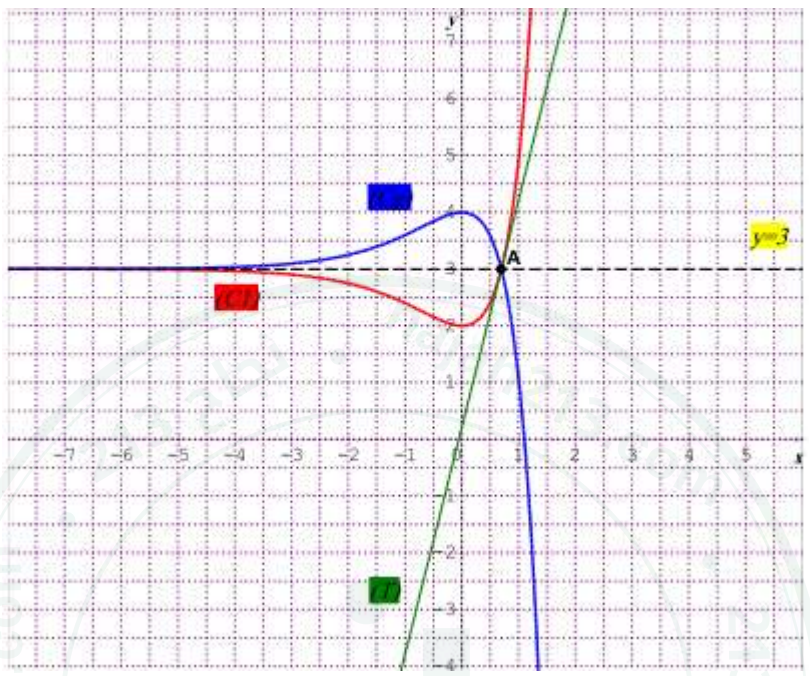
0.75

0.5

5) أ) $g(x)=6-f_1(x)$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

	0.25	(C') و (C_1) متناظران بالنسبة للمستقيم (d) ذو المعادلة $y=3$	
	0.5	ب) رسم المنحى (C')	
	0.75		
			التمرين3
	0.25	**الجزء الأول** 1) أ) دراسة تغيرات الدالة g . $g'(x) = 1-\frac{1}{x}$ جدول الإشارة	
7 ن	0.25	g متزايدة تماما على المجال $]0 ; 1]$ و متناقصة تماما على المجال $[1 ; +\infty[$ جدول التغيرات	

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

0.5

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	0	↗ $+\infty$

0.5 ب) استنتج أن $g(x) \geq 0$ من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$.

من جدول التغيرات نلاحظ أن الدالة تقبل قيمة حدية صغرى

0.5 2)نبين انه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $h(x)= 1+ g(x) +(x-1)\ln x$

$$h(x)=x + (x-2)\ln x$$
$$= x+x\ln x -2\ln x$$
$$= x+x\ln x - \ln x-\ln x -1 +1$$
$$=1+(x - 1 - \ln x) +(x-1)\ln x$$
$$= 1+ g(x) +(x-1)\ln x$$

0.5 3) أ) نبين انه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $(x-1)\ln x \geq 0$

جدول الإشارة

x	0	1	$+\infty$
$(x-1)\ln x$	$+$	0	$+$

0.5 ب) استنتاج إشارة $h(x)$.

0.5 $h(x \geq 0$

الجزء الثاني

1 النهايات

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty \quad ; \quad \lim_{x\to 0} f(x) = -\infty$$

$x=0$ مستقيم مقارب للمنحنى.

0.5
$$f'(x) = \ln(x)+1-2\frac{\ln(x)}{x}$$
$$f'(x) = \frac{h(x)}{x}$$

ب) اتجاه التغير

جدول الإشارة

0.5

x	0	$+\infty$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

$h(x)$	+

0.5 f متزايدة تماما على $]0\ ;+\infty[$

3) أ) معادلة (Δ) مماس (C_f)

0.5 $(\Delta) : y = x$

ب) نبين انه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$:

$$f(x) - x = (\ln x - 1)\, g(x)$$

$$\begin{aligned} f(x) - x &= 1 + x \ln x - (\ln x)^2 - x \\ &= x(\ln x - 1) + 1 - (\ln x)^2 \\ &= x(\ln x - 1) - ((\ln x)^2 - 1) \\ &= (\ln x - 1)(x - 1 - \ln x) \end{aligned}$$

و منه $f(x) - x = (\ln x - 1)\, g(x)$

0.5

ج) إشارة $f(x) - x$

جدول الإشارة

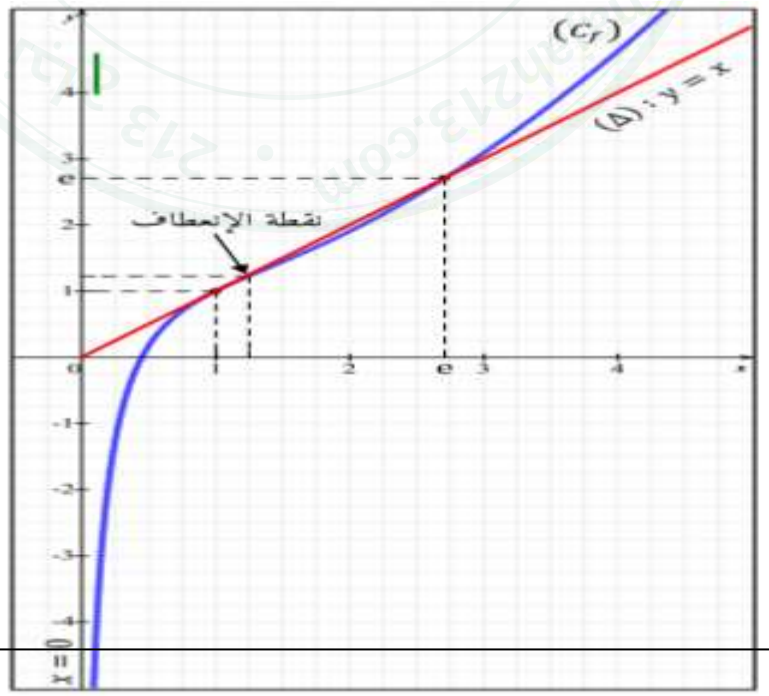
x	0		1		e	$+\infty$
$f(x) - x$	‖	-	0	-	0	+

0.5 (C_f) فوق (Δ) في المجال $]e;\ +\infty[$

0.5 (C_f) تحت (Δ) في المجال $]0\ ;1[\ \cup\ ]1\ ;e[$

(C_f) يقطع (Δ) في النقطتين $(e\ ;\ e)$ و $(1\ ;\ 1)$

4) إنشاء (C_f) و(Δ)



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

	0.5	**الجزء الثالث** 1) البرهان بالتراجع أن : $1< u_n < e$ ..... $P(n)$ من اجل $n=0$ فان $1< u_0 < e$ ادن $P(n)$ صحيحة . نبرهن صحة $1< u_{n+1} < e$. لدينا $1< u_n < e$. و الدالة f المرفقة بالمتتالية (u_n) متزايدة تماما على المجال $]1 ; e[$ ومنه $1< u_{n+1} < e$ و منه $P(n+1)$. صحيحة	

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com