najah213.com · نجاح 213

ثانوية محمد بلخير الشعبة: **رياضيات**

الامتحان التجريبي لشهادة البكالوريا دورة : جوان 2015

اختبار في مادة : **الرياضيات** المدة: **04 ساعات ونصف**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول : (20 نقطة)

التمرين الأول:(5 نقاط)

المستوى المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ ؛ (الوحدة $2cm$).

I. نعتبر النقطتين A وB ذات اللاحقتين i و 2 على الترتيب

1. عين لاحقة النقطة B_1 صورة النقطة B بالتحاكي h الذي مركزه A ونسبته $\sqrt{2}$
2. عين لاحقة النقطة B' صورة النقطة B_1 بالدوران $\Re$ الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{4}$

II. نضع $f = h o \Re$

1. ما طبيعة التحويل f ؟ يطلب تعين عناصره المميزة
2. لتكن M نقطة كيفية من المستوي ذات اللاحقة z نرمز بـ M' إلى صورة النقطة M بالتحويل f ونرمز بـ Z' إلى لاحقة النقطة M'

أ. بين أن الكتابة المركبة للتحويل f هي: $z' = (1+i)z + 1$

ب. من اجل كل عدد مركب z يختلف عن i: أحسب $\frac{Z'-Z}{i-Z}$ ثم أعط تفسيرا هندسيا لطاولة وعمدة العدد $\frac{Z'-Z}{i-Z}$

ت. استنتج طريقة لإنشاء M' انطلاقا من النقطة M من اجل M تختلف عن A

3. لتكن ( ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z و التي تحقق $Z = 2 + \sqrt{2}e^{i\theta}$ حيث θعدد حقيقي

أ. عين طبيعة والعناصر المميزة للمجموعة (E)

ب. استنتج انه إذا كانت النقطة M تنتمي الى المجموعة (E) فان صورتها M' بالتحويل f تنتمي الى دائرة (E') يطلب تعين مركزها ونصف قطرها

ت. عين على الرسم النقط A, B وB' ثم ارسم (E) و(E')

التمرين الثاني: (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$

نعتبر النقط $A(0\ ;4;1)$، $B(1;3;0)$, $C(2;-1;-2)$ و $D(7;-1;4)$.

1. بيّن أن A, B و C *ليست* على استقامة واحدة.
2. ليكن المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة D و $\vec{u}(2;-1;3)$ شعاع توجيه له

أ. بيّن أن المستقيم (Δ) يعامد المستوي (ABC) .

ب. اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

ت.أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم(Δ).

ث.عين إحداثيات النقطة H نقطة تقاطع المستقيم (Δ) والمستوي (ABC) .

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

3. ليكن (P_1) المستوي ذو المعادلته : $x+y+z=0$ و(P_2) المستوي ذو المعادلته :$x+4y+2=0$
أ. بيّن أن المستويين (P_1) و (P_2) يتقاطعان وفق مستقيم (d)
ب. تحقق أن الجملة $\begin{cases} x=-2-4t \\ y=t \\ z=2+3t \end{cases}$ $t\in\mathbb{R}$ هي تمثيل وسيطي للمستقيم (d).
ت. هل المستقيم (d) والمستوي (ABC) متقاطعان او متوازيان ؟

التمرين الثالث: (4,5نقطة)

I. أحسب PGCD للعددين 4^5-1 و 4^6-1

II. نعرف المتتالية (u_n) على المجموعة $\mathbb{N}$ كالاتي: $\begin{cases} u_0=0 \text{ و } u_1=1 \\ u_{n+2}=5u_{n+1}-4u_n \end{cases}$

1. احسب الحدود u_2، u_3 وu_4.
2. اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي n , $u_{n+1}=4u_n+1$
3. بين انه من اجل كل عدد طبيعي n , u_n هو عدد طبيعي
4. استنتج انه من اجل كل عدد طبيعيn , $PGCD(u_n\ ,u_{n+1}\ )$

III. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على المجموعة $\mathbb{N}$ كالاتي : $v_n=u_n+\frac{1}{3}$
1. بين أن المتتالية (v_n)هندسية يطلب تعين أساسها وحدها الأول 0
2. أكتب v_n ثم u_n بدلالة n .
3. عين من اجل كل عدد طبيعيn, $PGCD(4^{n+1}-1\ ,4^n-1\ )$

التمرين الرابع : (6,5 نقطة)

I. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=xe^{x-1}+1$
ليكن (C) المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. عين نهاية الدالة f عند $-\infty$ ثم فسر النتيجة هندسيا.
2. عين نهاية الدالة f عند $+\infty$.
3. ادرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول التغيرات.

II. ليكن a عدد حقيقي موجب تماما الهدف هو البحث عن مماس للمنحني(C)في النقطة ذات الفاصلة a يشمل المبدأ O.
1. نسمي (T_a) المماس للمنحني (C) في النقطة ذات الفاصلة a أكتب معادلة للماس (T_a)
2. بين أن المماس (T_a) للمنحني(C)في النقطة ذات الفاصلة a يشمل المبدأ إذا وفقط إذا كان $1-a^2e^{a-1}=0$
3. بين أن 1 هو الحل الوحيد للمعادلة $1-x^2e^{x-1}=0$ على المجال $]0,+\infty[$
4. استنتج من الأسئلة السابقة أنه يوجد مماس واحد (T) للمنحني(C) يشمل المبدأ O *يطلب كتابة معادلة له*
5. نقبل أن المنحني(C) يقع فوق المماس (T) ارسم المماس (T) ثم المنحني(C).

III. نرمز بـ $\mathcal{D}$ الى مساحة الحيز المحدد بالمنحني(C) والمستقيم Δ ذو المعادلة $y=2x$
و المستقيمين ذو المعادلتين $x=1$ و$x=0$

1. نضع $I=\int_0^1 xe^{x-1}dx$ باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن $I=\frac{1}{e}$
2. أستنتج القيمة المضبوطة لمساحة الحيز $\mathcal{D}$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الموضوع الثاني:(20 نقطة)

التمرين الأول: (5 نقاط)

المستوى المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس ومباشر $(o;\vec{u};\vec{v})$؛ (الوحدة $4cm$).

نعتبر النقط A، B، C وD ذات اللواحق $Z_A=2i$، $Z_B=i$، $Z_C=-1+i$ و $Z_D=1+i$ على الترتيب

نرمز بـ f الى التحويل النقطي الذي يرفق كل نقطة M من المستوي ذات اللاحقة z وتختلف عن النقطة B بالنقطة M' ذات اللاحقة z' حيث $z'=i\dfrac{z-2i}{z-i}$

1. أنشر $(z-1+i)(z-1-i)$
2. عين لواحق النقط M التي تحقق $f(M)=(M)$
3. من اجل كل عدد مركب z يختلف عن i بين أن $|z'|=\dfrac{AM}{BM}$
4. من اجل عدد مركب z يختلف عن i و$2i$ بين أن $Arg(z')\equiv(\overrightarrow{BM},\overrightarrow{AM})+\dfrac{\pi}{2}[2\pi]$
5. عين المجموعة ( ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z بحيث $|z'|=1$
6. عين المجموعة ( ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z بحيث $Arg(z')\equiv\dfrac{\pi}{2}[2\pi]$
7. من اجل كل عدد مركب z يختلف عن i بين أن $z'-i=\dfrac{1}{z-1}$ ثم أستنتج أن $|z'-i|\times|z-i|=1$
8. لتكن النقطة M ذات اللاحقة z نقطة من الدائرة (Γ) التي مركزها B ونصف قطرها $\dfrac{1}{2}$

✓ بين أن النقطة M' ذات اللاحقة z' تنتمي إلى دائرة مركزها B ونصف قطرها r يطلب تعيينه

التمرين الثاني: (4,5نقطة)

نعتبر في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ النقط $A(1,0,0)$ $B(0,2,0)$ و$C(0,0,3)$

1. عين النقط A ، B و C في المعلم $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$.
2. اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .
3. أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم(Δ) الذي يشمل النقطة O ويعامد المستوي(ABC)
4. بين أن المستقيم (Δ) والمستوي (ABC) يتقاطعان في النقطة H ذات الاحداثيات $\left(\frac{36}{49};\frac{18}{49};\frac{12}{49}\right)$
5. حساب المساحة والحجم

أ. احسب المسافة بين النقطة O والمستوي(ABC)

ب. احسب حجم رباعي الوجوه $OABC$ ثم استنتج مساحة المثلث ABC

ت. تحقق أن مربع مساحة المثلثABC يساوي مجموع مربعات مساحات الأوجه الأخرى لرباعي الوجوه

التمرين الثالث: (4,5نقطة)

الجزء الأول:

مبرهنة بيزو يكون عددان صحيحانa وb أوليين فيما بينهما إذا و فقط إذا وجد عددان صحيحان u وv حيث :

$a\,u+bv=1$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

مبرهنة غوص a ، b و c ثلاثة أعداد صحيحة غير معدومة .إذا كان a يقسم الجداء bc و كان a أوليا مع b ،

فإن a يقسم c

✓ برهن مبرهنة غوص باستعمال مبرهنة بيزو

الجزء الثاني:

الهدف هو تعين المجموعة (S) مجموعة الاعداد الصحيحة النسبية n التي تحقق $\begin{cases} n \equiv 13\ [19] \\ n \equiv 6\ [12] \end{cases}$

1. البحث عن عنصر من المجموعة (S)
نرمز بـ $(u;v)$ إلى ثنائية الأعداد الصحيحة التي تحقق $19u + 12v = 1$

أ. برر وجود الثنائية $(u;v)$
ب. نضع $n_0 = 13 \times 12v + 6 \times 19u$ بين أن n_0 ينتمي الى المجموعة (S)
ت. عين حل خاص للمعادلة $19u + 12v = 1$ ثم عين قيمة لـ n_0

2. البحث عن عناصر المجموعة (S)
ليكن n عدد صحيح نسبي ينتمي الى المجموعة (S)

أ. بين أن $\begin{cases} n \equiv n_0\ [19] \\ n \equiv n_0\ [12] \end{cases}$

ب. بين انه إذا كان $\begin{cases} n \equiv n_0\ [19] \\ n \equiv n_0\ [12] \end{cases}$ فان $n \equiv n_0\ [12 \times 19]$

ت. استنتج أن عدد صحيح n ينتمي إلى (S) إذا وفقط إذا أمكن كتابته من الشكل $n = 228k + 212$ مع k عدد صحيح نسبي

التمرين الرابع: (6 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \dfrac{ln(x+3)}{x+3}$

1. أ.بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ ثم ادرس إشارة f'
ب. احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$

ج. شكل جدول تغيرات الدالة f

2. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها العام $u_n = \int_n^{n+1} f(t)dt$

أ. بين انه إذا كان $n \le x \le n+1$ فان $f(n+1) \le f(x) \le f(n)$
ب. بين دون حساب n انه من اجل كل عدد طبيعي n , $f(n+1) \le u_n \le f(n)$
ت. استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة يطلب تعين نهايتها

3. نضع من اجل كل عدد طبيعي n , $I_n = \int_0^n f(x)dx$

أ. احسب I_n

4. نضع من اجل كل عدد طبيعي n , $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_{n-1}$

أ. احسب S_n . هل المتتالية (S_n) متقاربة ؟

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com