najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الثانويات : **عيسى زريمش ( حمام دباغ )**
**شعلال مسعود ( قالمة)**

التاريخ : **12 مارس 2018**
المستوى : **الثالثة تقني رياضي**
المدة : **03 ساعات**

## اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

**التمرين الأول: ( 05 نقاط )**

$I$) $f$ الدالة العددية المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{1}{2}\sqrt{x^2+3}$.

1) أدرس اتجاه تغير الدالة $f$.

2) بين أنــه من أجل كل $x$ من المجال $[0;+\infty[$ : $f(x)\geq 0$

$II$) لتكن $(u_n)$ متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0=0$، $u_{n+1}=f(u_n)$

1) أحسب الحدين $u_1$ و $u_2$.

2) أ* بين انه من أجل كل عدد طبيعي $n$: $0\leq u_n \prec u_{n+1} \prec 1$.

ب* استنتج ان المتتالية $(u_n)$ متقاربة ، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

$III$) لتكن المتتالية $(v_n)$ المعرفة كما يلي : من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $v_n=u_n^{\,2}-1$

1) بين أن $(v_n)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

2) عبر عن $v_n$ بدلالة $n$ ، ثم استنتج عبارة $u_n$ بدلالة $n$.

3) أحسب نهاية المتتالية $(u_n)$.

4) عبر عن المجاميع التالية بدلالة $n$:

$$S_n=(u_0-1)(u_0+1)+(u_1-1)(u_1+1)+(u_2-1)(u_2+1)+.....+(u_n-1)(u_n+1)$$

$$S_n'=(u_0^{\,2}-0)+(u_1^{\,2}-1)+(u_2^{\,2}-2)+.....+(u_n^{\,2}-n)$$

**التمرين الثاني : (04 نقاط)**

1 / أ* عين مجموعة الثنائيات $(x;y)$ من $\mathbb{Z}^2$ حلول المعادلة: $(E)$ : $8x-5y=3$

ب* ليكن $m$ عددا صحيحا بحيث توجد ثنائية $(p;q)$ من الأعداد الصحيحة تحقق: $m=8p+1$ و $m=5q+4$،

بين أن الثنائية $(p;q)$ هي حل للمعادلة $(E)$، واستنتج أن: $m\equiv 9[40]$

جـ * عين أصغر عدد طبيعي $m$ أكبر من 2000 .

2 / أ * أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي $k$ لدينا: $2^{3k}\equiv 1[7]$.

ب * ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد $2^{2009}$ على 7 ؟

3 / ليكن $a$ و $b$ عددان طبيعيان أقل من أو يساوي 9 مع $a\neq 0$ ، ونعتبر العدد $N$ حيث $N$ يكتب في النظام العشري كما يلي $N=\overline{a00b}$ . نريد تعيين من ضمن هذه الأعداد الطبيعية $N$ تلك التي تقبل القسمة على 7

أ * تحقق من أن: $10^3\equiv -1[7]$ .

ب* استنتج الأعداد الطبيعية $N$ التي تقبل القسمة على 7 في الحالة $a\equiv 2[7]$ .



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

**التمرين الثالث: ( 04 نقاط )**

كيس يحتوي على 8 كرات منها 4 كرات حمراء و 3 كرات خضراء و كرة واحدة بيضاء ، نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات من الكيس .

1/ أ * ا حسب عدد الحالات الممكنة .

ب * احسب احتمالات الأحداث التالية :

$A$ " الحصول على 3 كرات من نفس اللون". $B$ " الحصول على كرة على الأقل حمراء " .

$C$ " الحصول على كرتين على الأكثر حمراء ".

2 / نسمي $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الألوان المحصل عليها .

أ * ما هي قيم $X$ ؟

ب * أحسب الاحتمالات التالية : $P(X=1)$ ، $P(X=3)$ واستنتج $P(X=2)$ .

ج * أحسب الأمل الرياضي ، التباين ثم الانحراف المعياري .

**التمرين الرابع: ( 07 نقاط )**

*I*) $g$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x-1+e^{-x}$.

1 / ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ وشكل جدول تغيراتها .

2 / أ* بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد معدوم .

ب* استنتج حسب قيم $x$ إشارة $g(x)$.

*II*) نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=\ln\left(x-1+e^{-x}\right)$.

نسمي $(C_f)$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1 / أ * أحسب : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ب * أحسب : $\lim\limits_{x\to0} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to0\\ >}} f(x)$ . فسر النتيجة هندسيا.

2 / أدرس اتجاه تغير الدالة $f$ وشكل جدول تغيراتها .

3 / أ * أثبت أنه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}^*$ : $f(x)=-x+\ln\left(xe^{x}-e^{x}+1\right)$.

ب * استنتج أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيما مقاربا $(\Delta)$ بجوار $-\infty$ يطلب تعيين معادلته.

ج * ادرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة إلى المستقيم $(\Delta)$.

4 / أ * أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\ln x\right]$ ، ماذا يمكن القول عن المنحنيين $(C_f)$ و $(C_{\ln})$ ؟

ب * ادرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة للمنحنى $(C_{\ln})$.

5 / بين أن المنحنى $(C_f)$ يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما $\alpha$ ; $\beta$ حيث: $-1.2<\alpha<-1.1$ و $1.8<\beta<1.9$

6 / أ * أكتب معادلة المماس $(T)$ للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة التي فاصلتها 1.

ب * أنشئ المستقيمين $(\Delta)$ و $(T)$ والمنحنين $(C_{\ln})$ و $(C_f)$.

7 / $m$ عدد حقيقي ، ناقش حسب قيم العدد الحقيقي $m$ عدد و إشارة حلول المعادلة:

$(E)\ldots \ln\left(x-1+e^{-x}\right)-(e-1)x-1=m$ .

**بالتوفيق**



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

| الثانويات : عيسى زريمش<br>شعلال مسعود | تصحيح اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات | 2018 - 2017<br>الشعبة : تقني رياضي |
|---|---|---|

**التمرين الأول :**

$I)$ $f$ الدالة العددية المعرفة على $]-\infty;0]$ بـ:

$f(x)=\frac{1}{2}\sqrt{x^2+3}$.

**1) دراسة اتجاه تغير الدالة $f$:**

الدالة $f$ قابلة للاشتقاق على $]-\infty;0]$: $f'(x)=\frac{x}{2\sqrt{x^2+3}}$

بما ان : $f'(x)\geq 0$ من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]-\infty;0]$ فإن $f$ متزايدة تماما على $]-\infty;0]$

**2) نبين أنــه من أجل كل $x$ من $]-\infty;0]$ : $f(x)\geq 0$**

لدينا :الدالة $f$ متزايدة تماما على $]-\infty;0]$ و $f(0)=0$،

الدالة $f$ تقبل قيمة حدية صغرى عند $x=0$ في المجال $]-\infty;0]$. اذن: من أجل كل $x$ من $]-\infty;0]$: $f(x)\geq 0$

$II)$ $(u_n)$ متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=0$، $u_{n+1}=f(u_n)$

**حساب $u_1$ و $u_2$** : $u_1=f(u_0)=\frac{1}{2}\sqrt{u_0^2+3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$u_2=f(u_1)=\frac{1}{2}\sqrt{u_1^2+3}=\frac{\sqrt{15}}{4}$

**2) أ/نبين انه من أجل كل عدد طبيعي $n$: $0\leq u_n\prec u_{n+1}\prec 1$**

* من اجل $n=0$: $0\leq u_0\prec u_1\prec 1$ محققة لأن $(u_0=0\ ،\ u_1\approx 0.86)$...$(1)$

*نفرض أن : $0\leq u_n\prec u_{n+1}\prec 1$ ونبرهن ان : $0\leq u_{n+1}\prec u_{n+2}\prec 1$ حيث $n$ عدد طبيعي .

لدينا: $f$ متزايدة تماما على $]-\infty;0]$ و $f(0)=0$ و $f(1)=1$

إذا كان $0\leq u_n\prec u_{n+1}\prec 1$ فإن

$f(0)\leq f(u_n)\prec f(u_{n+1})\prec f(1)$

أي : $0\leq u_{n+1}\prec u_{n+2}\prec 1$ ..... $(2)$

من $(1)$و $(2)$ حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع نستنتج أنه من أجل كل كل عدد طبيعي $n$: $0\leq u_n\prec u_{n+1}\prec 1$

**ب*/ استنتاج ان المتتالية $(u_n)$ متقاربة:** لدينا

من أجل كل عدد طبيعي $n$: $0\leq u_n\prec u_{n+1}\prec 1$ معناه أن المتتالية $(u_n)$ متزايدة تماما على $\mathbb{N}$ ومحدودة من الأعلى ومحدودة من الأسفل.

بما أن المتتالية $(u_n)$ متزايدة تماما على $\mathbb{N}$ ومحدودة من الأعلى فإنها متقاربة نحو عدد حقيقي $l$.

**حساب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ :** لدينا $u_{n+1}=\frac{1}{2}\sqrt{u_n^2+3}$

المتتالية $(u_n)$ متقاربة نحو $l$ معناه $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=\lim\limits_{n\to+\infty} u_{n+1}=l$

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_{n+1}=\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{u_n^2+3}$ يكافئ $l=\frac{1}{2}\sqrt{l^2+3}$

يكافئ $(2l)^2=\left(\sqrt{l^2+3}\right)^2$ و $l>0$

يكافئ $4l^2=l^2+3$ و $l>0$

يكافئ $l=1$ (مقبول) أو $l=-1$ (مرفوض)

ومنه: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=1$

$III)$ لدينا :من أجل كل عدد طبيعي $n$: $v_n=u_n^2-1$

**1) نبين أن $(v_n)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول:**

$(v_n)$ م.هـ معناه من أجل كل عدد طبيعي $n$: $v_{n+1}=qv_n$

$v_{n+1}=u_{n+1}^2-1=\frac{1}{4}\left(u_n^2+3\right)-1=\frac{1}{4}\left(u_n^2-1\right)$

ومنه $(v_n)$ م.هـ أساسها $q=\frac{1}{4}$ وحدها الأول $v_0=u_0^2-1=-1$

**2) التعبير عن $v_n$ بدلالة $n$ :** $v_n=v_0q^n=-\left(\frac{1}{4}\right)^n$

**ثم استنتاج عبارة $u_n$ بدلالة $n$:** لدينا $u_n^2=v_n+1$

ومنه: $u_n=\sqrt{v_n+1}$ ( لأن $u_n>0$ )

اذن: $u_n=\sqrt{1-\left(\frac{1}{4}\right)^n}$

**3) حساب نهاية $(u_n)$:** $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{1-\left(\frac{1}{4}\right)^n}=1$

**4) التعبير عن المجاميع التالية بدلالة $n$:**

$S_n=(u_0-1)(u_0+1)+(u_1-1)(u_1+1)$

$+(u_2-1)(u_2+1)+.....+(u_n-1)(u_n+1)$

$=\left(u_0^2-1\right)+\left(u_1^2-1\right)+\left(u_2^2-1\right)+....+\left(u_n^2-1\right)$

$=v_0+v_1+v_2+.....+v_n=v_0\left(\frac{1-q^{n+1}}{1-q}\right)$

ومنه: $S_n=\left(\frac{-4}{3}\right)\left(1-\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right)$



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

$$S_n' = (u_0^2 - 0) + (u_1^2 - 1) + \ldots\ldots + (u_n^2 - n)$$
$$= u_0^2 + u_1^2 + \ldots.. + u_n^2 - (0+1+2+\ldots.+n)$$
$$= (v_0+1) + (v_1+1) + \ldots.(v_n+1) - \left[\left(\frac{n+1}{2}\right)(0+n)\right]$$
$$= (v_0 + v_1 + \ldots.+v_n) + (n+1).1 - \frac{n^2}{2} - \frac{n}{2}$$
$$= \frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^n - \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2} - \frac{1}{3}$$

**التمرين الثاني :**

**1 / أ* تعيين حلول المعادلة:** $(E)$ : $8x - 5y = 3$

واضح أن الثنائية $(1;1)$ هي حل خاص للمعادلة $(E)$ ، عندئذ نجد $x = 5k+1$ و $y = 8k+1$ حيث $k$ عدد صحيح

**ب* إثبات أن الثنائية $(p;q)$ هي حل للمعادلة $(E)$ و استنتاج أن:** $m \equiv 9[40]$

من المعطيات فإن الأعداد الصحيحة $m$ و $p$ و $q$ تحقق العلاقة $8p = m-1$ و $5q = m-4$

وهذا يعني أن: $8p - 5q = 3$ ومنه الثنائية $(p;q)$ حل للمعادلة $(E)$ وبالتالي يوجد عدد صحيح $\lambda$ حيث $p = 5\lambda + 1$ ولدينا $m = 8p+1$ أي

$$m = 8(5\lambda+1)+1 = 40\lambda + 9$$

وهذا يعني أن: $m \equiv 9[40]$

**جـ * تعيين أصغر عدد طبيعي $m$ أكبر من 2000 :**

$40k + 9 \geq 2000$ معناه $k \geq 49,775$ ومنه أصغر قيمة هي $k = 50$ وهذا يعطي القيمة المطلوبة لـ $m$ وهي $m = 2009$

**2 / أ * إثبات أنه من أجل كل عدد طبيعي $k$ لدينا: $2^{3k} \equiv 1[7]$ :**

لدينا $2^3 = 8$ أي $2^3 \equiv 1[7]$ ومنه من أجل كل عدد طبيعي $k$ لدينا $2^{3k} \equiv 1[7]$

**ب * تعيين باقي القسمة الإقليدية للعدد $2^{2009}$ على 7 :**

$2^{2009} = 2^{3\times 669} \times 2^2$ إذن $2^{2009} \equiv 1 \times 4[7]$

ومنه $2^{2009} \equiv 4[7]$

**3 / أ * التحقق من أن: $10^3 \equiv -1[7]$ :**

لدينا $10^3 + 1 = 1001 = 7 \times 143$ ومنه $10^3 \equiv -1[7]$

**ب* استنتاج الأعداد الطبيعية $N$ التي تقبل القسمة على 7 في الحالة $a \equiv 2[7]$ و $b \equiv 2[7]$**

لدينا $N = a \times 10^3 + b$ ولدينا $a \times 10^3 \equiv -a[7]$ إذن $a \times 10^3 + b \equiv -a + b[7]$ ومنه يكون $N \equiv 0[7]$ إذا وفقط إذا كان $a \equiv b[7]$

ولدينا $a \equiv 2[7]$ إذن $b \equiv 2[7]$ ، ومنه القيم الممكنة للعددين $a$ و $b$ هي $a = 2$ أو $a = 9$ و $b = 2$ أو $b = 9$

ومنه هناك أربعة قيم ممكنة للعدد الطبيعي $N$ وهي:

$$2002; 2009; 9002; 9009$$

**التمرين الثالث :**

**1 / أ * الحالات الممكنة لسحب 3 كرات هي :**

$$C_8^3 = \frac{8!}{3!(8-3)!} = 56$$

**ب* حساب احتمال الأحداث**

$A$ : " الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون "

$$P(A) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}} = \frac{C_3^3 + C_4^3}{56} = \frac{1+4}{56} = \frac{5}{56}$$

$B$ : " الحصول على كرة على الأقل حمراء "

$$P(B) = \frac{\text{الحالات الملائمة}}{\text{الحالات الممكنة}}$$
$$= \frac{C_4^1 \times C_4^2 + C_4^2 \times C_4^1 + C_4^3 \times C_4^0}{56}$$
$$= \frac{24+24+4}{56} = \frac{52}{56} = \frac{13}{14}$$

$C$ : " الحصول على كرتين على الأكثر حمراء "

$$P(C) = \frac{C_4^0 \times C_4^3 + C_4^1 \times C_4^2 + C_4^2 \times C_4^1}{56}$$
$$= \frac{4+24+24}{56} = \frac{52}{56} = \frac{13}{14}$$

**2 / تعيين قيم $X$ :** $X(\Omega) = \{1;2;3\}$

$$P(X=1) = P(A) = \frac{5}{56}$$

$$P(X=3) = \frac{C_4^1 \times C_3^1 \times C_1^1}{56}$$
$$= \frac{4\times 3\times 1}{56} = \frac{12}{56} = \frac{3}{14}$$



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

استنتاج $P(X=2)$ :

لدينا : $P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)=1$

ومنه

$$P(X=2)=1-P(X=1)-P(X=3)$$
$$=1-\frac{5}{56}-\frac{12}{56}=\frac{39}{56}$$

ومنه قانون توزيع الاحتمال للمتغير العشوائي $X$ :

| $x_i$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| $P(X=x_i)$ | $\frac{5}{56}$ | $\frac{39}{56}$ | $\frac{12}{56}$ |

**ج - حساب الامل الرياضي :**

$$E(X)=\left(1\times\frac{5}{56}\right)+\left(2\times\frac{39}{56}\right)+\left(3\times\frac{12}{56}\right)=\frac{119}{56}\approx 2.13$$

*** حساب التباين والانحراف المعياري :**

$$v(X)=\sum_{i=1}^{3}\left(x_i-E(X)\right)^2\times p_i\approx 0.29$$

$$\sigma(X)=\sqrt{v(X)}\approx 0.54$$

**التمرين الرابع :**

I. الدالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=x-1+e^{-x}$

**1 ) دراسة اتجاه تغير الدالة g :**

من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ : $g'(x)=1-e^{-x}$

* $g'(x)=0$ معناه : $1-e^{-x}=0$

معناه : $-x=0$ معناه : $x=0$

* $g'(x)>0$ معناه : $1-e^{-x}>0$

معناه : $-e^{-x}>-1$ معناه : $e^{-x}<1$

معناه : $-x<0$ معناه : $x>0$ ومنه

| $x$ | $-\infty$ | 0 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | $-$ | 0 | $+$ |

الدالة $g$ متزايدة تماما على $]0\ ;+\infty[$ و متناقصة تماما على $]-\infty\ ;0[$

النهايات :

$$\lim_{x\to-\infty}g(x)=\lim_{x\to-\infty}\left(x\left(1-\frac{1}{x}-\frac{e^{-x}}{x}\right)\right)=+\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$$

**جدول التغيرات**

| $x$ | $-\infty$ | 0 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | $-$ | 0 | $+$ |
| $g(x)$ | $+\infty$ | 0 | $+\infty$ |

**2 ) أ - اثبات أن $g(x)=0$ تقبل حل وحيد معدوم :**

الدالة $g$ تقبل قيمة حدية صغرى عند 0 هي 0 ومنه المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا معدوما في $\square$ .

**ب - استنتاج اشارة g(x) :**

| $x$ | $-\infty$ | 0 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | $+$ | 0 | $+$ |

II. الدالة $f$ معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ :

$$f(x)=ln(x-1+e^{-x})$$

**1) حساب النهايات :**

**أ ***

$$\lim_{x\to-\infty}f(x)=+\infty;\ \lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$$

**ب ***

$$\lim_{x\to0^{>}}f(x)=-\infty\ ;\quad \lim_{x\to0^{<}}f(x)=-\infty$$

**التفسير الهندسي:** المستقيم ذو المعادلة $x=0$ ( محور التراتيب ) هو مستقيم مقارب للمنحنى $(C_f)$

**2 ) دراسة اتجاه تغير الدالة f:**

لدينا $f(x)=ln(g(x))$

من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}^*$ :

$$f'(x)=\frac{g'(x)}{g(x)}=\frac{1-e^{-x}}{x+1+e^{-x}}$$

اشارة $f'(x)$ من اشارة $g'(x)$ لان : $g(x)>0$ من أجل $x\neq 0$

الدالة $f$ متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ و متناقصة تماما على $]-\infty;0[$

**جدول تغيرات الدالة $f$ :**

| $x$ | $-\infty$ | 0 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $-$ | $\|$ | $+$ |
| $f(x)$ | $+\infty$ ↘ | $-\infty$ $\|$ $-\infty$ | ↗ $+\infty$ |

**3) أ - اثبات أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ :**

**$f(x)=-x+ln(xe^x-e^x+1)$**

لدينا : $f(x)=ln(x-1+e^{-x})$

$$f(x)=ln\left(e^{-x}(xe^x-e^x+1)\right)$$
$$=ln(e^{-x})+ln(xe^x-e^x+1)$$
$$=-x+ln(xe^x-e^x+1)$$

**ب - استنتاج ان $(C_f)$ يقبل مستقيما مقاربا $(\Delta)$ بجوار $-\infty$ :**

بما أن $\lim_{x\to-\infty}(xe^x-e^x+1)=0$ فان المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y=-x$ مستقيم مقارب مائل لـ $(C_f)$ بجوار $(-\infty)$ .



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

## جـ ـ دراسة الوضع النسبي لـ (Δ) و ($C_f$):

لدينا : $f(x)-y=ln(xe^x-e^x+1)$

$f(x)-y=0$ معناه : $ln(xe^x-e^x+1)=ln1$

معناه : $xe^x-e^x+1=1$

معناه : $e^x(x-1)=0$

معناه : $x=1$ لأن $e^x>0$

معناه : $f(x)-y>0$ $x>1$

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)-y$ | | — | | — | $0$ | + | |
| الوضع النسبي | $(C_f)$ تحت $(\Delta)$ | | $(C_f)$ تحت $(\Delta)$ | | $(C_f)$ يقطع $(\Delta)$ في النقطة $A(1;-1)$ | | $(C_f)$ فوق $(\Delta)$ |

## 4) أ ـ حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-\ln(x)\right)$ :

$$\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)-ln(x)\right)=\lim_{x\to+\infty}ln\frac{x-1+e^{-x}}{x}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}ln\frac{x\left(1-\frac{1}{x}+\frac{e^{-x}}{x}\right)}{x}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}ln\left(1-\frac{1}{x}+\frac{e^{-x}}{x}\right)=0$$

**الاستنتاج:** المنحنى $(C_{ln})$ هو منحنى مقارب للمنحنى $(C_f)$ بجوار $(+\infty)$

## ب ـ الوضع النسبي لـ ($C_f$) و ($C_{ln}$) على $]0\ ;\ +\infty[$ :

$$f(x)-\ln x=\ln\frac{x-1+e^{-x}}{x}=\ln\left(1+\frac{-1+e^{-x}}{x}\right)$$

من أجل كل $x$ من $]0;+\infty[$ لدينا $-x<0$ ومنه $e^{-x}<1$ إذن

$\frac{-1+e^{-x}}{x}<0$ وهذا يكافئ $1+\frac{-1+e^{-x}}{x}<1$

ومنه $\ln\left(1+\frac{-1+e^{-x}}{x}\right)$ إذن $f(x)-\ln x<0$

ومنه $(C_f)$ يقع تحت $(C_{\ln})$ على المجال $]0;+\infty[$

## 5) تبيان ان ($C_f$) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α و β:

الدالة $f$ مستمرة ورتيبة تماما على $]-\infty\ ;\ 0]$ و منه فهي مستمرة و رتيبة تماما على $]-1.2\ ;\ -1.1[$ و

$f(-1.2)=0.11$ و $f(-1.1)=-0.10$

بما أن $f(-1.1)f(-1.2)<0$ فانه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث

$-1.2<\alpha<-1.1$

الدالة $f$ مستمرة ورتيبة تماما على $]0;+\infty[$ و منه مستمرة و رتيبة تماما على $]1.8\ ;\ 1.9[$ و $f(1.8)=-0.03$

$f(1.9)=0.04$

بما أن $f(1.8)f(1.9)<0$ فانه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\beta$ حيث

$1.8<\beta<1.9$

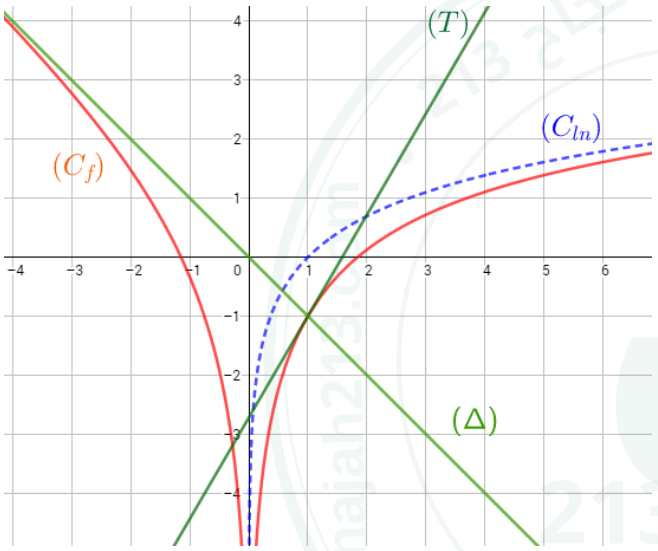
## 6) أ ـ كتابة معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 1

$(T):y=f'(1)(x-1)+f(1)$

$(T):y=(e-1)(x-1)-1$

$(T):y=(e-1)x-e$

## ب ـ الانشاء




## 7) المناقشة البيانية :

$(E)$ تكافئ: $ln(x-1+e^{-x})=(e-1)x+1+m$

تكافئ : $f(x)=(e-1)x+1+m$

حلول المعادلة $(E)$ هي فواصل نقاط تقاطع $(C_f)$ مع المستقيمات ذات المعادلة: $y=(e-1)x+1+m$ الموازية لـ $(T)$ .

① إذا كان $1+m<-e$ أي $m<-1-e$ فان المعادلة $(E)$ تقبل حلين موجبين تماما و حل سالب .

② إذا كان $1+m=-e$ أي $m=-1-e$ فان المعادلة $(E)$ تقبل حل مضاعف موجب و حل سالب .

③ إذا كان $1+m>-e$ أي $m>-1-e$ فان المعادلة $(E)$ تقبل حلا وحيدا سالب .



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com