najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — **دورة: 2023**

الشعبة: تسيير واقتصاد

اختبار في مادة: الرياضيات — **المدة: 03 سا و30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0 = 2$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_{n+1} = \frac{3}{5}u_n - \frac{6}{5}$

1) برهن بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n > -3$

2) بيّن أنّ (u_n) متناقصة تماما ثمّ استنتج أنّها متقاربة.

3) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_n + 3$

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{5}$ يُطلب تعيين حدّها الأول v_0

ب) عيّن عبارة الحدّ العام v_n بدلالة n ثمّ استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n = 5\left(\frac{3}{5}\right)^n - 3$

جـ) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

4) نضع: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ و $T_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

احسب S_n بدلالة n ثمّ بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $T_n = \frac{19}{2} - 3n - \frac{15}{2}\left(\frac{3}{5}\right)^n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) أ) حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة $(1-x)(10x^2+9x-1)=0$

ب) تحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x، $10x^2+9x-1=(x+1)(10x-1)$

2) أ) استنتج في المجال $]0;+\infty[$ مجموعة حلول المعادلة $(1-\ln x)(10(\ln x)^2+9(\ln x)-1)=0$

ب) استنتج في $\mathbb{R}$ مجموعة حلول المتراجحة $(1-e^x)(10e^{2x}+9e^x-1)\le 0$

3) حلّ في المجال $]0;+\infty[$ المتراجحة $\ln(10x^2+9x)\ge 0$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين الثالث: (04 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية مع التبرير.

1) (u_n) المتتالية الحسابية التي حدّها الأول 3 وأساسها -4 . من أجل كلّ عدد طبيعي n:

أ) $u_n = 3\times(-4)^n$ **ب)** $u_n = 3-4n$ **جـ)** $u_n = 3-4(n-1)$

2) f الدّالة المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=1+\ln(x+1)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

معادلةٌ لِمماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 هي:

أ) $y=x+1$ **ب)** $y=x$ **جـ)** $y=x-1$

3) g الدّالة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=2x-\dfrac{1}{x}$

دالتها الأصلية G على المجال $]0;+\infty[$ والتي تنعدم من أجل القيمة 1 معرّفة بـ:

أ) $G(x)=x^2+1-\ln x$ **ب)** $G(x)=-x^2+1-\ln x$ **جـ)** $G(x)=x^2-1-\ln x$

4) القيمة المتوسطة للدّالة $x\mapsto 3(x+1)^2$ على المجال $[0\,;1]$ تساوي:

أ) 7 **ب)** 14 **جـ)** 21

التمرين الرابع: (08 نقاط)

f الدّالة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x+1-\dfrac{3}{e^x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2\ cm$)

1) بيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

2) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

3) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=1+\dfrac{3e^x}{(e^x+1)^2}$

ب) استنتج أنّ الدّالة f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

4) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,28<\alpha<0,29$

5) ارسم (Δ) و (C_f)

6) F الدّالة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $F(x)=3x-3\ln(e^x+1)$

أ) تحقق أنّ F أصلية للدّالة $x\mapsto\dfrac{3}{e^x+1}$ على المجال $]0;+\infty[$

ب) احسب بالسنتيمتر المربع مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=0$ و $x=\ln 2$

انتهى الموضوع الأول

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0 = 2$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 3$

1) برهن بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n < 4$

2) بيّن أنّ (u_n) متزايدة تماما ثمّ استنتج أنّها متقاربة.

3) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_n - 4$

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{4}$ يُطلب تعيين حدّها الأول v_0

ب) عيّن عبارة الحدّ العام v_n بدلالة n ثمّ استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n = -2\left(\frac{1}{4}\right)^n + 4$

جـ) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

4) نضع: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ و $T_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

احسب S_n بدلالة n ثمّ بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $T_n = 4n + \frac{4}{3} + \frac{2}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية مع التبرير.

1) مجموعة الحلول في $\mathbb{R}$ للمعادلة $e^{2x} + 4e^x - 5 = 0$ هي:

أ) $\{0\}$ **ب)** $\{1\,;0\}$ **جـ)** $\{-5\,;0\}$

2) α عدد حقيقي و (u_n) المتتالية المعرّفة بـ: $u_0 = \alpha$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_{n+1} = 5u_n - 4$

تكون المتتالية (u_n) ثابتة من أجل:

أ) $\alpha = 5$ **ب)** $\alpha = -4$ **جـ)** $\alpha = 1$

3) f الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{2e^x}{e^x + 1}$

الدّالة الأصلية F على $\mathbb{R}$ للدّالة f والتي تنعدم من أجل القيمة 0 معرّفة بـ:

أ) $F(x) = -2\ln\left(e^x + 1\right) + \ln 4$ **ب)** $F(x) = 2\ln\left(e^x + 1\right) - \ln 4$ **جـ)** $F(x) = \ln\left(\frac{e^x + 1}{2}\right)$

4) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x + 1 - e^x\right)$ تساوي:

أ) $-\infty$ **ب)** $+\infty$ **جـ)** 0

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1) أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x، $x^3-6x^2+11x-6=(x-2)(x^2-4x+3)$

ب) حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة $x^3-6x^2+11x-6=0$

2) أ) استنتج في المجال $]0;+\infty[$ مجموعة حلول المعادلة $(\ln x)^3-6(\ln x)^2+11(\ln x)-6=0$

ب) استنتج في $\mathbb{R}$ مجموعة حلول المعادلة $e^{3x}-6e^{2x}+11e^x-6=0$

3) حلّ في المجال $]2;+\infty[$ المتراجحة $\ln(x^3-6x^2+11x-5)\geq 0$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

f الدّالة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x^2-x-\ln x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.

ب) بيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{(2x+1)(x-1)}{x}$

ب) استنتج أنّ الدّالة f متناقصة تماما على $]0;1]$ ومتزايدة تماما على $[1;+\infty[$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) عيّن معادلة لـ (T) المماس للمنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 2

4) احسب $f(3)$ ثمّ ارسم (T) و (C_f)

5) F الدّالة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $F(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+x-x\ln x$

أ) تحقّق أنّ F أصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$

ب) احسب مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=3$

انتهى الموضوع الثاني

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الإجابة النموذجية. مادة الرياضيات. الشعبة تسيير واقتصاد . بكالوريا 2023

	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
	التمرين الأول (04 نقاط)		
1	البرهان بالتراجع: التحقق من صحة الخاصية الابتدائية إثبات صحّة الاستلزام (إثبات أنّ الخاصية وراثية)	0.25 0.75	1
2	من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_{n+1}-u_n=-\frac{2}{5}(u_n+3)$ و $u_n+3>0$ إذن (u_n) متناقصة تماما (u_n) متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة	0.25 0.25	0.5
3	أ) من أجل كلّ عدد طبيعي n، $v_{n+1}=\frac{3}{5}v_n$ ، $v_0=5$	2 × 0.25	1.75
	ب) من أجل كلّ عدد طبيعي n، $v_n=5\left(\frac{3}{5}\right)^n$ من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n=5\left(\frac{3}{5}\right)^n-3$	0.5 0.5	
	جـ) $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=-3$ لأن : $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{3}{5}\right)^n=0$	0.25	
4	من أجل كلّ عدد طبيعي n، $S_n=v_0\frac{1-q^{n+1}}{1-q}=\frac{25}{2}\left[1-\left(\frac{3}{5}\right)^{n+1}\right]$ $T_n=S_n-3(n+1)=\frac{19}{2}-3n-\frac{15}{2}\left(\frac{3}{5}\right)^n$	2 × 0.25 0.25	0.75
	التمرين الثاني (04 نقاط)		
1	أ) $\Delta=121$ ، مجموعة حلول المعادلة هي : $\left\{-1\ ;\ \frac{1}{10}\ ;\ 1\right\}$	4x0.25	1.75
	ب) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $10x^2+9x-1=(x+1)(10x-1)$	0.75	
2	أ) مجموعة حلول المعادلة هي : $\left\{e^{-1}\ ;\ e^{\frac{1}{10}}\ ;\ e^1\right\}$	3x0.25	1.5
	ب) $(1-e^x)(10e^{2x}+9e^x-1)\le 0$ تكافئ $(1-e^x)(e^x+1)(10e^x-1)\le 0$ إشارة $(1-e^x)(10e^x-1)$ مجموعة الحلول هي $]-\infty;-\ln 10]\cup[0;+\infty[$	0.25 0.25 0.25	

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

3	$\ln(10x^2+9x)\geq 0$ تكافئ $10x^2+9x-1\geq 0$ إشارة $10x^2+9x-1$ من أجل x حقيقي موجب تماما مجموعة الحلول هي $\left]\frac{1}{10};+\infty\right[$	0.25 0.25 0.25	0.75
التمرين الثالث (04 نقاط)			
1	**الاقتراح الصحيح هو : ب)**	0.5	1
	تبرير : من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n=u_n+nr$ ، $u_n=3-4n$	0.5	
2	**الاقتراح الصحيح هو : أ)**	0.5	1
	تبرير : $y=f'(0)(x-0)+f(0)$ ومنه $y=x+1$	0.5	
3	**الاقتراح الصحيح هو : ج)**	0.5	1
	تبرير : **عبارة** الدالة الاصلية للدالة g التي تنعدم عند القيمة 1 هي $G(x)=x^2-\ln x-1$	0.5	
4	**الاقتراح الصحيح هو : أ)**	0.5	1
	تبرير : $\frac{1}{1-0}\int_0^1 3(x+1)^2dx=\left[(x+1)^3\right]_0^1=7$	0.5	
التمرين الرابع (08 نقاط)			
1	$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ لأن $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+1)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}(\frac{-3}{e^x+1})=0$	0.5	0.5
2	أ) المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-(x+1))=\lim\limits_{x\to+\infty}(\frac{-3}{e^x+1})=0$	0.5	1
	ب) من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $[0;+\infty[$ ، $\frac{-3}{e^x+1}<0$ (C_f) يقع أسفل (Δ)	0.25 0.25	

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

3	أ) من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=1+\dfrac{3e^x}{(e^x+1)^2}$	**1**	**3**
	ب) من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f'(x)>0$	**1**	
	الدّالة f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$	**1**	
	جدول التغيرات x | 0 | $+\infty$ $f'(x)$ | $+$ $f(x)$ | $-\frac{1}{2}$ ↗ $+\infty$		
4	المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,28<\alpha<0,29$ لأن : الدّالة f مستمرة ومتزايدة تماما على $[0,28\ ;\ 0,29]$ و $f(0,29)\times f(0,28)<0$ ($f(0,28)\simeq -0,001$ ، $f(0,29)\simeq 0,006$)	**1**	**1**
5	رسم (Δ) رسم (C_f)	**0.25** **0.75**	**1**
6	أ) F تقبل الاشتقاق على $]0;+\infty[$ ومن أجل كلّ عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ ، $F'(x)=\dfrac{3}{e^x+1}$	**1**	**1.5**
	ب) حساب المساحة $\int_0^{\ln 2}(x+1-f(x))\,dx=[F(x)]_0^{\ln 2}=4\ln\left(\frac{64}{27}\right)cm^2$	**2×0.25**	

ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيّد التام بسلم التنقيط

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

	عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
	التمرين الأول (04 نقاط)		
1	البرهان بالتراجع: التحقق من صحة الخاصية الابتدائية إثبات صحّة الاستلزام (إثبات أنّ الخاصية وراثية)	0.25 0.75	1
2	من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_{n+1}-u_n=\frac{-3}{4}(u_n-4)$ و $u_n-4<0$ إذن (u_n) متزايدة تماما (u_n) متزايدة تماما ومحدودة من الأعلى وبالتالي فهي متقاربة	0.25 0.25	0.5
3	أ) من أجل كلّ عدد طبيعي n، $v_{n+1}=\frac{1}{4}v_n$ و $v_0=-2$	2×0.25	1.75
	ب) من أجل كلّ عدد طبيعي n، $v_n=-2\left(\frac{1}{4}\right)^n$ من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n=-2\left(\frac{1}{4}\right)^n+4$	0.5 0.5	
	جـ) $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=4$ لأن : $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{4}\right)^n=0$	0.25	
4	من أجل كلّ عدد طبيعي n، $S_n=-\frac{8}{3}\left[1-\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right]$ من أجل كلّ عدد طبيعي n، $T_n=S_n+4(n+1)=4n+\frac{4}{3}+\frac{2}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^n$	0.5 0.25	0.75
	التمرين الثاني (04 نقاط)		
1	**الاقتراح الصحيح هو : أ)**	0.5	1
	تبرير : $e^{2x}+4e^x-5=0$ تكافئ $(e^x+5)(e^x-1)=0$ ومنه: $x=0$	0.5	
2	**الاقتراح الصحيح هو : جـ)**	0.5	1
	تبرير : $\alpha=5\alpha-4$ تكافئ $\alpha=1$	0.5	
3	**الاقتراح الصحيح هو : ب)**	0.5	1
	تبرير : من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $F'(x)=f(x)$ و $F(0)=0$	0.5	

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

4	الاقتراح الصحيح هو : أ)	0.5	1
	تبرير : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+1-e^x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(1+\frac{1}{x}-\frac{e^x}{x}\right)=-\infty$	0.5	
	التمرين الثالث (04 نقاط)		
1	أ) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $(x-2)(x^2-4x+3)=x^3-6x^2+11x-6$	1	2
	ب) $x^3-6x^2+11x-6=0$ تكافئ $(x-2)(x^2-4x+3)=0$ $\Delta=4$ ، مجموعة الحلول هي : $\{1;2;3\}$	4x0.25	
2	أ) مجموعة الحلول هي : $\{e^1;e^2;e^3\}$	3x0.25	1.5
	ب) $e^{3x}-6e^{2x}+11e^x-6=0$ تكافئ $(e^x-1)(e^x-2)(e^x-3)=0$ مجموعة الحلول هي $\{0;\ln 2;\ln 3\}$	3x0.25	
3	$\ln(x^3-6x^2+11x-5)\geq 0$ تكافئ $x^3-6x^2+11x-6\geq 0$	0.25	0.5
	إشارة $x^3-6x^2+11x-6$ من أجل x حقيقي من المجال $]2;+\infty[$ مجموعة الحلول هي $]3;+\infty[$	0.25	
	التمرين الرابع (08 نقاط)		
1	أ) $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}f(x)=+\infty$	0.75	1.75
	المنحنى (C_f) يقبل المستقيم ذا المعادلة $x=0$ مقاربا له	0.25	
	ب) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(x-1-\frac{\ln x}{x}\right)=+\infty$	0.75	
2	أ) من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{(2x+1)(x-1)}{x}$	1	2.75
	ب) إشارة $f'(x)$	0.5	
	الدّالة f متناقصة تماما على $]0;1]$ ومتزايدة تماما على $[1;+\infty[$	0.5	
	جدول التغيّرات	0.75	

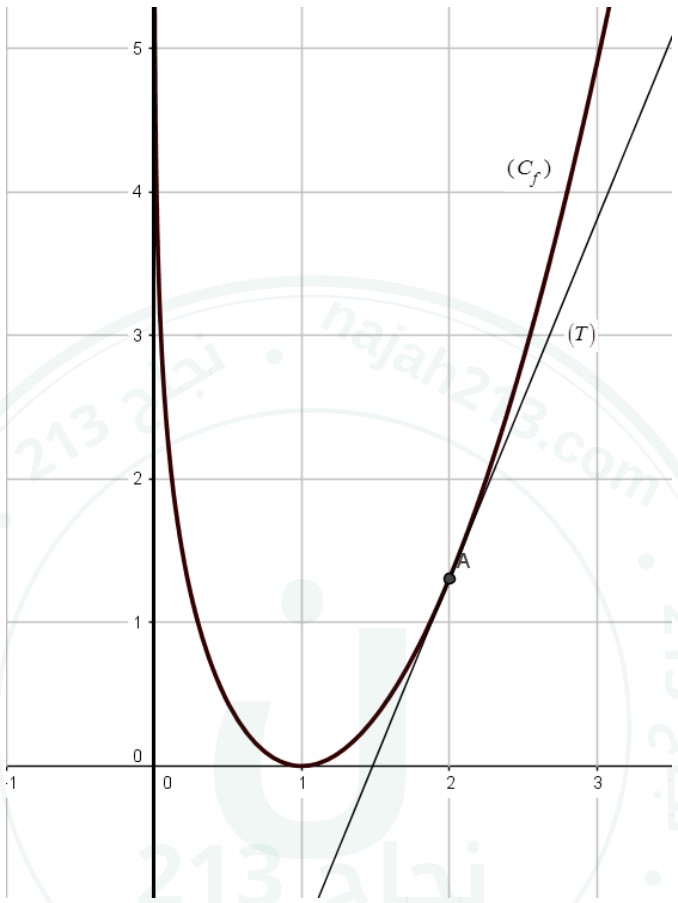
x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ $+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الإجابة النموذجية. مادة الرياضيات. الشعبة تسيير واقتصاد . بكالوريا 2023

3	معادلة لـ (T) هي: $y=f'(2)(x-2)+f(2)=\frac{5}{2}x-3-\ln 2$	2×0.5	1
4	$f(3)=6-\ln 3$ رسم (T) رسم (C_f) 	0.25 0.25 0.5	1
5	أ) F تقبل الاشتقاق على $]0;+\infty[$ ومن أجل كلّ عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ ، $F'(x)=x^2-x-\ln x$	1	1.5
	ب) $\int_1^3 f(x)\,dx=[F(x)]_1^3=\left(\frac{20}{3}-3\ln 3\right)u.a$	2×0.25	

ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيّد التام بسلم التنقيط

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com