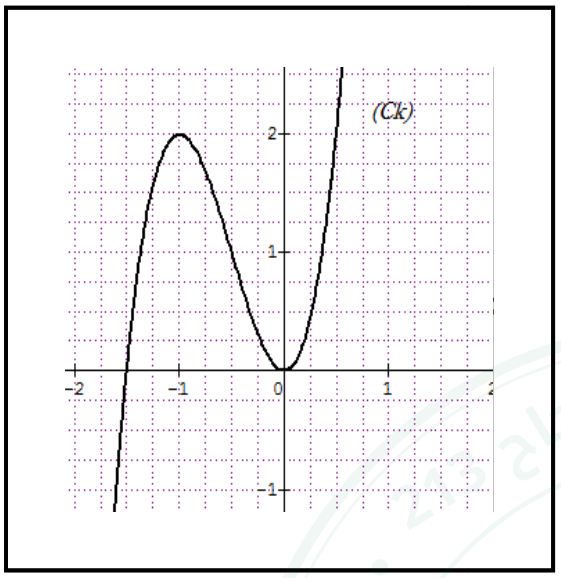
najah213.com · نجاح 213

ثانوية السعيد عبد الحي — 2016/2015

سنة ثالثة علوم تجريبية — المدة: ســـاعتين

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول(06 نقاط):



✓ k دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بتمثيلها البياني المقابل :

بقراءة بيانية اجب على مايلي:

1 شكل جدول تغيرات الدالة k

2 حدد إشارة $k(x)$ على مجال تعريفها

✓ نعتبر الدالة h المعرفة على $]-\frac{3}{2}\ ,\ 0[\cup]0\ ,+\infty[$ بـ:

$$h(x) = ln[k(x)]$$

1 احسب نهايات الدالة h عند أطراف مجال تعريفها

2 ادرس اتجاه تغير الدالة h واستنتج جدول تغيراتها

✓ لتكن الدالة F المعرفة على $]\frac{1}{2}\ ,\ 2[\cup]2\ ,+\infty[$ بـ : $F(x) = h(x-2) - 2$

1 اشرح كيفية إنشاء (C_F) المنحنى البياني لـ $F(x)$ انطلاقا من (C_h) التمثيل البياني للدالة h

2 ارسم (C_h) و (C_F) في نفس المعلم

التمرين الثاني(14 نقطة):

I) g دالة معرفة على R بالعبارة التالية : $g(x) = (a-2x)e^{x+1} + b$ حيث: $(a,b) \in R^2$

(C_g) منحناها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1) عين العددان الحقيقيان a و b حتى يتحقق الشرطان معا :

✓ g هي حل للمعادلة التفاضلية : $(E):\ y' - y = -2e^{x+1} - 2$

✓ المنحنى (C_g) يقبل مماس معامل توجيهه 1 عند النقطة التي فاصلتها $(x=-1)$

2) إذا اعتبرنا أن: $a=1$ و $b=2$

أ اكتب عبارة $g(x)$ ثم ادرس تغيراتها

ب بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $\alpha \in]0.68, 0.69[$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

II) نعتبر الدالة f دالة معرفة على R بالعبارة التالية : $f(x) = 1 + \frac{4x+2}{1+e^{x+1}}$

نسمي (C_f) منحناها البياني في المعلم $(o,\vec{i},\vec{j})$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

1) أ احسب $f'(x)$ الدالة المشتقة للدالة f ثم بين انه من اجل كل عدد حقيقي x :

$$f'(x) = \frac{2g(x)}{(1+e^{x+1})^2}$$

ب استنتج إشارة الدالة f' على R

2) بين أن : $f(\alpha) = 4\alpha - 1$ ثم أعط حصرا للعدد $f(\alpha)$

3) أ/ تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x) - (4x-3) = \frac{(-2-4x)e^{x+1}}{1+e^{x+1}}$

ب/ احسب : $\lim_{x\to-\infty}[f(x)-(4x-3)]$ و $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-1]$ وماذا تستنتج؟

4) ادرس وضعية المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) الذي $y = 4x-3$ معادلة له

5) شكل جدول تغيرات الدالة f ثم ارسم (C_f) و (Δ) والمستقيم الذي معادلته $y = 1$

III) لتكن الدالة h دالة معرفة على R بالعبارة التالية : $h(x) = 1 + \frac{4|x|+2}{1+e^{|x|+1}}$

1) بين أن الدالة h دالة زوجية

2) اكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة ثم ارسم (C_h) التمثيل البياني للدالة h في نفس المعلم السابق

3) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة:

$$4|x| + 2 = (-1-m)(1+e^{|x|+1})$$

عندما تستبدل نظرتك السلبية بأخرى ايجابية

ستبدأ في الحصول على نتائج ايجابية

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

ثانوية السعيد عبد الحي- الودي

2016/2015

الإجابة النموذجية لاختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الاول:

1 جدول تغيرات الدالة k

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$k'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$k(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	0	↗	$+\infty$

2 إشارة $k(x)$ على مجال تعريفها:

x	$-\infty$		$-3/2$		0		$+\infty$
$k(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	

✓ نعتبر الدالة h المعرفة على $]0,+\infty[\cup]-\frac{3}{2},0[$ بـ: $h(x)=\ln[k(x)]$

1 نهايات الدالة h عند أطراف مجال تعريفها

* $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} ln[k(x)]=\lim\limits_{x\to+\infty} lnx=+\infty$
* $\lim\limits_{|x|\to 0} h(x)=\lim\limits_{|x|\to 0} ln[k(x)]=\lim\limits_{x\to 0} lnx=-\infty$
* $\lim\limits_{x\to -3/2} h(x)=\lim\limits_{x\to -3/2} ln[k(x)]=\lim\limits_{x\to 0} lnx=-\infty$

2 دراسة اتجاه تغير الدالة h واستنتاج جدول تغيراتها :

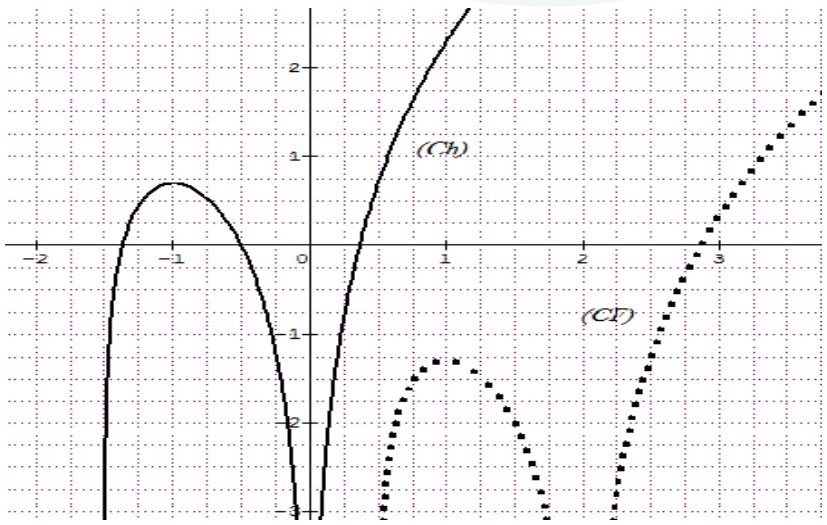
- **نحسب الدالة المشتقة وندرس إشارتها:** لدينا من اجل كل $x\in]0,+\infty[\cup]-\frac{3}{2},0[$: $h'(x)=\frac{k'(x)}{k(x)}$ إذن:

x	$-3/2$		-1		0		$+\infty$
$k'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	
$k(x)$		$+$		$+$	‖	$+$	
$h'(x)$		$+$		$-$	‖	$+$	

- **جدول تغيرات الدالة h :**

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	
$h(x)$	$-\infty$	↗	$ln2$	↘	$-\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$+\infty$

3 المنحنى البياني (C_h) :



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

✓ لتكن الدالة F المعرفة على $]-\infty,+\infty[$ بـ: $F(x)=h(x-2)-2$ $\left]\frac{1}{2},2\right[\cup]2,+\infty[$

1 يتم إنشاء (C_F) المنحنى البياني لـ $F(x)$: بانسحاب (C_h) بيان الدالة h بشعاع قدره : $\vec{v}\binom{2}{-2}$

التمرين الثاني:

I) g دالة معرفة على R بالعبارة التالية : $g(x)=(a-2x)e^{x+1}+b$

1 عين العددان الحقيقيان a و b: لدينا g هي حل للمعادلة التفاضلية (E): يعني أن : $g'(x)-g(x)=-2e^{x+1}-2$

أي: $-2e^{x+1}+(a-2x)e^{x+1}-[(a-2x)e^{x+1}+b]=-2e^{x+1}-2$

ومنه $-2e^{x+1}-b=-2e^{x+1}-2$ و بالمطابقة نجد: $b=2$

ولدينا: المنحنى (C_g) يقبل مماس معامل توجيهه 1 عند النقطة التي فاصلتها $(x=-1)$: يعني أن: $g'(-1)=1$

حيث : $g'(x)=-2e^{x+1}+(a-2x)e^{x+1}=(a-2-2x)e^{x+1}$ ومنه : $(a-2-2(-1))e^{-1+1}=1$

إذن: $a=1$ وبالتالي: $g(x)=(1-2x)e^{x+1}+2$

1 أ دراسة اتجاه تغير الدالة g : g دالة معرفة على $\mathcal{R}$ بـ : $g(x)=(1-2x)e^{x+1}+2$

- نحسب نهايات الدالة g:

$$\lim_{x\to-\infty}g(x)=\lim_{x\to-\infty}\left((1-2x)e^{x+1}+2\right)=2$$

$$\lim_{x\to+\infty}g(x)=\lim_{x\to+\infty}\left((1-2x)e^{x+1}+2\right)=-\infty$$

- نحسب الدالة المشتقة وندرس إشارتها:

$$g'(x)=(-1-2x)e^{x+1}$$

لدينا من اجل كل $x\in\mathcal{R}$ $g'(x)=0$ إذا كان : $(-1-2x)=0$ أي $x=-\frac{1}{2}$

ومنه:

x	$-\infty$	$-1/2$	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-

اذن:

x	$-\infty$	$-1/2$	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	2 ↗	$g\left(-\frac{1}{2}\right)$	↘ $-\infty$

ب اثبت أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا بحيث : $\alpha\in]0.68\ ,\ 0.69[$

- الدالة g دالة معرفة ومستمرة ومتناقصة تماما على $\left]-\frac{1}{2},+\infty\right[$ ادن فهي حتما معرفة ومستمرة ومتناقصة تماما على المجال $[0.68\ ,\ 0.69]$
- ولدينا $\begin{cases}g(0.68)=0.0683\\g(0.69)=-0.0594\end{cases}$ أي $g(0.68)\times g(0.69)<0$
- ادن حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن العادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا حيث $\alpha\in]0.68\ ,\ 0.69[$

استنتاج إشارة $g(x)$ على $\mathcal{R}$:

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	+	0	-

II) نعتبر الدالة f دالة معرفة على R بالعبارة التالية : $f(x)=1+\frac{4x+2}{1+e^{x+1}}$

1) أ بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\frac{2g(x)}{(1+e^{x+1})^2}$:

$$f'(x)=\frac{4(1+e^{x+1})-e^{x+1}(4x+2)}{(1+e^{x+1})^2}=\frac{4+4e^{x+1}-4xe^{x+1}-2e^{x+1}}{(1+e^{x+1})^2}=\frac{2e^{x+1}-4xe^{x+1}+4}{(1+e^{x+1})^2}=\frac{2g(x)}{(1+e^{x+1})^2}$$

ب استنتاج إشارة الدالة f' على R :

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	+	0	-
$f'(x)$	+	0	-

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

2) بين أن : $f(\alpha) = 4\alpha - 1$ ثم أعط حصرا للعدد $f(\alpha)$

لدينا $f(\alpha) = 1 + \frac{4\alpha+2}{1+e^{\alpha+1}} \dots\dots\dots (1)$

ولدينا : $g(\alpha) = (1-2\alpha)e^{\alpha+1} + 2 = 0$ إذن : $e^{\alpha+1} = \frac{-2}{(1-2\alpha)} \dots\dots\dots (2)$

بالتعويض (2) في (1) نجد $f(\alpha) = 1 + \frac{4\alpha+2}{1+\frac{-2}{(1-2\alpha)}} \dots\dots\dots (1)$ و بعد توحيد المقامات والتبسيط نجد : $f(\alpha) = \frac{8\alpha^2+2\alpha-1}{1+2\alpha}$

وباستعمال القسمة الاقليدية نجد: $f(\alpha) = \frac{(1+2\alpha)(4\alpha-1)}{(1+2\alpha)}$ ومنه $\boxed{f(\alpha) = 4\alpha - 1}$

- حصر $f(\alpha)$: لدينا $0.68 \leq \alpha \leq 0.69$

بضرب طرفي المتباينة في العدد (4) نجد : $4(0.68) \leq 4\alpha \leq 4(0.69)$

بإضافة العدد (-1) إلى الطرفين نجد : $4(0.68) - 1 \leq 4\alpha - 1 \leq 4(0.69) - 1$

ومنه نستنتج أن: $\boxed{1.72 \leq f(\alpha) \leq 1.76}$

3) أ/ التحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x) - (4x+3) = \frac{(-2-4x)e^{x+1}}{1+e^{x+1}}$

$$f(x) - (4x+3) = \frac{4x+2}{1+e^{x+1}} - 4x - 2 = \frac{4x+2-4x-4xe^{x+1}-2-2e^{x+1}}{1+e^{x+1}} = \frac{(-2-4x)e^{x+1}}{1+e^{x+1}}$$

ب/ حساب: $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x) - (4x+3)]$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x) - 1]$ ثم تفسير النتائج هندسيا:

$$-\lim_{x\to-\infty}[f(x) - (4x+3)] = \lim_{x\to-\infty}\left[\frac{(-2-4x)e^{x+1}}{1+e^{x+1}}\right] = \lim_{x\to-\infty}\left[\frac{-2e^{x+1}-4xe^{x+1}}{1+e^{x+1}}\right] = 0$$

ومنه نستنتج أن $y = 4x + 3$ هي معادلة لمستقيم مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$

$$-\lim_{x\to+\infty}[f(x) - 1] = \lim_{x\to+\infty}\left[\frac{4x+2}{1+e^{x+1}}\right] = \lim_{x\to+\infty}\left[\frac{4+\frac{2}{x}}{\frac{1}{x}+\frac{e^{x+1}}{x}}\right] = 0$$

ومنه نستنتج أن $y = 1$ هي معادلة لمستقيم مقارب أفقي لـ (C_f) بجوار $+\infty$

4) ادرس وضعية المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) الذي معادلته : $y = 4x + 3$

نحل المعادلة : $f(x) - (4x+3) = 0$ أي $\frac{(-2-4x)e^{x+1}}{1+e^{x+1}} = 0$ ويتحقق ذلك إذا كان $(-2-4x) = 0$ أي $x = -\frac{1}{2}$

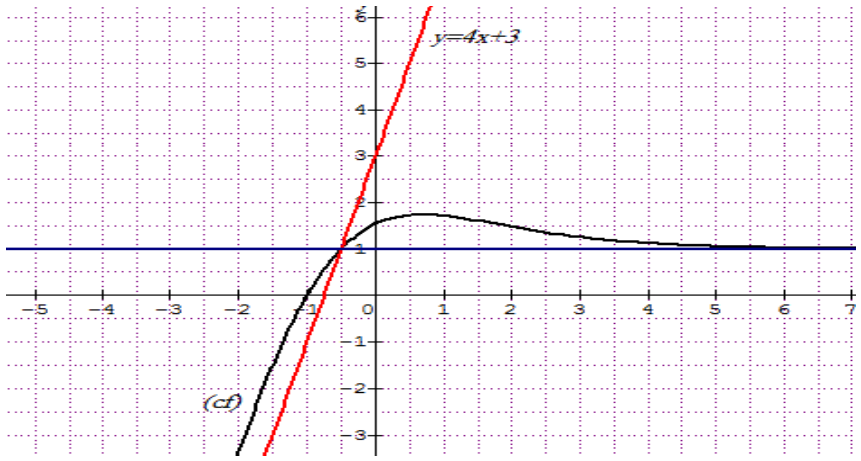
m	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f(x) - y$	+		0	-	
الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ)	(C_f) فوق (Δ)		(C_f) يقطع (Δ) في $\left(-\frac{1}{2}, f\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$		(C_f) تحت (Δ)

5) شكل جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(\alpha)$	↘	1

6) ارسم المستقيمات المقاربة والمنحنى البياني (C_f) :

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

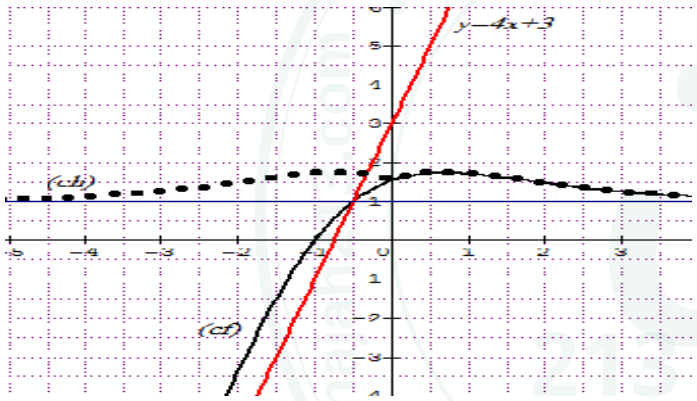


III) لتكن الدالة h دالة معرفة على R بالعبارة التالية : $h(x) = 1 + \frac{4|x|+2}{1+e^{|x|+1}}$

1) إثبات أن الدالة h دالة زوجية :

$h(-x) = 1 + \frac{4|-x|+2}{1+e^{-x+1}} = 1 + \frac{4|x|+2}{1+e^{x|+1}} = h(x)$ لان : $|-x| = |x|$ ومنه $h(x)$ دالة زوجية

2) كتابة $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة ثم رسم (C_h) التمثيل البياني للدالة h في نفس المعلم السابق :



$$h(x) = \begin{cases} 1 + \frac{4x+2}{1+e^{x+1}} = f(x) & , \quad x \geq 0 \\ 1 + \frac{2-4x}{1+e^{1-x}} = f(-x) & , \quad x < 0 \end{cases}$$

3) المناقشة البيانية حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $e^{|x|+1} + 4|x| + 2 = -m(1 + e^{|x|+1}) - 1$:

لدينا: $e^{|x|+1} + 4|x| + 2 = -m(1 + e^{|x|+1}) - 1$

أي : $4|x| + 2 = -m(1 + e^{|x|+1}) - 1 - e^{|x|+1}$ ومنه $4|x| + 2 = -m(1 + e^{|x|+1}) - (1 + e^{|x|+1})$

وبقسمة الطرفين على $(1 + e^{|x|+1})$ نجد : $\frac{4|x|+2}{(1+e^{|x|+1})} = -m - 1$ أي: $\frac{4x|+2}{(1+e^{|x|+1})} + 1 = -m$

وبالتالي المعادلة تصبح: $h(x) = -m$

المناقشة

- $m \in]-\infty, -f(\alpha)[$ المعادلة $h(x) = -m$ لا تقبل حل
- $m = -f(\alpha)$ المعادلة $h(x) = -m$ تقبل حلين مضاعفين احدهما موجب α والآخر سالب $-\alpha$
- $m \in]-f(\alpha), -f(0)[$ المعادلة $h(x) = -m$ تقبل أربعة حلول حلين موجبين وحلين سالبين
- $m = -f(0)$ المعادلة $h(x) = -m$ تقبل ثلاثة حلول حل معدوم وحل موجب وآخر سالب
- $m \in]-f(0), -1[$ المعادلة $h(x) = -m$ تقبل حلين احدهما موجب والآخر سالب
- $m \in [-1, +\infty[$ المعادلة $h(x) = -m$ لا تقبل حل

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً