najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

المستوى: 3 ع تـ

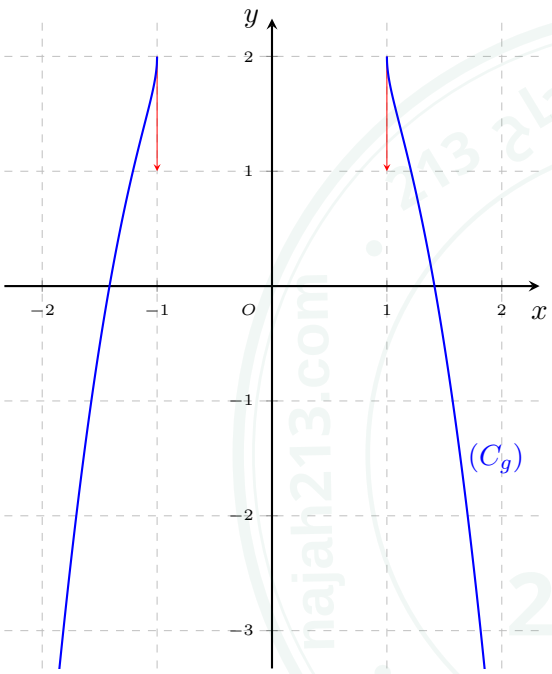
2026/2025 | الفرض الأول في مادة الرياضيات | المدة: ساعة

تجنب الشطب واستعمال المصحح

التمرين الأول

الجزء الأول :

لتكن الدالة g المعرفة على المجال $D=]-\infty;-1]\cup[1;+\infty[$ بـ : $g(x)=2-x^2\sqrt{x^2-1}$.
(C_g) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ المقابل .



① أ) أُحسب : $g\left(\sqrt{2}\right)$ و $g\left(-\sqrt{2}\right)$.

② بقراءة بيانية :

أ) عيّن : $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ب) هل الدالة g مستمرة على $\mathbb{R}$ ؟

ج) هل الدالة g قابلة للإشتقاق عند 1 من اليمين ؟ برّر .

د) عيّن إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

الجزء الثاني :

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;-1]\cup[1;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{2\sqrt{x^2-1}}{x}-x+1$.
وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

① أ) أُدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند القيمة 1 من اليمين وعند القيمة -1 من اليسار . فسّر النتائج بيانيًا.

ب) أُحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

② أ) بيّن أنه من أجل كل $x\in]-\infty;-1]\cup[1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2\sqrt{x^2-1}}$.

ب) أنشئ جدول تغيرات الدالة f .

ج) بيّن أن النقطة $I(0,1)$ هي مركز تناظر لـ (C_f) .

د) أنشئ (C_f) .

لا توجد خطوة عملاقة تصل بك إلى ما تريده، إنما يحتاج الأمر إلى الكثير من الخطوات الصغيرة لتبلغ ما تريد

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تصحيح الفرض الأول في مادة الرياضيات
سنة 3 ع ت

التمريـن 1

الجزء الأول :

1 لتكن الدالة g المعرفة على المجال:

$$D =]-\infty;-1] \cup [1;+\infty[$$

بـ:

$$g(x) = 2 - x^2\sqrt{x^2-1}.$$

ولنرمز بـ (C_g) إلى تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

أ) نحسب:

$$g(\sqrt{2}) = 2-(\sqrt{2})^2\sqrt{(\sqrt{2})^2-1} = 0, \quad g(-\sqrt{2}) = 0.$$

2 بقراءة بيانية :

أ) تعيين النهايات:

$$\lim_{x\to x\to-\infty} g(x) = -\infty, \quad \lim_{x\to x\to+\infty} g(x) = -\infty.$$

ب) الدالة g غير مستمرة على $\mathbb{R}$، فهي مستمرة فقط على $]-\infty;-1]$ و$[1;+\infty[$.

ج) الدالة g غير قابلة للاشتقاق عند $x=1$ من اليمين، إذ:

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{g(x)-g(1)}{x-1} = -\infty.$$

د) إشارة $g(x)$ حسب قيم x:

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		-1		1		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	‖	‖	‖	$+$	0	$-$	

الجزء الثاني :

1 لتكن الدالة f المعرفة على المجال:

$$D_f =]-\infty;-1] \cup [1;+\infty[$$

بـ:

$$f(x) = \frac{2\sqrt{x^2-1}}{x} - x + 1.$$

2 أ) دراسة قابلية اشتقاق f:

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = +\infty,$$

$\Longrightarrow$ غير قابلة للاشتقاق عند $x = 1^+$,

$$\lim_{x\to -1^-} \frac{f(x)-f(-1)}{x+1} = +\infty,$$

$\Longrightarrow$ غير قابلة للاشتقاق عند $x = -1^-$.

ب) حساب النهايات:

$$\lim_{x\to x\to+\infty} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x\to x\to-\infty} f(x) = +\infty.$$

ج) إثبات أن:

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x^2\sqrt{x^2-1}}, \quad x \in D_f.$$

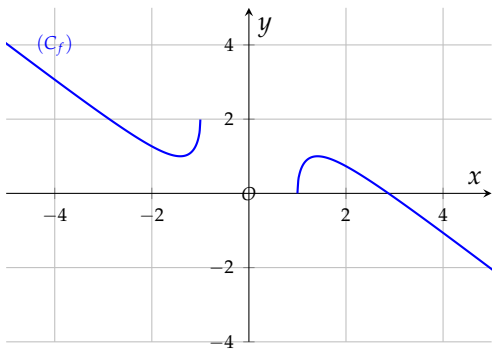
د) إنشاء جدول تغيرات الدالة f:

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		-1		1		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	‖	‖	‖	$+$	0	$-$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	‖	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(-\sqrt{2})$	↗	2	‖	‖	↗	$f(\sqrt{2})$	↘	$-\infty$
						‖	0				

هـ) إثبات أن النقطة $I(0,1)$ مركز تناظر لـ (C_f):

$$f(-x) + f(x) = 2.$$

و) إنشاء (C_f):



انتهى

أستاذ المادة :جمال لقبوري

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com