najah213.com · نجاح 213

Etablissement privé d'éducation et d'enseignement - L'Opiniâtre

المؤسسة الخاصة للتربية و التعليم - أوبينياتر

المستوى: الثالثة ثانوي تسيير و اقتصاد **نوفمبر2019**

الفرض الأول في مادة الرياضيات **المدة: 2 سا**

التمرين الأول: بلغ عدد زبائن أحد مستوردي السّيارات 1000 زبون خلال سنة 1999.

لاحظ المستورد في السّنة الموالية انخفاض بنسبة 60% من زبائنه وأضيف إليهم بفضل الإشهار 630 زبون جديد.

نفرض أنّ تطور الزبائن يتواصل بنفس الكيفية السّابقة خلال السّنوات العشر الموالية نرمز بـ: u_n إلى عدد الزبائن خلال السّنة $1999+n$ حيث n عدد طبيعي.

1) ماهي قيمة u_0 ؟ أحسب u_1 و u_2.

2) عبّر عن u_{n+1} بدلالة u_n.

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = u_n - 1050$.

أ) أحسب v_0 ، v_1 و v_2 ثمّ خمّن طبيعة المتتالية (v_n).

ب) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية، يطلب تحديد حدّها الأوّل وأساسها q.

جـ) عبّر بدلالة n عن v_n ثمّ استنتج عبارة u_n بدلالة n.

4) هل ممكن بلوغ عدد زبائن هذا المستورد 1100 زبون؟

5) أ) برهن بالتّراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n \leq 1050$.

ب) برهن أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما.

جـ) ماذا تستنتج بالنّسبة إلى تقارب المتتالية (u_n).

التمرين الثاني: f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^3 + 3x^2 - 5$

1- أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

2- أحسب $f'(x)$ الدالة المشتقة للدالة f ثمّ استنتج اتجاه تغير f.

3- شكّل جدول تغييرات الدالة f.

4- برهن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1,1 < \alpha < 1,2$.

بالتوفيق

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التصحيح النموذجي

	التمرين الأول:
	-1
1 1 1	$u_0 = 1000$ $u_1 = u_0 - \frac{60}{100}$, $u_0 + 630 = 0{,}4 \text{ X } u_0 + 630 = 1030$ $u_2 = 0{,}4 \times u_1 + 630 = 1042$
	-2
1	$u_{n+1} = 0{,}4 \times u_n + 630$
1,5	-3 أ- $V_0 = u_0 - 1050 = -50$ $V_1 = u_1 - 1050 = -20$ $V_2 = u_2 - 1050 = -8$
	ب-
1	$V_{n+1} = u_{n+1} - 1050$ $= 0{,}4 \times U_n + 630 - 1050$ $= 0{,}4 \times (V_n + 1050) + 630 - 1050$ $= 0{,}4 \times V_n$
0,5	وبه (V_n) متتالية هندسية أساسها q= 0,4 وحدها الأول $V_0 = -50$
1	أ- $V_n = V_0 \, q^n$ $= (-50)\,(0{,}4)^n$
1	$U_n = V_n + 1050 = (-50)(0{,}4)^n + 1050$
1	-4 $U_n = 1100$ أي $(-50)\,(0{,}4)^n + 1050 = 1100$ ومنه $(0{,}4)^n = -1$ مستحيلة لا يمكن بلوغ عدد زبائن هذا المستورد 1100 زبون
1	-5 $q(n) = U_n \leq 1050$ لدينا $U_0 = 1000$ و $1000 \leq 1050$ ومنه q(0) صحيحة فرضية التراجع : $U_n \leq 1050$ ونبرهن $U_{n+1} \leq 1050$ $U_n \leq 1050$ ومنه $0{,}4\, U_n \leq 420$ $0{,}4\, U_n + 630 \leq 1050$ أي $U_{n+1} \leq 1050$ وهو المطلوب
	ب-
1	$U_{n+1} - U_n = 0{,}4\, U_n + 630 - U_n$ $= (-0{,}6)\ U_n + 630$ بما أن $n \leq 1050$ فإن $(-0{,}6)\, U_n \geq -630$ ومنه $(-0{,}6)\, U_n + 630 \geq 0$ أي $U_n - U_n \geq 0$ ومنه (U_n) متزايدة تماما

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

1	نستنتج أن U_n متزايدة تماما ومحدودة من الأعلى بالعدد 1050

التمرين الثاني:

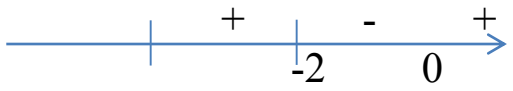
0,5 — $f(n) = x^3 + 3x^2 - 5$

أ) $\lim_{x \to -\infty} f(n) = \lim_{x \to -\infty} n^3 = -\infty$

0,5 — $\lim_{x \to +\infty} f(n) = \lim_{x \to +\infty} n^3 = +\infty$

1 — $f'(n) = 3x^2 + 6x$

1 — $= 3x + (x + 2)$

1 — 

f متزايدة تماما على $]-0,0\ -2[$ وعلى $[0\ ;+\infty[$

ومتناقضة تماما على $(0\ ;\ -2)$

1

n	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(n)$		+	-	+
$f(n)$		-1		$+\infty$
	$-\infty$		-5	

2 — 4- f مستمرة ومتزايدة تماما على $[0\ ;+\infty[$ بالأخص على $(1,1\ ;\ 1,2)$

$f(1,1) \approx -0,04$

$f(1,2) \approx -0,05$

ومنه حسب مبرهنة القيّم المتوسطة المعادلة $f(n) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\propto$ حيث $1,1 < \propto < 1,2$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com