najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية الشلف

إمتحان البكالوريا التجريبي — ثانوية بلحاج قاسم نورالدين

الشعبة : رياضيات — دورة : ماي **2016**

إختبار في مادة : **الرياضيات** — المدة : **04 ساعات ونصف**

**على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين**

## الموضوع الأول

**التمرين الأول** : **( 05 نقاط )**

1. تحقق أن $5^6 \equiv 1[7]$ و إستنتج أن $5^{2016} \equiv 1[7]$

2. من أجل كل عدد طبيعي $n$ نضع : $S_n = 1+5+5^2+5^3+.....+5^n$

أ) بين أنه من أجل $n$ من $\mathbb{N}$ فإن $4S_n = 5^{n+1}-1$ و إستنتج أن $S_n$ و $5^n$ أوليان فيما بينهما ,

ب) ليكن العدد الصحيح $a$ . بين أن $4S_n \equiv a[7]$ إذا و فقط إذا كان $S_n \equiv 2a[7]$ .

ت) بين أن $4S_{2015} \equiv 0[7]$ و إستنتج باقي قسمة $S_{2015}$ على 7

ث) عين أصغر عدد طبيعي غير معدوم $n$ بحيث يكون 7 قاسم لـ $S_n$

3. ليكن $n$ عدد طبيعي غير معدوم . نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $5^n x + S_n y = 1$ .....(E)

تحقق أن ( 4 - ، 5 ) حل للمعادلة ( E ) ثم حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ( E ) .

**التمرين الثاني** : **( 04 نقاط )**

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ و $\alpha$ عدد حقيقي من المجال $]0,\pi[$

لتكن $(S_\alpha)$ مجموعة النقط $M(x,y,z)$ حيث : $OM^2 - 2\cos(\alpha)\left[\overrightarrow{OM}.(\vec{i}+\vec{j}+\vec{k})\right]+3-4\sin^2(\alpha)=0$

1. أ) أعط معادلة ديكارتية لـ $(S_\alpha)$

ب) بين أن $(S_\alpha)$ هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها $I_\alpha$ و نصف قطرها $R_\alpha$ .

ت) إستنتج مجموعة النقط $I_\alpha$ عندما يمسح $\alpha$ المجال $]0,\pi[$ .

2. أ) عين سطوح الكرات $(S_\alpha)$ التي تمر بالمبدأ $O$ .

ب) بين أن O منتصف القطعة $\left[I_{\pi-\alpha}I_\alpha\right]$ .

ت) إستنتج أن $(S_\alpha)$ و $(S_{\pi-\alpha})$ متناظران بالنسبة إلى $O$ .

3. ليكن المستوي $(P)$ ذو المعادلة : $x+y+z=0$

أ) عين إحداثيات النقطة $H$ المسقط العمودي للنقطة $I_\alpha$ على $(P)$ .

ب) أدرس تقاطع $(P)$ و $(S_\alpha)$ .



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

**التمرين الثالث : ( 04 نقاط )**

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

نعتبر النقطة $A$ ذات اللاحقة 2 و $(C)$ الدائرة ذات المركز $O$ و تشمل $A$ .

1. نضع $\alpha=1+i\sqrt{3}$

أ) بين أن $\alpha^2-4\alpha=2\overline{\alpha}-8$

ب) بين أن النقطتين $B$ و $C$ لاحقتاهما على الترتيب $\alpha$ و $\overline{\alpha}$ تنتميان إلى الدائرة $(C)$ .

ت) أنشئ $(C)$ و النقط $A$ ، $B$ و $C$ .

2. لتكن $D$ نقطة من الدائرة $(C)$ لاحقتها $2e^{i\theta}$ حيث $\theta$ عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $]-\pi\ ,\ \pi]$ و $E$ صورة $D$ بالدوران الذي مركزه $O$ و زاويته $\frac{\pi}{3}$ .

- برر أن لاحقة النقطة $E$ هي $z_E=\alpha e^{i\theta}$ و علم في نفس الشكل النقطتين $D$ و $E$ .

3. لتكن النقطتان $F$ و $G$ منتصفا القطعتين $[BD]$ و $[CE]$ على الترتيب .

أ) برر أن لاحقة $F$ و $G$ هما $z_F=\frac{\alpha}{2}+e^{i\theta}$ و $z_G=\frac{\alpha e^{i\theta}+\overline{\alpha}}{2}$ على الترتيب .

ب) بين أن $\frac{z_G-2}{z_F-2}=\frac{\alpha}{2}$ ( يمكن إستعمال السؤال 1) أ) ) و إستنتج طبيعة المثلث $AFG$ .

**التمرين الرابع :** ( 07 نقاط )

لنعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $\mathbb{R}-\{0\,;1\}$ كالتالي : $f(x)=-\frac{1}{2}x+\ln\left|\frac{x-1}{x}\right|$

و ليكن $(C_f)$ التمثيل البياني للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. أ) أحسب النهايات عند حدود مجالات التعريف.

ت) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $D_f$ فإن: $f'(x)=\frac{-x^2+x+2}{2x(x-1)}$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$ .

ث) شكل جدول تغيرات الدالة $f$ .

2. اثبت أن المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلته $y=-\frac{1}{2}x$ هو مقارب مائل للمنحني $(C_f)$.

3. أدرس الوضعية النسبية للمنحني $(C_f)$ بالنسبة لـ : $(\Delta)$ .

4. أثبت أن النقطة $\omega\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{4}\right)$ هي مركز تناظر للمنحني $(C_f)$ .

5. أثبت أن المعادلة : $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $x_0$ حيث : $\frac{2}{5}<x_0<\frac{9}{20}$

6. أرسم $(C_f)$.

7. لنعتبر الدالة $g$ المعرفة كما يلي : $g(x)=-\frac{1}{2}|x|+\ln\left|\frac{|x|-1}{|x|}\right|$

أ) عين مجموعة تعريف الدالة $g$.

ب) ادرس شفعية الدالة $g$ .

ت) بين كيف يمكن رسم المنحني $(C_g)$ للدالة $g$ انطلاقا من $(C_f)$. ( رسم $(C_g)$ غير مطلوب ) .

8. أ) بإستعمال التكامل بالتجزئة أحسب كلا من $\int_2^3\ln(x)dx$ و $\int_2^3\ln(x-1)dx$ .

ت) إستنتج مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني $(C_f)$ و المستقيم $(\Delta)$ و المستقيمات التي معادلاتها $x=2$ و $x=3$



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

## الموضوع الثاني

**التمرين الأول :** ( 04 نقاط )

نعتبر المعادلة : $8 = 17y - 21x$.....(*) حيث $x$ و $y$ عددين طبيعيين .

1. أ- عين الثنائية $(x_0, y_0)$ حل للمعادلة (*) .
   ب - حل في $\mathbb{N}^2$ المعادلة (*) .
2. أ - ادرس حسب قيم العدد الطبيعي $n$ بواقي القسمة الاقليدية للعدد $9^n$ على 13 ,
   ب – بين أنه إذا كان $(\alpha, \beta)$ حل للمعادلة (*) فان : $3^{34\beta+20} - 9^{21\alpha} - 2 \equiv 0[13]$ .
3. أ- بين أنه إذا كان $(x, y)$ حلا للمعادلة (*) و $x$ مضاعف لـ 4 فان $y \equiv 0[4]$ .
   ب – عين الثنائيات $(x, y)$ حلول المعادلة (*) التي يكون من أجلها : $PGCD(x, y) = 4$ .

**التمرين الثاني** : ( 05 نقاط )

لكل سؤال من الأسئلة التالية إختر الإقتراح الصحيح مع التعليل

1. المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O; \vec{u}, \vec{v})$ .

نعتبر النقطتان $A$ و $B$ لاحقتاهما على الترتيب 1 و $i$ . مجموعة النقط $M$ ذات اللاحقة z بحيث يكون $\frac{z-i}{z-1}$

حقيقي هي : أ . المستقيم $(AB)$ بإستثناء $A$ ، ب . القطعة المستقيمة $[AB]$ بإستثناء $A$

جـ . الدائرة التي قطرها $[AB]$ بإستثناء $A$ .

2. إذا كانت طويلة عدد مركب $z$ هي 3 فإن مرافق $z$ هو :

أ . $\frac{3}{z}$ ، ب . $\frac{\sqrt{3}}{z}$ ، جـ . $\frac{9}{z}$

3. ليكن z عدد مركب $|z+i|$ هي :

أ . $|z|+1$ ، ب . $\sqrt{z^2+1}$ ، جـ . $|iz-1|$

4. ليكن z عدد مركب غير معدوم حيث $\theta$ عمدة له .عمدة العدد المركب $\frac{-1+i\sqrt{3}}{\overline{z}}$ هي :

أ . $-\frac{\pi}{3}+\theta$ ، ب . $\frac{2\pi}{3}+\theta$ ، جـ . $\frac{2\pi}{3}-\theta$

5. لتكن النقطة $\Omega$ ذات اللاحقة $1-i$ .

مجموعة النقط M ذات اللاحقة $z = x + iy$ و تحقق $|z-1+i| = |3-4i|$ لها معادلة من الشكل :

أ . $y = -x + 1$ ، ب . $(x-1)^2 + y^2 = \sqrt{5}$ ، جـ . $z = 1 - i + 5e^{i\theta}$ حيث $\theta$ عدد حقيقي .

**التمرين الثالث** : ( 04 نقاط )

1. نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة كما يلي : $U_0 = \frac{3}{2}$ و $U_{n+1} = \frac{4U_n}{U_n+3}$ .

أ- بين بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ فان : $U_n \succ 1$ .

ب- ادرس رتابة المتتالية $(U_n)$ ، ماذا تستنتج ؟



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

2. لتكن المتتالية $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بـ : $V_n=\dfrac{U_n}{U_n-1}$

أ) بين أن المتتالية $(V_n)$ هندسية ، عين أساسها و حدها الأول .

ب) عبر عن $V_n$ بدلالة $n$ ، ثم استنتج أن : $U_n=\dfrac{3}{3-\left(\dfrac{3}{4}\right)^n}$ و أحسب نهاية $(U_n)$ .

3. لتكن المتتالية $(W_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ حيث : $W_n=\dfrac{V_n}{n^2}$ .

أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم : $W_n=3e^{n\ln\left(\frac{4}{3}\right)-2\ln(n)}$ .

ب) أحسب : $\lim\limits_{n\to+\infty}W_n$ .

**التمرين الرابع :** ( 07 نقاط )

I . نعتبر الدالة $f_k$ المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ : $f_k(x)=\dfrac{k}{e^{kx}+1}$ . ( $k$ عدد حقيقي غير معدوم )

**نرمز بـ $(C_k)$ للمنحنى الممثل للدالة $f_k$ في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=4cm$ و $\|\vec{j}\|=2cm$ .**

1. احسب نهايات الدالة $f_k$ عند $-\infty$ و عند $+\infty$ حسب قيم $k$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

2. ليكن $(D_k)$ المستقيم المقارب للمنحني $(C_k)$ و الذي معادلته $y=k$

أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ ، $f_k(x)=k-\dfrac{k\,e^{kx}}{e^{kx}+1}$

ب) أدرس حسب قيم $k$ الوضع النسبي للمنحني $(C_k)$ و $(D_k)$

3. أدرس حسب قيم $k$ تجاه تغير الدالة $f_k$ ثم شكل جدول تغيراتها .

4. أكتب معادلة لمماس $(\Delta_k)$ للمنحني $(C_k)$ في النقطة ذات الفاصلة $O$ .

II .

1. أثبت أن : $f_3(x)-f_{-3}(x)=3$ مستنتجا طبيعة التحويل الذي يحول المنحني $(C_3)$ إلى المنحني $(C_{-3})$

2. أنشئ $(\Delta_3)$ و $(C_3)$ ثم إستنتج إنشاء $(\Delta_{-3})$ و $(C_{-3})$

3. $\alpha$ عدد حقيقي موجب تماما .

$A(\alpha)$ هي المساحة بالسنتيمتر مربع للحيز المستوي المحدد بالمنحني $(C_3)$ و المستقيمات التي معادلاتها $y=0$ ، $x=0$ و $x=\alpha$ .

أ) أثبت أن : $A(\alpha)=3\alpha-\ln(e^{3\alpha}+1)+\ln(2)$

ب) أحسب نهاية $A(\alpha)$ لما $\alpha$ يؤول إلى $+\infty$



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

# الموقع الأول لتحضير الفروض والاختبارات في الجزائر

| القسم التحضيري | |
|---|---|
| السنة الأولى ابتدائي | |
| السنة الثانية ابتدائي | |
| السنة الثالثة ابتدائي | |
| السنة الرابعة ابتدائي | |
| السنة الخامسة ابتدائي | |
| شهادة التعليم الابتدائي | |
| السنة الأولى متوسط | |
| السنة الثانية متوسط | |
| السنة الثالثة متوسط | |
| السنة الرابعة متوسط | |
| شهادة التعليم المتوسط | |
| السنة الأولى ثانوي | |
| السنة الثانية ثانوي | |
| السنة الثالثة ثانوي | |
| شهادة البكالوريا | |