najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي
الشعبة : علوم تجريبية
اختبار في مادة الرياضيات

وزارة التربية الوطنية
مقاطعة ورقلة 02
دورة ماي 2015
المدة : 03 سا و 30د

على المترشح اختيار احد الموضوعين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(05نقاط)

1°) حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة : $z^2-2z+5=0$.

2°) نعتبر في المستوي المركب المنسوب على معلم متعامد ومتجانس $(0,\vec{i},\vec{j})$

النقط I ، B ، A التي لواحقها على الترتيب $z_1=1-2i$ ، $z_B=-3$ ، $z_A=2+\overline{z_1}$.

أ/ اكتب على الشكل الجبري العدد المركب : $z=\dfrac{z_I-z_A}{z_I-z_B}$.

ب/ اكتب العدد المركب Z على الشكل الأسي ، ثم استنتج طبيعة المثلث IAB .

ج / احسب z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة I بالتحاكي الذي مركزه A ونسبته 2 .

3°) ا / لتكن النقطة G مرجح الجملة $\{(A;1),(B;-1);(C;1)\}$ احسب z_G لاحقة النقطة G .

ب/ عين طبيعة المجموعة (Γ_1) مجموعةالنقط M ذات اللاحقة Z من المستوي حيث :

$$2\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right\|$$

ج / عين طبيعة المجموعة (Γ_2) مجموعةالنقط M ذات اللاحقة Z من المستوي حيث :

$$\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=4\sqrt{5}$$

التمرينالثاني:(05نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_1=\sqrt{e}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n حيث $n\geq 1$

$$u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1$$

1- احسب الحدود u_2, u_3 ،و u_4 (تدوّر النتائج الى 10^{-2}) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n)

2- ا- بين بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n حيث $n\geq 1$: $u_n\leq n+3$

ب- بين انه من اجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$: $u_{n+1}-u_n=\frac{1}{3}(n+3-u_n)$ ثم استنتج اتجاه تغير (u_n)

3- $(v_n)_{n\geq 1}$ المتتالية العددية المعرفة بـ : $v_n=u_n-n$

ا- بين ان (v_n) متتالية هندسية يطلب تعين حدها العام v_n

ب- استنتج عبارة u_n بدلالة n

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

4- نضع من اجل كل عدد طبيعي n حيث $n \geq 1$: $S_n = \left(\frac{2}{3}\right)^1 V_1 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 V_2 + \ldots\ldots + \left(\frac{2}{3}\right)^n V_n$

$S'_n = u_1 + u_2 + \ldots + u_n$ و $T_n = \frac{S'_n}{n^2}$ احسب المجموعين S_n و S'_n بدلالة n ثم عين $\lim\limits_{n \to +\infty} T_n$

التمرين الثالث (04نقاط)

الفضاء منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o\,\vec{i};\vec{j};\vec{k})$: نعتبر النقط: $A(3,2,1)$; $B(3,5,4)$ و $C(0,5,1)$

1- بين ان المثلث ABC متقايس الأضلاع

2- تحقق ان الشعاع $\vec{n}(1,1,-1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكارتية له

3- ا- عين إحداثيات النقطة G مركز ثقل المثلث ABC

ب- عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يمر بالنقطة G ويعامد المستوي (ABC)

جـ - تحقق ان النقطة $F(4,6,0)$ تنتمي إلى المستقيم (Δ) ثم احسب حجم رباعي الوجوه FABC

4– بين ان المستقيمين (FA) و (BC) متعامدين

5- ا- عين المجموعة (S) للنقط M من الفضاء التي تحقق $\left\|\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MF}\right\| = 6$

ب- عين الوضع النسبي للمجموعة (S) والمستوي (ABC)

التمرين الرابع : (06 نقاط)

I) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(0,\vec{i},\vec{j})$

لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]-\infty,3[$ كمايلي : $g(x) = \frac{-x+1}{-x+3} + \ln(-x+3)$

1) احسب نهايات g عند اطراف مجال تعريفها .

2) أدرس تغيرات الدالة g .

3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]1,5;1,7[$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty,3[$ كمايلي: $f(x) = (x-1)\ln(-x+3)$

و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم متعامد ومتجانس $(0,\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$) .

1°) أ / - احسب نهايات f عند اطراف مجال تعريفها .

ب /- أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2°) بين ان $f(\alpha) = \frac{(\alpha-1)^2}{3-\alpha}$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

3°) حل في المجال $]-\infty;3[$ المعادلة : $f(x) = 0$ ثم استنتج إشارة $f(x)$ على المجال $]-\infty,3[$

4°) احسب $f(-2)$ و $f(-3)$ ثم ارسم بدقة المنحنى (C_f) .

5°) F دالة عددية على المجال $]-\infty,3[$ كمايلي: $F(x) = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}\right)\ln(-x+3)$

تحقق ان F دالة أصلية للدالة f على المجال $]-\infty,3[$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (06 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

نعتبر النقط $A(3;4;0)$ ، $B(0;5;0)$ ، $C(0;0;5)$ ، $D(-2;-6;5)$ ، $E(-4;0;-3)$ والشعاع $\vec{n}(1;3;3)$

1.بين أن النقط A, B, C تعيّن مستو (ABC) ،تأكد أن $\vec{n}$ شعاعه الناظمي ثم اكتب معادلة ديكارتية له

2 . ا / برهن أن المثلث AOB متساوي الساقين .

ب / عين إحداثيي النقطة I منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$ ، ثم بين أن $OI = \frac{3\sqrt{10}}{2}$.

جـ / بين أن $\vec{OC}$ عمودي على المستوي (AOB)

د/ استنتج حجم رباعي الوجوه $OABC$

3. احسب المسافة بين النقطة O والمستوي (ABC) .

4 . ا/ جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (DE) .

ب/ اكتب معادلة ديكارتية للمستوي المحوري (Q) للقطعة المستقيمة $[DE]$.

جـ / تحقق ان النقطة $F\left(-1;1;\frac{7}{2}\right)$ تنتمي للمستوي (Q) .

د / استنتج المسافة بين النقطة F والمستقيم (DE) .

التمرين الثاني :(05نقط)

في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ نعتبر النقط A, B و C التي لواحقها على الترتيب : $Z_a = i$, $Z_b = \sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ و $Z_c = -1$

1- نعتبر التحويل النقطي (S) المعرف بـ : $Z' = 2e^{-i\frac{\pi}{3}}Z + 1 - i$

ما طبيعة التحويل (S) وما عناصره المميزة .

2- - عين لواحق النقط $A'; B'$ و C' صور النقط A, B و C بالتحويل (S)

3- أ) عين لاحقة النقطة G مرجح الجملة : $\{(A,3);(B,1);(C,-2)\}$

ب) عين لاحقة النقطة G' مرجح الجملة $\{(A',3);(B',1);(C',-2)\}$

جـ) تأكد أن $G' = S(G)$ ، ماذا تستنتج ؟

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

4- T التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M(z')$ حيث : $\overrightarrow{MM'}=3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}$

ا- بين أن : $\overrightarrow{GM'}=\overrightarrow{MG}$ واستنتج طبيعة التحويل T وعناصره المميزة

ب- عين لواحق النقط : E,D و F صور النقط B,A و C بالتحويل T

جـ - بين أن المثلثين ABC و EDF متقايسان .

التمرين الثالث (09نقط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على R كما يلي $g(x)=(x-1)e^{-x}+2$

1- احسب نهايات الدالة g عند حدود مجال التعريف ثمّ ادرس اتجاه تغيرات الدالة g

2- شكل جدول تغيرات g ثم علّل وجود عدد حقيقي α حيث $-0.38\prec\alpha\prec-0.36$ يحقق $g(\alpha)=0$

3 - استنتج إشارة $g(x)$ على R

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على R بـ $f(x)=2x+1-xe^{-x}$

(c_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2 ا- بين انه من اجل كل x من R: $f'(x)=g(x)$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$ وشكل جدول تغيرات الدالة f

ب- بين ان $f(\alpha)=2\alpha+3+\dfrac{2}{\alpha-1}$ ثم جد حصرا للعدد $f(\alpha)$.

3- بين ان (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعين إحداثيتها

4- ا- بين ان (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y=2x+1$ بجوار $+\infty$

ب- ادرس الوضع النسبي للبيان (C_f) والمستقيم (Δ)

جـ - أنشئ المنحنى (C_f) في المعلم السابق وعلى المجال $]-1.5;+\infty[$ يعطى $f(-1.5)=4.72$

5- لتكن الدالة h المعرفة على R كمايلي : $h(x)=f(x^2e^x)$

باستعمال مشتق دالة مركبة . استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها

6- لتكن الدالة k المعرفة على R كما يلي $k(x)=(ax+b)e^{-x}$

ا- عين العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون الدالة k دالة أصلية للدالة $x\to -xe^{-x}$

ب- استنتج دالة أصلية للدالة f على R

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

مقاطعة تقرت	تصحيـــــــح باك تجريبي رياضيات	الثالثة علوم تجريبية	2015

الموضوع الأول

التمرين الأول :

$$Z^2-2Z+5=0$$

1) حلا المعادلة هما: $\Delta=-16$

$$Z_1=\frac{2+i\sqrt{16}}{2}=1+2i \quad \text{و} \quad Z_2=1-2i$$ (1)

أ/ $Z_I=1-2i$ ، $Z_B=-3$ ، $Z_A=2+\overline{Z_I}$

$$Z_A=3+2i$$

$$Z=\frac{Z_I-Z_A}{Z_I-Z_B}=\frac{1-2i-3-2i}{1-2i+3}=\frac{-2-4i}{4-2i}$$

$$Z=\frac{-1-2i}{2-i}=\frac{(-1-2i)(2+i)}{(2-i)(2+i)}=\frac{-2-i-4i+2}{4+1}$$

$$Z=\frac{-5i}{5}$$ ومنه : $Z=-i$ (0.5)

ب) $Z=e^{-\frac{\pi}{2}i}$ (0.5)

$$\left|\frac{Z_I-Z_A}{Z_I-Z_B}\right|=1 \quad \text{و} \quad \arg\left(\frac{Z_I-Z_A}{Z_I-Z_B}\right)=\frac{-\pi}{2}$$

$AI=BI$ و $(\vec{IB};\vec{IA})=\frac{-\pi}{2}$ (0.5)

AIB قائم في I ومتساوي الساقين

ج) لدينا $h(A;2)$ تحاكي و $h(I)=C$

الكتابة المركبة لتحاكي: $Z'-Z_A=2(Z-Z_A)$

ومنه : $h(I)=C$ $Z_C-Z_A=2(Z_I-Z_A)$

$$Z_C=2Z_I-Z_A$$

$$Z_C=2-4i-3-2i=-1-6i$$

$Z_C=-1-6i$ (0.5)

3) G مرجح الجملة : $\{(A;1),(B;-1),(C;1)\}$ (0.5)

أ) $Z_G=\frac{Z_A-Z_B+Z_C}{1-1+1}=3+2i+3-1-6i=5-4i$

ب) $2\left\|\vec{MA}-\vec{MB}+\vec{MC}\right\|=\left\|\vec{MA}+\vec{MB}\right\|$

لتكن H منتصف $[AB]$

$$2\left\|(1-1+1)\vec{MG}\right\|=\left\|(1+1)\vec{MH}\right\|$$

$2MG=2MH$ ومنه : $MG=MH$ (0.75)

مجموعة النقط (Γ_1) محور القطعة $[GH]$

ج) $\left\|\vec{MA}-\vec{MB}+\vec{MC}\right\|=4\sqrt{5}$

$\left\|(1-1+1)\vec{MG}\right\|=4\sqrt{5}$ ومنه $MG=4\sqrt{5}$ (0.75)

مجموعة النقط (Γ_2) دائرة مركزها G ونصف قطرها $r=4\sqrt{5}$

التمرين الثاني : $U_1=\sqrt{e}$, $U_{n+1}=\frac{2}{3}U_n+\frac{1}{3}n+1$

1) حساب u_4,u_3,u_2 :

$$U_2=\frac{2}{3}U_1+\frac{1}{3}+1=\frac{2}{3}\sqrt{e}+\frac{4}{3}=\frac{2\sqrt{e}+4}{3}\approx 2{,}43$$ (0.75)

$$U_3=\frac{2}{3}U_2+\frac{2}{3}+1=\frac{2}{3}\left(\frac{2\sqrt{e}+4}{3}\right)+\frac{5}{3}=\frac{4\sqrt{e}+23}{9}\approx 3{,}28$$

$$U_4=\frac{2}{3}U_3+\frac{3}{3}+1=\frac{2}{3}\left(\frac{4\sqrt{e}+23}{9}\right)+2=\frac{8\sqrt{e}+100}{9}\approx 12{,}58$$

2) أ) البرهان أنه من أجل كل $n\geq 1$: $U_n\leq n+3$

* من اجل $n=1$: $U_1=\sqrt{e}\approx 1{,}6$ ومنه $U_1\leq 1+3$ (محققة)

*نفرض أن $U_n\leq n+3$ صحيحة و نبين أن: $U_{n+1}\leq n+4$

لدينا : $U_n\leq n+3$ ومنه: $\frac{2}{3}U_n\leq\frac{2}{3}(n+3)$

إذن: $\frac{2}{3}U_n+\frac{1}{3}n+1\leq\frac{2}{3}(n+3)+\frac{1}{3}n+1$ (1)

وبالتالي: $U_{n+1}\leq n+3\leq n+4$ ومنه $U_{n+1}\leq n+3$

ومنه : $U_{n+1}\leq n+4$ إذن $p(n+1)$ صحيحة

*الإستنتاج : من أجل كل $n\geq 1$: $U_n\leq n+3$

ب) $U_{n+1}-U_n=\frac{2}{3}U_n+\frac{1}{3}n+1-U_n$

$$U_{n+1}-U_n=\frac{1}{3}n+1-\frac{1}{3}U_n=\frac{1}{3}(n+3-U_n)$$

لدينا : $U_n\leq n+3$ ومنه: $n+3-U_n\geq 0$ (0.25)

أي: $\frac{1}{3}(n+3-U_n)\geq 0$ ومنه: $U_{n+1}-U_n\geq 0$

ومنه: (U_n) متزايدة

3) أ) إثبات أن (V_n) متتالية هندسية: $V_n=U_n-n$

لدينا : $V_{n+1}=U_{n+1}-(n+1)$

$$V_{n+1}=\frac{2}{3}U_n+\frac{1}{3}n+1-n-1=\frac{2}{3}U_n-\frac{2}{3}n$$ (1)

$V_{n+1}=\frac{2}{3}V_n$ أي : $V_{n+1}=\frac{2}{3}(U_n-n)$

(V_n) هندسية أساسها $q=\frac{2}{3}$ و حدها الأول $V_1=U_1-1=\sqrt{e}-1$

ب) عبارة V_n : $V_n=V_1\times q^{n-1}$ (0.25)

$$V_n=(\sqrt{e}-1)\times\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$$

ب) عبارة U_n : $V_n=U_n-n$ (0.25)

ومنه $U_n=V_n+n$ إذن : $U_n=(\sqrt{e}-1)\times\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}+n$

ص1

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

تابع التمرين الثاني:

4) حساب: $S_n = \left(\frac{2}{3}\right)^1 V_1 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 V_2 + \ldots\ldots\ldots + \left(\frac{2}{3}\right)^n V_n$

لدينا : $V_n = V_1 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

$$S_n = \left(\frac{2}{3}\right)^1 V_1 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 V_1\left(\frac{2}{3}\right)^1 + \ldots\ldots\ldots + \left(\frac{2}{3}\right)^n V_1\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$$

$$S_n = V_1\left(\frac{2}{3}\right)\left[\underbrace{1 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \ldots\ldots\ldots + \left(\frac{2}{3}\right)^{2n-2}}\right]$$

$$S_n = V_1\left(\frac{2}{3}\right)\left[\underbrace{1 + \left(\frac{4}{9}\right) + \ldots\ldots\ldots + \left(\frac{4}{9}\right)^{n-1}}\right]$$

0.5

$$S_n = \frac{2}{3}V_1\left[1 \times \frac{1-\left(\frac{4}{9}\right)^n}{1-\frac{4}{9}}\right] \text{ أي } \boxed{S_n = \frac{6}{5}(\sqrt{e}-1)\left[1-\left(\frac{4}{9}\right)^n\right]}$$

حساب: $S'_n = U_1 + U_2 + \ldots\ldots\ldots + U_n$

لدينا: $U_n = V_n + n$ **ومنه:**

$$S'_n = (V_1+1) + (V_2+2) + \ldots\ldots\ldots + (V_n+n)$$

$$S'_n = (V_1 + V_2 + \ldots + V_n) + (1+2+\ldots+n)$$

$$S'_n = V_1 \times \frac{1-q^n}{1-q} + \frac{n}{2}(1+n)$$

$$S'_n = (\sqrt{e}-1) \times \frac{1-\left(\frac{2}{3}\right)^n}{1-\frac{2}{3}} + \frac{n}{2}(1+n)$$

0.5

$$\boxed{S'_n = 3(\sqrt{e}-1)\times\left[1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right] + \frac{n}{2} + \frac{n^2}{2}}$$

0.25

$$T_n = \frac{S'_n}{n^2} = \frac{3}{n^2}(\sqrt{e}-1)\times\left[1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right] + \frac{1}{2n} + \frac{1}{2}$$

0.25

$$\boxed{\lim_{n\to+\infty} T_n = \frac{1}{2}}$$

التمرين الثالث : $A(3,2,1)$ $B(3,5,4)$ $C(0,5,1)$

1) إثبات أن ABC **متقايس الأضلاع:**

$\vec{AB}(0,3,3)$ ، $\vec{AC}(-3,3,0)$ ، $\vec{BC}(-3,0,-3)$

$$AB = \sqrt{0^2+3^2+3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$AC = \sqrt{(-3)^2+3^2+0^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$BC = \sqrt{(-3)^2+0^2+3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

0.5

$\boxed{AB = AC = BC}$ **إذن** ABC **متقايس الأضلاع**

2) التحقق أن $\vec{n}(1;1;-1)$ **ناظمي للمستوي** (ABC) **:**

$$\begin{cases} \vec{n}.\vec{AB} = 0+3-3 = 0 \\ \vec{n}.\vec{AC} = -3+3+0 = 0 \end{cases} \text{ ومنه } \begin{cases} \vec{n} \perp \vec{AB} \\ \vec{n} \perp \vec{AC} \end{cases}$$

0.25

أي: $\vec{n} \perp (ABC)$

ومنه $\vec{n}(1;1;-1)$ **ناظمي للمستوي** (ABC)

معادلة (ABC) **:** $x+y-z+d=0$

0.5

$A(3,2,1) \in (ABC)$ **أي:** $3+2-1+d=0$ **أي:** $d=-4$ **ومنه :**

$$\boxed{(ABC): x+y-z-4=0}$$

3)أ)تعيين إحداثيات G **مركز ثقل المثلث** ABC **:**

0.25

$$G\left(\frac{x_A+x_B+x_C}{3}, \frac{y_A+y_B+y_C}{3}, \frac{z_A+z_B+z_C}{3}\right)$$

أي: $G\left(\frac{3+3+0}{3}, \frac{2+5+5}{3}, \frac{1+4+1}{3}\right)$ **ومنه:** $\boxed{G(2,4,2)}$

ب) التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ)

لدينا $G(2,4,2) \in (\Delta)$ **و** $(\Delta) \perp (ABC)$

يمكن اعتبار $\vec{n}(1;1;-1)$ **شعاع توجيه للمستقيم** (Δ)

0.5

$$\boxed{(\Delta): \begin{cases} x = 2+t \\ y = 4+t \\ z = 2-t \end{cases}}$$

ج) التحقق أن $F(4,6,0)$ **تنتمي إلى** (Δ) **:**

0.25

$$(\Delta): \begin{cases} 4 = 2+t \\ 6 = 4+t \\ 0 = 2-t \end{cases} \text{ ومنه: } (\Delta): \begin{cases} t = 2 \\ t = 2 \\ t = 2 \end{cases}$$

$F \in (\Delta)$ **ومنه** t **قيمة وحيدة**

حساب حجم $FABC$ **:**

لدينا (Δ) **يشمل** F **و عمودي على** (ABC) **ويمر من** G

مركز ثقل ABC **ومنه** G **المسقط العمودي لـ** F **على** (ABC)

إذن FG ارتفاع الهرم $FABC$ الذي قاعدته ABC

$$\boxed{V = \frac{1}{3}\mathrm{A} \times FG}$$

حساب A **مساحة** ABC **:** ليكن h ارتفاع المثلث ABC

$$\left(\frac{\sqrt{18}}{2}\right)^2 + h^2 = (\sqrt{18})^2 \quad \text{ومنه :} \quad h = \frac{3\sqrt{6}}{2}$$

$$\mathrm{A} = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times \frac{3\sqrt{6}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

$$FG = \sqrt{(2-4)^2+(4-6)^2+(2-0)^2} = 2\sqrt{3}$$

0.75

$$\boxed{V = \frac{1}{3} \times \frac{9\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{3} = 9}$$

4) إثبات أن $(FA) \perp (BC)$

0.25

$\vec{FA}(-1,-4,1)$ **و** $\vec{BC}(-3,0,-3)$

$\vec{FA}.\vec{BC} = 3+0-3 = 0$ **ومنه** $\vec{FA} \perp \vec{BC}$ **إذن** $(FA) \perp (BC)$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com · نجاح 213

5)أ)**تعيين** (S) **مجموعة النقط** M : $\left\|\vec{MG}+\vec{MF}\right\|=6$

لتكن I منتصف $[FG]$ ومنه $\left\|(1+1)\vec{MI}\right\|=6$ أي $MI=3$

(S) سطح كرة مركزها I و نصف قطرها $r=3$ **0.5**

ب)**الوضع النسبي بين** (S) **و** (ABC) :

نحسب إحداثيات I : $I(\frac{4+2}{2},\frac{6+4}{2},\frac{0+2}{2})$ **ومنه** $I(3,5,1)$

نحسب المسافة بين I **و** (ABC)

لدينا: $d(I,(ABC))=\frac{|3+5-1-4|}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}}=\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$ **0.25**

إذن : $d(I,(ABC))\prec r$ (ABC) يقطع (S) وفق دائرة

التمرين الرابع:

I) $g(x)=\frac{-x+1}{-x+3}+\ln(-x+3)$ ، $D_g=]-\infty;3[$

1) $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to3^-}g(x)=-\infty$ **0.5**

2) **اتجاه التغير:** $g'(x)=\frac{-2}{(-x+3)^2}-\frac{1}{(-x+3)}$

$g'(x)=\frac{x-5}{(-x+3)^2}$

جدول تغيرات g **0.5**

x	$-\infty$		3
$x-5$		$-$	

x	$-\infty$		3
$g'(x)$		$-$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	$-\infty$

3) لدينا f مستمرة ومتناقصة تماما على المجال $[1,7\ ;\ 1,5]$ وأيضا $f(1,5)\times f(1,7)<0$ **0.5**

لأن: $f(1,7)\approx-0,27$ و $f(1,5)\approx0,07$

ومنه المعادلة $g(x)=0$ **تقبل حلا وحيدا** $1,5<\alpha<1,7$

3) **إشارة** g :

x	$-\infty$		α		3
g		$+$	0	$-$	

0.25

II) $f(x)=(x-1)\ln(-x+3)$ ، $D_g=]-\infty;3[$

1) $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to3^-}f(x)=-\infty$ **0.5**

2) **اتجاه التغير:** $f'(x)=1\times\ln(-x+3)+(x-1)\times\frac{-1}{-x+3}$

$f'(x)=g(x)$ **0.5**

إشارة $f'(x)$ **نفس إشارة** $g(x)$

جدول تغيرات f

x	$-\infty$		α		3
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(\alpha)$	↘	$-\infty$

0.5

إثبات أن $f(\alpha)=\frac{(\alpha-1)^2}{3-\alpha}$: **لدينا** $f(\alpha)=(\alpha-1)\ln(-\alpha+3)$

ولدينا: $g(\alpha)=0$ **ومنه:** $\frac{-\alpha+1}{-\alpha+3}+\ln(-\alpha+3)=0$ **0.5**

ومنه: $\ln(-\alpha+3)=\frac{\alpha-1}{-\alpha+3}$ **إذن :** $f(\alpha)=(\alpha-1)\times\frac{(\alpha-1)}{-\alpha+3}$

$f(\alpha)=\frac{(\alpha-1)^2}{3-\alpha}$ **0.5**

حصر : $f(\alpha)$

$1,5\prec\alpha\prec1,7$ **إذن** $0,5\prec\alpha-1\prec0,7$ **ومنه** $0,25\prec(\alpha-1)^2\prec0,49$

$-1,7\prec-\alpha\prec-1,5$ **إذن** $1,3\prec3-\alpha\prec1,5$ **ومنه** $\frac{1}{1,5}\prec\frac{1}{3-\alpha}\prec\frac{1}{1,3}$

ومنه : $\frac{0,25}{1,5}\prec\frac{(\alpha-1)^2}{3-\alpha}\prec\frac{0,49}{1,3}$ **ومنه** $0.2\prec f(\alpha)\prec0.4$

حل المعادلة $f(x)=0$ **لدينا:** $(x-1)\ln(-x+3)=0$ **0.25**

($x-1=0$ **أو** $\ln(-x+3)=0$) **ومنه** ($x=1$ **أو** $-x+3=e^0$)

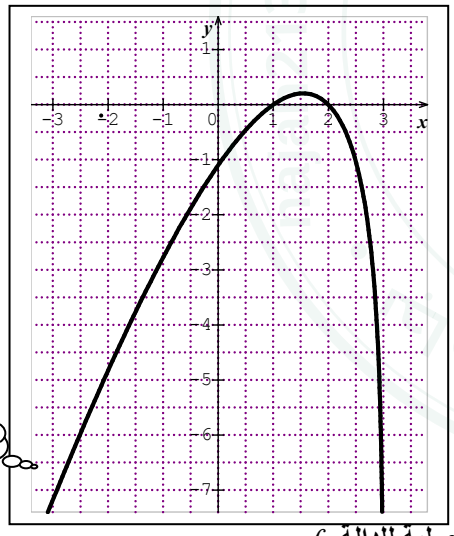
$x=1$ **أو** $x=2$

إشارة f :

x	$-\infty$		1		2		3
$x-1$		$-$	0	$+$		$+$	
$\ln(-x+3)$		$+$		$+$	0	$-$	
f		$-$	0	$+$	0	$-$	

4) $f(-2)=-3\ln5\approx-4,9$ و $f(-3)=-4\ln6\approx-7,2$ **0.25**

رسم : (C_f)



0.75

5) **إثبات أن** F **دالة أصلية للدالة** f

$F(x)=-\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}x+(\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{2})\ln(-x+3)$

$F'(x)=-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}+(x-1)\ln(-x+3)+(\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{2})\times\frac{-1}{-x+3}$

$F'(x)=-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}+(x-1)\ln(-x+3)+\frac{1}{2}\frac{(x^2-2x-3)}{x-3}$ **0.5**

$F'(x)=-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}+(x-1)\ln(-x+3)+\frac{1}{2}\frac{(x+1)(x-3)}{x-3}$

$F'(x)=-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}+(x-1)\ln(-x+3)+\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$

$F'(x)=(x-1)\ln(-x+3)=f(x)$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الموضوع الثاني

ألتمرين الأول :

$A(3,4,0)$ $B(0,5,0)$ $C(0,0,5)$ $D(-2,-6,5)$
$E(-4;0;-3)$

1)التحقق أن النقط C,B,A **تعين مستو:**

$\vec{AB}(-3,1,0)$ و $\vec{AC}(-3,-4,5)$

لدينا $(\frac{-3}{-3}\neq\frac{-4}{1})$ ومنه $\vec{AB}$ و $\vec{AC}$ غير مرتبطان خطيا

0.5

C,B,A ليست على استقامية فهي تشكل المستوي (ABC)

2) التحقق أن $\vec{n}(1;3;3)$ **ناظمي للمستوي** (ABC) **:**

0.25

$\begin{cases}\vec{n}\perp\vec{AB}\\ \vec{n}\perp\vec{AC}\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}\vec{n}.\vec{AB}=-3+3+0=0\\ \vec{n}.\vec{AC}=-3-12+15=0\end{cases}$

أي: $\vec{n}\perp(ABC)$

ومنه $\vec{n}(1;3;3)$ **ناظمي للمستوي** (ABC)

معادلة (ABC) **:** $x+3y+3z+d=0$

$A(3,4,0)\in(ABC)$ أي: $3+12+d=0$ أي: $d=-15$ ومنه :

0.5

$$(ABC): x+3y+3z-15=0$$

2) أ)إثبات أن AOB **متساوي الساقين:**

$OA=\sqrt{3^2+4^2+0^2}=\sqrt{25}=5$

$OB=\sqrt{0^2+5^2+0^2}=\sqrt{25}=5$

0.5

$OA=OB$ إذن AOB متساوي الساقين

ب)حساب إحداثيات I منتصف $[AB]$

$I(\frac{3+0}{2},\frac{4+5}{2},\frac{0+0}{2})$ ومنه $I(\frac{3}{2},\frac{9}{2},0)$

0.5

حساب OI :

0.25

$OI=\sqrt{(\frac{3}{2})^2+(\frac{9}{2})^2+0^2}=\sqrt{\frac{90}{4}}=\frac{3\sqrt{10}}{2}$

حساب حجم $OABC$ **:**

لدينا : $\vec{OC}(0,0,5)$ $\vec{OA}(3,4,0)$ $\vec{OB}(0,5,0)$

$\begin{cases}\vec{OC}\perp\vec{OA}\\ \vec{OC}\perp\vec{OB}\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}\vec{OC}.\vec{OA}=0\\ \vec{OC}.\vec{OB}=0\end{cases}$ إذن $\vec{OC}\perp(AOB)$

إذن OC ارتفاع الهرم $OABC$ الذي قاعدته AOB

$$V=\frac{1}{3}\mathrm{A}\times OC$$

لدينا $OC=5$

حساب A مساحة AOB : $\mathrm{A}=\frac{1}{2}\times OI\times AB$

1

$AB=\sqrt{10}$ ومنه: $\mathrm{A}=\frac{1}{2}\times\frac{3\sqrt{10}}{2}\times\sqrt{10}=\frac{15}{2}$

حجم رباعي الوجوه: $V=\frac{1}{3}\times\frac{15}{2}\times5=\frac{25}{2}$

3)حساب المسافة بين O **و** (ABC) **:**

0.25

لدينا: $d(O,(ABC))=\frac{|0+0+0-15|}{\sqrt{1^2+3^2+3^2}}=\frac{15}{\sqrt{19}}=\frac{15\sqrt{19}}{19}$

4)أ) التمثيل الوسيطي للمستقيم (DE)

0.5

لدينا $\vec{DE}(-2,6,-8)$ و $E\in(DE)$

$$(DE):\begin{cases}x=-4-2t\\ y=6t\\ z=-3-8t\end{cases}$$

ب)معادلة (Q) **المستوي المحوري للقطعة** $[DE]$ **:**

ليكن H منتصف $[DE]$:

$H(\frac{-4-2}{2},\frac{0-6}{2},\frac{-3+5}{2})$ ومنه $H(-3,-3,1)$

(Q) **يشمل** H **وشعاعه الناظمي** $\vec{DE}(-2,6,-8)$ **:**

معادلته : $-2x+6y-8z+d=0$

$H\in(Q)$ أي: $6-18-8+d=0$ أي: $d=20$ ومنه :

$(Q):-2x+6y-8z+20=0$

1

$$(Q): x-3y+4z-10=0$$

ج) التحقق أن $F(-1;1;\frac{7}{2})\in Q$:

0.25

$-1-3+\frac{28}{2}-10=0$ إذن $0=0$ ومنه $F\in Q$

3)استنتاج المسافة بين F **و المستقيم** (DE) **:**

$d(F,(DE))=FH$

$FH=\sqrt{(-3+1)^2+(-3-1)^2+(1-\frac{7}{2})^2}$

0.5

$$FH=\sqrt{4+16+\frac{25}{4}}=\sqrt{\frac{105}{4}}=\frac{\sqrt{105}}{2}$$

4

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

التمرين الثاني :

$Z' = 2e^{-i\frac{\pi}{3}}Z + 1 - i$

1) S **تشابه مباشر نسبته** 2 **و زاويته** $\frac{-\pi}{3}$ **ومركزه** W

لدينا: $2e^{\frac{-\pi}{3}i} = 2(\cos(\frac{-\pi}{3}) + i\sin(\frac{-\pi}{3}))$

0.75 $2e^{\frac{-\pi}{3}i} = 2(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}) = 1 - i\sqrt{3}$

$Z_W = \frac{b}{1-a} = \frac{1-i}{1-1+i\sqrt{3}} = \frac{(1-i)i\sqrt{3}}{i\sqrt{3}(i\sqrt{3})}$

$Z_W = \frac{1-i}{1-1+i\sqrt{3}} = \frac{(1-i)(-i\sqrt{3})}{i\sqrt{3}(-i\sqrt{3})} = \frac{-\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}i$

$W(\frac{-\sqrt{3}}{3}; \frac{-\sqrt{3}}{3})$

تعيين لواحق C', B', A' **بالتشابه** S :

$Z' = (1-i\sqrt{3})Z + 1 - i$

$Z_{A'} = (1-i\sqrt{3})Z_A + 1 - i$ اي $S(A) = A'$

$Z_{A'} = (1-i\sqrt{3})i + 1 - i$ ومنه $\boxed{Z_{A'} = 1 + \sqrt{3}}$

0.25 $Z_{B'} = (1-i\sqrt{3})Z_B + 1 - i$ اي $S(B) = B'$

$Z_B = \sqrt{2}(\cos(\frac{-\pi}{4}) + i\sin(\frac{-\pi}{4}))$

$Z_B = \sqrt{2}(\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}) = 1 - i$

$Z_{B'} = (1-i\sqrt{3})(1-i) + 1 - i$

$Z_{B'} = 1 - i - i\sqrt{3} - \sqrt{3} + 1 - i$

0.25 $\boxed{Z_{B'} = (2-\sqrt{3}) - (2+\sqrt{3})i}$

$Z_{C'} = (1-i\sqrt{3})Z_C + 1 - i$ اي $S(C) = C'$

$\boxed{Z_{C'} = (\sqrt{3}-1)i}$ ومنه $Z_{C'} = (1-i\sqrt{3})(-1) + 1 - i$

3)أ) G **مرجح الجملة :** $\{(A;3),(B;1),(C;-2)\}$

0.25 $Z_G = \frac{3Z_A + Z_B - 2Z_C}{3+1-2} = \frac{3i+1-i-2(-1)}{2}$

0.5 $\boxed{Z_G = \frac{3}{2} + i}$

ب) G' **مرجح الجملة :** $\{(A';3),(B';1),(C';-2)\}$

$Z_{G'} = \frac{3Z_{A'} + Z_{B'} - 2Z_{C'}}{3+1-2}$

$Z_{G'} = \frac{3(1+\sqrt{3}) + 2 - \sqrt{3} + (-2-\sqrt{3})i - 2(\sqrt{3}-1)i}{2}$

$Z_{G'} = \frac{3 + 3\sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} - 2i - \sqrt{3}i - 2\sqrt{3}i + 2i}{2}$

$\boxed{Z_{G'} = \frac{5+2\sqrt{3}}{2} - i\frac{3\sqrt{3}}{2}}$ 0.5

ج) $S(G) = G'$ ومنه $Z_{G'} = (1-i\sqrt{3})Z_G + 1 - i$

$Z_{G'} = (1-i\sqrt{3})(\frac{3}{2} + i) + 1 - i$

$Z_{G'} = \frac{3}{2} + i - \frac{3\sqrt{3}}{2}i + \sqrt{3} + 1 - i$

0.5 $\boxed{Z_{G'} = \frac{5+2\sqrt{3}}{2} - i\frac{3\sqrt{3}}{2}}$

الاستنتاج : التشابه المباشر يحافظ عل المرجح

4) أ)إثبات أن $\vec{GM'} = \vec{MG}$

حسب علاقة شال $\vec{MM'} = 3\vec{MA} + \vec{MB} - 2\vec{MC}$

$\vec{MG} + \vec{GM'} = 3(\vec{MG} + \vec{GA}) + \vec{MG} + \vec{GB} - 2(\vec{MG} + \vec{GC})$

$\vec{GM'} = (3+1-2-1)\vec{MG} + \underbrace{3\vec{GA} + \vec{GB} - 2\vec{GC}}_{\vec{0}}$

0.5 ومنه : $\vec{GM'} = -\vec{GM}$ إذن $\vec{GM'} = \vec{MG}$

0.25 **التحويل تحاكي مركزه** G **ونسبته** -1 **(تناظر مركزه** G **)**

ب) تعيين لواحق F, E, D **صور** C, B, A **بالتحاكي** $T(G;-1)$:

الكتابة المركبة لتحاكي: $Z' - Z_G = -(Z - Z_G)$

ومنه : $T(A) = D$ $Z_D - Z_G = -(Z_A - Z_G)$

$Z_D = -Z_A + 2Z_G$

0.25 **ومنه:** $\boxed{Z_D = 3 + i}$ $Z_D = -i + 2(\frac{3}{2} + i) = 3 + i$

ومنه : $T(B) = E$ $Z_E - Z_G = -(Z_B - Z_G)$

$Z_E = -Z_B + 2Z_G$

0.25 $\boxed{Z_E = 2 + 3i}$ **ومنه** $Z_E = -(1-i) + 2(\frac{3}{2} + i)$

ومنه : $T(C) = F$ $Z_F - Z_G = -(Z_C - Z_G)$

$Z_F = -Z_C + 2Z_G$

0.25 $\boxed{Z_E = 4 + 2i}$ **ومنه** $Z_F = -(-1) + 2(\frac{3}{2} + i)$

أ)إثبات أن المثلثين ABC و EDF **متقايسان :**

لدينا : $T(A) = D$ و $T(B) = E$ و $T(C) = F$

المثلث EDF صورة المثلث ABC بالتحاكي T الذي يضرب الأطوال في $|K|$ حيث $(k = -1$ نسبة التحاكي) ومنه :

$ED = |-1|BA = BA$

0.5 $EF = |-1|BC = BC$

$DF = |-1|AC = AC$

ومنه ABC و EDF متقايسان

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

التمرين الثالث: $g(x)=(x-1)e^{-x}+2$ ، $D_g=\Re$

1) النهايات: 0.5

$$\lim_{x\to-\infty} g(x)=\lim_{x\to-\infty}\left[(x-1)e^{-x}+2\right]=-\infty$$

لأن : $\lim_{x\to-\infty}(x-1)=-\infty$ **و** $\lim_{x\to-\infty}e^{-x}=+\infty$

$$\lim_{x\to+\infty} g(x)=\lim_{x\to+\infty}\left[(x-1)e^{-x}+2\right]=\lim(xe^{-x}-e^{-x}+2)=2$$

لأن $\lim_{x\to+\infty}xe^{-x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{e^x}=0$ **و** $\lim_{x\to+\infty}e^{-x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{e^x}=0$

حساب المشتق: 0.5

$g'(x)=e^{-x}+(x-1)(-e^{-x})$ **ومنه** $\boxed{g'(x)=(2-x)e^{-x}}$

اشارة المشتق: 0.5

$g'(x)=0$ أي $2-x=0$ ومنه $x=2$

إشارة $g'(x)$ من إشارة $2-x$ لأن $e^{-x}\succ 0$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	0	$-$

2)جدول تغيرات g: 0.5

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	0	$-$
$g(x)$	$-\infty$ ↗	$2+e^{-2}$	↘ 2

2) تعليل وجود عدد α يحقق $-0.38\prec\alpha\prec-0.36$: $g(\alpha)=0$

لدينا g ومستمرة ومتناقصة تماما على المجال $[-0.38;-0.36]$

وأيضا $g(-0,36)\times g(-0,38)\prec 0$ 0.75

لأن: $g(-0,38)\approx -0,02$ و $g(-0,36)\approx 0,05$

ومنه المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $-0.38\prec\alpha\prec-0.36$

استنتاج إشارة $g(x)$:

x	$-\infty$	α	3
g		$-\ 0\ +$	

0.25

(II $f(x)=2x+1-xe^{-x}$ ، $D_f=\Re$

(1

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty} x(2+\frac{1}{x}-e^{-x})=+\infty$$ 0.5

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}(2x+1-xe^{-x})=+\infty$$

لأن : $\lim_{x\to+\infty}(2x+1)=+\infty$ **و** $\lim_{x\to+\infty}-xe^{-x}=0$

2)أ)**تبيان أن** $f'(x)=g(x)$ 0.25

$$f'(x)=2-e^{-x}-x(-e^{-x})$$

$$f'(x)=(x-1))e^{-x}+2=g(x)$$

استنتاج إشارة $f'(x)$:

إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ 0.25

x	$-\infty$	α	3
f'		$-\ 0\ +$	

جدول تغيرات f : 0.5

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$		$-\ 0\ +$	
$f(x)$	$+\infty$ ↘	$f(\alpha)$	↗ $+\infty$

ب) **إثبات أن** $f(\alpha)=2\alpha+3+\frac{2}{\alpha-1}$:

لدينا : $f(\alpha)=2\alpha+1-\alpha e^{-\alpha}$

و $g(\alpha)=0$ **ومنه** $(\alpha-1)e^{-\alpha}+2=0$ **إذن** $e^{-\alpha}=\frac{-2}{\alpha-1}$

ومنه $f(\alpha)=2\alpha+1+\frac{2\alpha}{\alpha-1}$

لكن : $\frac{2\alpha}{\alpha-1}=2+\frac{2}{\alpha-1}$ 0.5

ومنه: $f(\alpha)=2\alpha+3+\frac{2}{\alpha-1}$

حصر $f(\alpha)$: $-0,38\prec\alpha\prec-0,36$

$2(-0,38)+3\prec 2\alpha+3\prec 2(-0,36)+3$

$\boxed{2,24\prec 2\alpha+3\prec 2,28}$ 0.25

ولدينا : $-1,38\prec\alpha-1\prec-1,36$

ومنه $\boxed{\frac{2}{-1,36}\prec\frac{2}{\alpha-1}\prec\frac{2}{-1,38}}$

$2,24-\frac{2}{1,36}\prec 2\alpha+3+\frac{2}{\alpha-1}\prec 2,28-\frac{2}{1,38}$

$\boxed{0,77\prec f(\alpha)\prec 0,83}$

3) تبيان أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها :

لدينا : $f'(x)=g(x)$

ومنه : $\boxed{f''(x)=g'(x)=(2-x)e^{-x}}$ 0.5

إشارة $f''(x)$ من إشارة $2-x$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f''(x)$	$+$	0	$-$

$f''(x)$ تنعدم عند 2 مغيرة إشارتها ومنه النقطة

$B(2;f(2))$ أي $B(2;5-2e^{-2})$ **نقطة انعطاف**

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

4) أ) إثبات أن $(\Delta): y = 2x+1$ مقارب مائل لـ (C_f)

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-(2x+1)\right] = \lim_{x\to+\infty}(-xe^{-x}) = 0$$

ومنه (Δ) مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$ 0.25

دراسة الوضع النسبي (C_f) و (Δ):

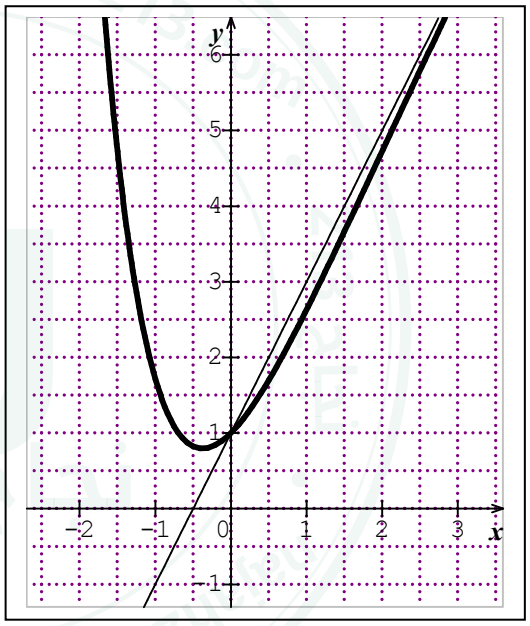
$$\boxed{f(x)-(2x+1) = -xe^{-x}}$$

إشارة الفرق من إشارة $-x$ 0.25

x	$-\infty$	0	$+\infty$
إشارة الفرق	$+$	0	$-$
الوضع النسبي	(C_f) فوق (Δ)		(C_f) تحت (Δ)

$$(C_f)\cap(\Delta) = \{(0;1)\}$$

رسم : (C_f)



0.5

5) حساب مشتق h : $h(x) = f(x^2e^x)$

$$h'(x) = (x^2e^x)' \times f'(x^2e^x)$$

لدينا : $(x^2e^x)' = 2xe^x + x^2e^x = (2x+x^2)e^x$

ومنه : $h'(x) = (2x+x^2)e^x \times f'(x^2e^x)$

لدينا : $f'(x) = g(x)$ ومنه : $f'(x^2e^x) = g(x^2e^x)$

ومنه : $\boxed{h'(x) = (2x+x^2)e^x \times g(x^2e^x)}$ 0.5

إشارة $h'(x)$:

من إشارة $2x+x^2$ لأن $e^x \succ 0$ و $g(x^2e^x) \succ 0$

(لاحظ جدول إشارة g على المجال $]0;+\infty[$)

$2x+x^2 = 0$ أي $x(x+2) = 0$ ومنه : $x = 0$ أو $x = -2$

0.25

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
x^2+2x		$+$ 0 $-$	0 $+$	
$h'(x)$		$+$ 0 $-$	0 $+$	

جدول تغيرات h : 0.5

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$h'(x)$		$+$ 0 $-$	0 $+$	
$h(x)$	1	$\nearrow$ $h(-2)$	$\searrow$ 1	$\nearrow$ $+\infty$

6) لدينا $k(x) = (ax+b)e^{-x}$

أ) تعيين العددين a و b :

بما أن k دالة أصلية للدالة $x \to -xe^{-x}$ فإن :

$$k'(x) = -xe^{-x}$$

$$k'(x) = ae^{-x} + (ax+b)(-e^{-x})$$

$$k'(x) = (-ax+a-b)e^{-x}$$

ومنه : $(-ax+a-b)e^{-x} = -xe^{-x}$

بالمطابقة نجد : $\begin{cases} -a = -1 \\ a-b = 0 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a = 1 \\ b = a = 1 \end{cases}$ 0.5

إذن : $k(x) = (x+1)e^{-x}$

ب) إستنتاج دالة أصلية للدالة f :

$$f(x) = 2x+1-xe^{-x}$$

ومنه دالة أصلية للدالة f على $\Re$ هي : 0.5

$$F(x) = x^2+x+(x+1)e^{-x}$$

بالتوفيق والنجاح في البكالوريا 2015

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com