najah213.com · نجاح 213

ثانوية : أحمد رضا حوحو — السنة الدراسية : 2018 – 2019

الواجب المنزلي رقم (05) في الرياضيات

القسم: 02 ع / تر — سلّم يوم : 2019/01/30 — يعاد يوم: 2019/02/06

التمرين الأول:

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ نعتبر النقط $A(-1;5)$, $B(3;2)$, $C(1;-1)$ و $D(2;5)$

① عين إحداثي النقطة G منتصف القطعة $[AC]$

② أثبت أن D مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;2),(C;-1)\}$

③ (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\|$

أ) أثبت أن النقطة B تنتمي إلى (E)

ب) عين و أنشئ (E)

④ عين و أنشئ (E′) مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\|$

التمرين الثاني:

A , B و C ثلاث نقط ليست في استقامية.

H نقطة تحقق العلاقة : $\overrightarrow{HA}+3\overrightarrow{HB}+2\overrightarrow{BC}=\vec{0}$

① بين أن H مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;1),(C;2)\}$

* لتكن النقطة G حيث : $\overrightarrow{BG}=k\overrightarrow{BC}$ و $k\in\mathbb{R}$

② أثبت أنه يوجد عددان حقيقيان α و β بحيث تكون G مرجح الجملة المثقلة : $\{(B;\alpha),(C;\beta)\}$

* بوضع $k=\frac{2}{3}$

أ) أثبت أن : G مرجح الجملة : $\{(B;1),(C;2)\}$ ثم استنتج أن النقط G, A و H على استقامة واحدة .

③ عين ثم أنشئ (Γ) مجموعةالنقط M من المستوي حيث : $\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\| = 6$ ثم استنتج (Γ″) مجموعةالنقط M من المستوي حيث : $\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\| \leqslant 6$.$\frac{3}{4}$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

الحل المفصل للواجب المنزلي رقم 05 مادة الرياضيات

التمرين الأول :

1 **تعيين إحداثيي النقطة G**

G منتصف القطعة $[AC]$ معناه G مرجح الجملة المثقلة : $\{(A;1),(C;1)\}$

وعليه :

$$x_G = \frac{\alpha x_A + \beta x_C}{\alpha+\beta} \qquad y_G = \frac{\alpha y_A + \beta y_C}{\alpha+\beta}$$

$$x_G = \frac{1(-1)+1(1)}{1+1} \qquad y_G = \frac{1(5)+1(-4)}{1+1}$$

$$x_G = \frac{0}{2} \qquad y_G = \frac{4}{2}$$

$$x_G = 0 \qquad y_G = 2$$

و منه : $G(0;2)$

2 **إثبات أن D مرجح الجملة المثقلة** $\{(A;1),(B;2),(C;-1)\}$

بما أن $1+2-1=2$ حيث $2\neq 0$ إذن D موجودة.

وعليه

$$x_D = \frac{\alpha x_A + \beta x_B + \gamma x_C}{\alpha+\beta+\gamma} \qquad y_D = \frac{\alpha y_A + \beta y_B + \gamma y_C}{\alpha+\beta+\gamma}$$

$$x_D = \frac{1(-1)+2(3)+(-1)(2)}{1+2-1} \qquad y_D = \frac{1(5)+2(3)+(-1)(-1)}{1+1}$$

$$x_D = \frac{4}{2} \qquad y_D = \frac{10}{2}$$

$$x_D = 2 \qquad y_D = 5$$

إذن

$D(2;5)$ **و هو المطلوب**

3 (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث :

$$\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\|$$

(أ) **إثبات أن النقطة B تنتمي إلى** (E)

بتعويض النقطة M بالنقطة B نجد :

$$\|\overrightarrow{BA}+2\overrightarrow{BB}-\overrightarrow{BC}\| = \|\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}\|$$

$$\|\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}\| = \|\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}\|$$

إذن B تنتمي إلى (E)

(ب) **تعيين** (E)

لدينا : $\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\|$

حيث D مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;2),(C;-1)\}$ **إذن :**

$$\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\| = \|(1+2-1)\overrightarrow{MD}\|$$

$$\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\| = \|2\overrightarrow{MD}\|$$

و الجملة : $\{(A;1),(C;-1)\}$ **لا تقبل مرجح**

و عليه الشعاع $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}$ **مستقل تماما عن** M

إذن

حسب علاقة شال $\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA}-(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AC})\|$

$$\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{AC}\|$$

و عليه

$$\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\|$$

$$\|2\overrightarrow{MD}\| = \|\overrightarrow{AC})\|$$

$$|2|\|\overrightarrow{MD}\| = \|\overrightarrow{AC}\|$$

$$\|\overrightarrow{MD}\| = \frac{\|\overrightarrow{AC}\|}{2}$$ **منه و**

إذن نستنتج أن مجموعة النقط (E) **هي دائرة مركزها D و نصف قطرها** $r = \frac{\|\overrightarrow{AC}\|}{2}$

* **حساب** $\|\overrightarrow{AC}\|$

$$\|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}$$

$$\|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{(2)^2+(-6)^2}$$

$$\|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{40}$$

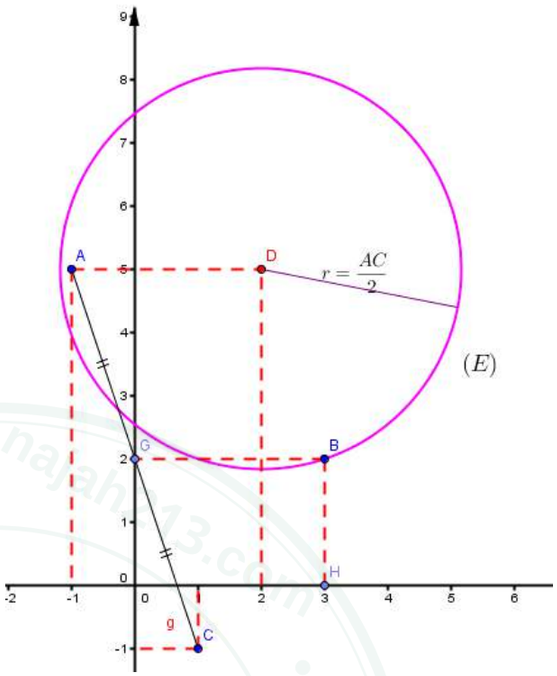
$$\|\overrightarrow{AC}\| = \frac{\sqrt{40}}{2} = \sqrt{10}$$ **و منه**

إذن $r = \sqrt{10}$

* **الإنشاء**

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com



4 **تعيين مجموعة النقط** (E')

لدينا : $\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\|$

حيث D مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;2),(C;-1)\}$

إذن : $\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = \|2\overrightarrow{MD}\|$

و G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(C;1)\}$

إذن : $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\| = \|2\overrightarrow{MG}\|$

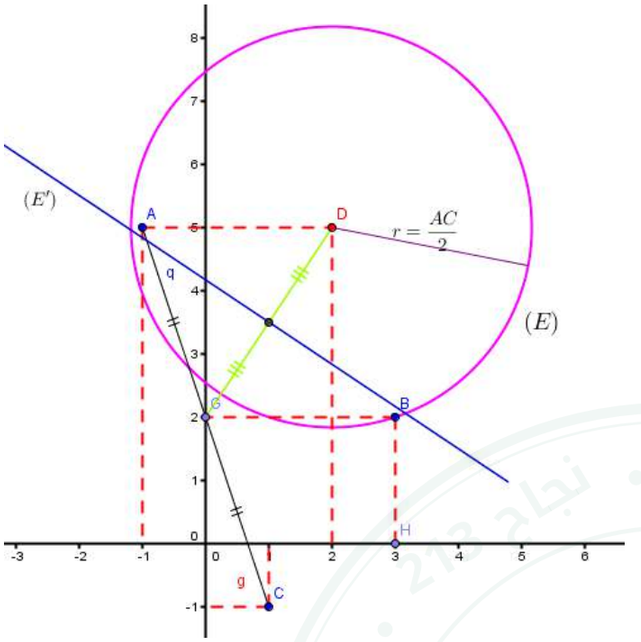
$\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\|$

تكافئ $\|2\overrightarrow{MD}\| = \|2\overrightarrow{MG}\|$

$\|\overrightarrow{MD}\| = \|\overrightarrow{MG}\|$

و عليه مجموعة النقط (E') **هي محور القطعة** $[DG]$

الإنشاء



التمرين الثاني :

1 **إثبات أن H مرجح الجملة المثقلة** $\{(A;1),(B;1),(C;2)\}$

H نقطة تحقق : $\overrightarrow{HA} + 3\overrightarrow{HB} + 2\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{0}$

باستخدام علاقة شال نجد : $\overrightarrow{HA} + 3\overrightarrow{HB} + 2(\overrightarrow{BH} + \overrightarrow{HC}) = \overrightarrow{0}$

$\overrightarrow{HA} + 3\overrightarrow{HB} + 2(\overrightarrow{BH} + \overrightarrow{HC}) = \overrightarrow{0}$

$\overrightarrow{HA} + 3\overrightarrow{HB} + 2\overrightarrow{BH} + 2\overrightarrow{HC} = \overrightarrow{0}$

$\overrightarrow{HA} + 3\overrightarrow{HB} - 2\overrightarrow{BH} + 2\overrightarrow{HC} = \overrightarrow{0}$

$\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{BH} + 2\overrightarrow{HC} = \overrightarrow{0}$

إذن H مرجح الجملة المثقلة : $\{(A;1),(B;1),(C;2)\}$

2 **إثبات أنه يوجد عددان حقيقيان** α **و** β

لدينا :

$\overrightarrow{BG} = k\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{BG} - k\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{0}$ **إذن**

$\overrightarrow{BG} - k(\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GC}) = \overrightarrow{0}$ **باستخدام علاقة شال نجد :**

$\overrightarrow{BG} - k\overrightarrow{BG} - k\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$

$(1-k)\overrightarrow{BG} - k\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$

$-(1-k)\overrightarrow{GB} - k\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$

$(k-1)\overrightarrow{GB} - k\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

حيث : $k-1+k=-1$ و $-1\neq 0$

إذن G مرجح الجملة المثقلة $\{(B;(k-1)),(C;-k)\}$ مع

$\alpha=k-1$ و $\beta=-k$

(أ) بوضع $k=\frac{2}{3}$

نجد

$\overrightarrow{BG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$

$3\overrightarrow{BG}=2\overrightarrow{BC}$

إذن $3\overrightarrow{BG}-2\overrightarrow{BC}=0$

باستخدام علاقة شال نجد : $3\overrightarrow{BG}-2(\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{GC})=\vec{0}$

$\overrightarrow{BG}-2\overrightarrow{BG}-2\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

$-\overrightarrow{GB}-2\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

و منه $\overrightarrow{GB}+2\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

إذن G مرجح الجملة المثقلة $\{(B;1),(C;2)\}$

* بما أن D مرجح الجملة المثقلة $\{(B;1),(C;2)\}$ و G مرجح الجملة المثقلة $\{(B;1),(C;2)\}$

حسب خاصية التجميع نستنتج أن

D مرجح الجملة المثقلة $\{(G;3),(A;1)\}$

و منه النقط G, A و H على استقامة واحدة

3 تعيين مجموعة النقط (Γ)

لدينا : $\frac{3}{4}\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\|=6$

حيث H مرجح الجملة المثقلة : $\{(A;1),(B;1),(C;2)\}$

ومنه :

$\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\|=\|(1+1+2)\overrightarrow{MH}\|$

$\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\|=\|4\overrightarrow{MH}\|$

و عليه

$\frac{3}{4}\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\|=6$

تكافئ $\frac{3}{4}\|4\overrightarrow{MH}\|=6$

$\frac{3}{4}\cdot|4|\|\overrightarrow{MH}\|=6$

$3\|\overrightarrow{MH}\|=6$

$\|\overrightarrow{MH}\|=2$

إذن مجموعة النقط M هي دائرة مركزها H و نصف قطرها $r=2$

الإنشاء

إنشاء المرجح H :

لدينا $\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{BH}+2\overrightarrow{HC}=\vec{0}$

حسب علاقة شال $\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BH}+2(\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{BC})=\vec{0}$

$4\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{BA}+2\overrightarrow{BC}=\vec{0}$

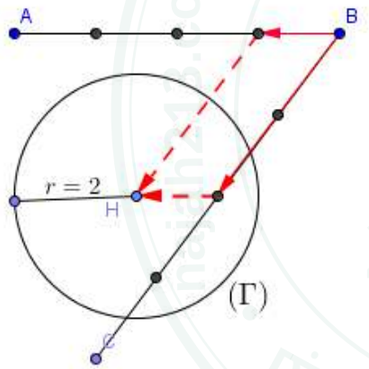
$4\overrightarrow{HB}=-\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{HB}=-\frac{1}{4}\overrightarrow{BA}-\frac{2}{4}\overrightarrow{BC}$

$-\overrightarrow{BH}=-\frac{1}{4}\overrightarrow{BA}-\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{BH}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

الإنشاء :



4 تعيين (Γ′)

$\frac{3}{4}\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\|\leq 6$

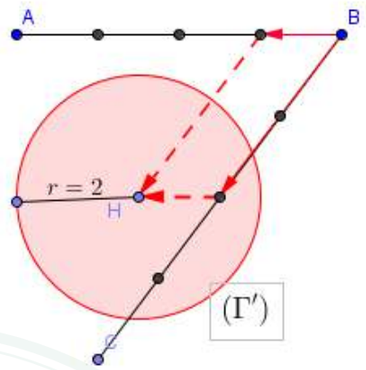
ومنه $3\|\overrightarrow{MH}\|\leq 6$

$\|\overrightarrow{MH}\|\leq 2$

و عليه مجموعة النقط M هي قرص مركزه H و نصف قطره $r=2$

الإنشاء :

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

عناصر الإجابة	التنقيط	المجموع
التمرين الأول:		
① تعيين إحداثيي النقطة G		
G مرجح الجملة المثقلة : $\{(A;1),(C;1)\}$ مع تعيين الأحداثيات $G(0;2)$	0.5 + 0.5ن	1 ن
② إثبات أن D مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;2),(C;-1)\}$	0.5 + 0.25ن	0.75 ن
التحقق من مجموع المعاملات مع تعيين الأحداثيات		
③ $\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\|$ ..... (E)	0.5ن	6ن
✍ إثبات أن B تنتمي إلى (E)		
✍ تعيين و إنشاء (E)		
إثبات أن : $\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\| = \|2\overrightarrow{MD}\|$	1 ن	
إثبات أن $\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{AC}\|$	1 ن	
ايجاد $\|\overrightarrow{MD}\| = \dfrac{\|\overrightarrow{AC}\|}{2}$	0.5 ن	
(E) هي دائرة مركزها D و نصف قطرها $r = \dfrac{\|\overrightarrow{AC}\|}{2}$	0.5ن	
✍ حساب $\|\overrightarrow{AC}\|$	0.5ن	
✍ الإنشاء	2ن	
④ $\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\|$ ..... (E′)		2.25ن
✍ تعيين و إنشاء (E′)	0.5ن	
تبيين أن $\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\| = \|2\overrightarrow{MG}\|$		
$\|\overrightarrow{MD}\| = \|\overrightarrow{MG}\|$	0.25ن	
مجموعة النقط (E′) هي محور القطعة المستقيمة [DG]	0.5ن	
✍ الإنشاء	1ن	
التمرين الثاني:		
① إثبات أن H مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;1),(C;2)\}$	1ن	1 ن
$\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{BH}+2\overrightarrow{HC}=\overrightarrow{0}$		
② إيجاد α و β		1 ن
$(k-1)\overrightarrow{GB}-k\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$	1 ن	
③ إثبات أن G مرجح الجملة المثقلة $\{(B;1),(C;2)\}$		2.5 ن
$-\overrightarrow{GB}-2\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$	1ن	
$\overrightarrow{GB}+2\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$	0.5ن	

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

✍ حسب خاصية التجميع نجد H مرجح الجملة المثقلة $\{(G;3),(A;1)\}$ D و النقط G, A و H في استقامة واحدة. ④ تعيين $\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\|$ ..... (Γ') $\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\| = 3\|\overrightarrow{MH}\|$ $\|\overrightarrow{MH}\| = 2$ إذن مجموعة النقط (Γ) هي دائرة مركزها H و نصف قطرها $r = 2$ ✍الإنشاء و منه نستنتج أن (Γ'') تحقق $\|\overrightarrow{MH}\| \leq 2$ و عليه مجموعة النقط هي قرص مركزه H و نصف قطره $r = 2$ ✍ الإنشاء	$0.5 + 0.5$ 1ن 0.5 ن 0.5ن 2ن 0.5ن 1ن	5.5ن

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً