najah213.com · نجاح 213

الأستاذ :	متوسطة	السنة 3 من التعليم المتوسط
المادة : رياضيات	BEM 2025 - Yes We Can	السنة الدراسية : 2023 / 2024

سلسلة تمارين حول المقطع (5) : الحساب الحرفي.

1) تبسيط عبارة جبرية :

تبسيط عبارة جبرية يعني كتابتها بأقل ما يمكن من الحدود في حالة مجموع ، أو العوامل في حالة جداء.

مثال:

$$5x + 3x = (5 + 3)x = 8x$$
$$5x \times 3x = 5 \times 3 \times x \times x = 15x^2$$

$$A = 8x^2 - 7 + 6x - 5x^2 + 13 - 10x$$
$$A = \underbrace{8x^2 - 5x^2}_{3x^2} \quad \underbrace{+6x - 10x}_{-4x} \quad \underbrace{-7 + 13}_{+6}$$
$$\mathbf{A = 3x^2 - 4x + 6}$$

ملاحظات :

$$x = x^1 \quad ; \quad -1x = -x \quad ; \quad 1x = x$$

2) حذف الأقواس في عبارة جبرية:

في عبارة جبرية يمكن حذف القوسين غير المتبوعتين بـ × أو ÷ بشرط أن :

- **نحذف المسبوقتين بالإشارة + دون تغيير إشارات الحدود الموجودة بين القوسين.**

مثال :

$$A = 5x - 3 + (2x - 1)$$
$$A = 5x - 3 + 2x - 1 = 5x + 2x - 3 - 1$$
$$A = 7x - 4$$

- **نحذف المسبوقتين بالإشارة – مع تغيير إشارة كل حد موجود بين القوسين.**

مثال :

$$B = 5x - 3 - (2x - 1)$$
$$B = 5x - 3 - 2x + 1 = 5x - 2x - 3 + 1$$
$$B = 3x - 2$$

3) نشر عبارة جبرية :

النشر : نشر عبارة جداء يعني كتابها على شكل مجموع (فرق)

خاصية 1 : (الخاصية التوزيعية)
$k ; b ; a$ أعداد ناطقة.

$$\mathbf{k(a + b) = ka + kb}$$
$$\mathbf{k(a - b) = ka - kb}$$

مثال:

$$A = \mathbf{7}(2x + 1) = \mathbf{7} \times 2x + \mathbf{7} \times 1 = 14x + 7$$

$$B = -\mathbf{2x}(3x - 1)$$
$$B = -\mathbf{2x} \times 3x - \mathbf{2x} \times (-1)$$
$$B = -6x^2 + 2x$$

خاصية 2 : $d ; c ; b ; a$ أعداد ناطقة.

$$\mathbf{(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd}$$

مثال:

$$C = (\mathbf{3x} - \mathbf{1})(x - 2)$$
$$C = \mathbf{3x}(x - 2) - \mathbf{1}(x - 2)$$
$$C = \mathbf{3x} \times x + \mathbf{3x} \times (-2) - \mathbf{1} \times x - \mathbf{1} \times (-2)$$
$$C = 3x^2 - 6x - 1x + 2$$
$$C = 3x^2 - 7x + 2$$

4) حساب قيمة عبارة حرفية :

لحساب قيمة عبارة حرفية من أجل بعض قيم للحرف أو الحروف في العبارة ، نعوض الحروف بهذه القيم و نجري الحسابات باحترام قواعد أولوية العمليات.

ملاحظة : عند التعويض نكتب إشارة × بين العددين، و في حالة التعويض بعدد سالب نستعمل الأقواس.

مثال : حساب قيمة العبارة $A = (3x + 2)(x - 5)$:

- من أجل : $x = 4$

$$A = (3 \times \mathbf{4} + 2)(\mathbf{4} - 5) = 14 \times (-1) = -14$$

- من أجل : $x = -4$

$$A = (3 \times (-\mathbf{4}) + 2)(-\mathbf{4} - 5) = (-10) \times (-9) = 90$$

5) المساويات و العمليات :

المساويات و الجمع :

خاصية (1): $c ; b ; a$ أعداد ناطقة.

إذا كان $a = b$ فإن $a + \mathbf{c} = b + \mathbf{c}$ و $a - \mathbf{c} = b - \mathbf{c}$

بتعبير آخر : لا تتغير مساواة عندما نُضيف إلى (أو نطرح من) طرفيها نفس العدد الناطق.

مثال :

إذا كان $x = 5$ فإن $x + \mathbf{3} = 5 + \mathbf{3}$ أي $x + \mathbf{3} = 8$

إذا كان $x = 5$ فإن $x - \mathbf{4} = 5 - \mathbf{4}$ أي $x - \mathbf{4} = 1$

المساويات و الضرب :

خاصية (2): $c ; b ; a$ أعداد ناطقة.

إذا كان $a = b$ فإن $a \times \mathbf{c} = b \times \mathbf{c}$

إذا كان $a = b$ و $c \neq 0$ فإن $\frac{a}{\mathbf{c}} = \frac{b}{\mathbf{c}}$

بتعبير آخر : لا تتغير مساواة عندما نضرب طرفيها في نفس العدد الناطق أو نقسّم طرفيها على نفس العدد الناطق غير المعدوم.

مثال :

إذا كان $x = 6$ فإن $\mathbf{2}x = \mathbf{2} \times 6$ أي $\mathbf{2}x = 12$

إذا كان $x = 6$ فإن $\frac{x}{\mathbf{2}} = \frac{6}{\mathbf{2}}$ أي $\frac{x}{\mathbf{2}} = 3$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

6) المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد :

المعادلة هي مساواة تتضمن عددا أو أعدادا مجهولة، مُعبّر عنها بحروف.

كل معادلة من الشكل : $\boldsymbol{ax+b=cx+d}$

حيث a ; b ; c ; d أعداد حقيقية معلومة و a ; c غير معدومين في آن واحد تسمى معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد.

مثال :

$$\boldsymbol{5x-3=2x+21}$$

- ✓ هي معادلة من الدرجة الأولى ذات المجهول x.
- ✓ طرفها **الأيسر** (الطرف **الأول**) هو : $\boldsymbol{5x-3}$
- ✓ طرفها **الأيمن** (الطرف **الثاني**) هو : $\boldsymbol{2x+21}$

حل معادلة :

حل معادلة من الدرجة الأولى ذات المجهول x، يعني تعيين قيمة هذا المجهول التي تكون من أجلها المساواة المعطاة محققة.

مثال : حل المعادلة الآتية : $5x-3=2x+21$

$$5x\underbrace{-3}_{\rightarrow}=\underbrace{2x}_{\leftarrow}+21$$

$$5x-\boldsymbol{2x}=21+\boldsymbol{3}$$

$$3x=24$$

$$x=\frac{24}{3}$$

$$\boldsymbol{x=8}$$

العدد **8** هو حل للمعادلة $5x-3=2x+21$

7) ترييض مشكلة وحلّها :

ترييض مشكلة و حلّها يتطلّب المرور على المراحل الآتية :

- اختيار المجهول، و ليكن x مثلا.
- ترجمة الوضعية بمعادلة. (كتابة المعطيات الواردة بدلالة x).
- حل المعادلة و الإجابة عن السؤال و التحقق من صحة النتائج.

مثال :

يبلغ عُمر صُهيب 14 سنة بينما يبلغ عُمر إسلام 31 سنة.

☜ بعد كم سنة يصبح عُمر إسلام ضعف عُمر صُهيب ؟

الحل :

- نسمي $\boldsymbol{x}$ عدد السنوات التي يصبح فيها عُمر إسلام **ضعف** عُمر صُهيب.
- نعبّر عن هذه الوضعية بالمعادلة الآتية :

$$\boldsymbol{2}(14+x)=31+x$$

- بعد حل المعادلة نجد : $x=3$. (عليك بحلّ المعادلة).

و بالتالي بعد **3** سنوات سيصبح عُمر إسلام **ضعف** عُمر صُهيب.

- التحقق : بعد 3 سنوات، يصبح عُمر صُهيب 17 سنة و عُمر إسلام 34 سنة، و $17\times 2=34$.

8) المتباينات و العمليات :

المتباينات و الجمع :

خاصية (1): a ; b ; c أعداد ناطقة.

إذا كان $a<b$ فإن $a+\boldsymbol{c}<b+\boldsymbol{c}$ و $a-\boldsymbol{c}<b-\boldsymbol{c}$

بتعبير آخر : لا يتغير اتجاه متباينة عندما نُضيف إلى (أو نطرح من) طرفيها نفس العدد الحقيقي.

مثال : بتطبيق هذه الخاصية نكتب :

- إذا كان $x<5$ فإن $x+\boldsymbol{3}<5+\boldsymbol{3}$ أي $x+\boldsymbol{3}<8$
- إذا كان $y<11$ فإن $y-\boldsymbol{9}<11-\boldsymbol{9}$ أي $y-\boldsymbol{9}<2$

ملاحظة : يمكن استبدال $<$ بإحدى المتباينات $\leq$; $>$; $\geq$ و تبقى الخاصيتان السابقتان صحيحتان.

- ✓ $a<b$ يُقرأ " a أصغر تماما من b "
- ✓ $a\leq b$ يُقرأ " a أصغر من أو يساوي b "
- ✓ $a>b$ يُقرأ " a أكبر تماما من b "
- ✓ $a\geq b$ يُقرأ " a أكبر من أو يساوي b "

المتباينات و الضرب :

خاصية (2) : a ; b ; c أعداد ناطقة. ($\boldsymbol{c}$ **عدد موجب تماما**)

إذا كان $a<b$ و $\boldsymbol{c>0}$ فإن $\boldsymbol{ac<bc}$ و $\frac{a}{\boldsymbol{c}}<\frac{b}{\boldsymbol{c}}$

بتعبير آخر : لا يتغير اتجاه متباينة إذا ضربنا طرفيها في (أو قسمناهما على) نفس العدد الحقيقي **بشرط أن يكون موجبا تماما**.

مثال :

إذا كان $z<-7$ فإن $\boldsymbol{4}z<-7\times\boldsymbol{4}$ أي $\boldsymbol{4}z<-28$

إذا كان $t<40$ فإن $\frac{t}{\boldsymbol{8}}<\frac{40}{\boldsymbol{8}}$ أي $\frac{t}{\boldsymbol{8}}<5$

خاصية (3): a ; b ; c أعداد حقيقية. (c عدد سالب تماما)

إذا كان $a<b$ و $\boldsymbol{c<0}$ فإن $\boldsymbol{ac>bc}$ و $\frac{a}{\boldsymbol{c}}>\frac{b}{\boldsymbol{c}}$

بتعبير آخر : إذا ضربنا طرفي متباينة في (أو قسمناهما على) نفس العدد الحقيقي **السالب تماما** فإنّنا **نُغيّر اتجاهها**.

مثال :

إذا كان $a<2$ فإن $\boldsymbol{-3}a>2\times(\boldsymbol{-3})$ أي $\boldsymbol{-3}a>-6$

إذا كان $b<10$ فإن $\frac{b}{\boldsymbol{-2}}>\frac{10}{\boldsymbol{-2}}$ أي $\frac{b}{\boldsymbol{-2}}>-5$

التمرين (1) :

☜ اكتب على أبسط شكل ممكن كل عبارة جبرية من العبارات الآتية (بسّط العبارات الآتية) :

$\mathbf{A}=2x+4x$; $\mathbf{B}=2\times 4x$; $\mathbf{C}=2x\times 4$

$\mathbf{D}=2x\times 4x$; $\mathbf{E}=3+6x-7x$; $\mathbf{F}=3\times 6x\times 7x$

$\mathbf{G}=10+x^2-2x+6x-8x^2-12x$

$\mathbf{H}=x-9x^2+3+2x^2+8x-4$

التمرين (2) :

☜ اكتب كل عبارة مما يأتي بدون أقواس ثمّ بسّطها :

$\mathbf{A} = 7x^2 - 10x + 9 + (-3x^2 + 8x - 3)$

$\mathbf{B} = 5x^2 + 11x - 7 - (2x^2 - 2x + 4)$

$\mathbf{C} = 4x^2 + 2 - (-x^2 + 6x - 1)$

التمرين (3) :

☜ انشر كل عبارة مما يلي و بسّطها :

$\mathbf{A} = 3(2x + 4)$; $\mathbf{B} = -3(2x + 4)$

$\mathbf{C} = 3x(2x + 4)$; $\mathbf{D} = -3x(2x + 4)$

$\mathbf{E} = 3x(2x - 4)$; $\mathbf{F} = 3x(-2x + 4)$

$\mathbf{G} = -3x(2x - 4)$; $\mathbf{H} = -3x(-2x + 4)$

$\mathbf{I} = -3x(-2x - 4)$

$\mathbf{J} = (4x + 3)(x + 5)$; $\mathbf{K} = (4x - 3)(x + 5)$

$\mathbf{L} = (4x + 3)(x - 5)$; $\mathbf{M} = (4x - 3)(x - 5)$

$\mathbf{N} = (-4x + 3)(x - 5)$; $\mathbf{P} = (4x - 3)(-x + 5)$

$\mathbf{Q} = 2(4x - 3)(x + 5)$

التمرين (4) :

لتكن العبارة E حيث :

$$E = (2x - 5)(3x + 1)$$

1) أُنشر ثم بسّط العبارة E.

2) أُحسب قيمة E من أجل : أ) $x = 2$ ، ب) $x = -2$

التمرين (5) : x و y عددان ناطقان.

1) اكمل كل جملة ممّا يلي :

- إذا كان $x = 20$ فإنّ ... $= x + 5$
- إذا كان $x = 20$ فإنّ ... $= x - 5$
- إذا كان $x = 20$ فإنّ ... $= 5x$
- إذا كان $x = 20$ فإنّ ... $= -5x$
- إذا كان $x = 20$ فإنّ ... $= \frac{x}{5}$
- إذا كان $x = 20$ فإنّ ... $= \frac{x}{-5}$

2) اكمل كل جملة ممّا يلي : (حُلّ كل معادلة مما يأتي).

- إذا كان $3y - 4 = 26$ فإنّ ... $= y$
- إذا كان $-2y + 1 = 15$ فإنّ ... $= y$
- إذا كان $\frac{y}{6} - 2 = 0$ فإنّ ... $= y$
- إذا كان $\frac{y}{-5} + 1 = -3$ فإنّ ... $= y$

التمرين (6) : x عدد ناطق.

1) هل العدد 0 هو حل للمعادلة : $2x + 1 = 3x - 5$ ؟

2) هل العدد (-1) هو حل للمعادلة : $8x + 8 = 13x + 13$ ؟

التمرين (7) : x عدد ناطق.

☜ حُلّ كل معادلة من المعادلات الآتية :

$3 + x = 20$; $x - 3 = 9$; $3 - x = 9$; $3x = 21$

$\frac{30}{x} = 6$; $\frac{x}{8} = 2$; $10x - 7 = 43$; $7x = x - 1$

$8x + 8 = 13x + 13$; $2x + 1 = 3x - 5$

$6x - 9 = 2x + 15$; $2(7x + 6) = -3x - 5$

$3(x - 2) + 5 = x + 3$; $-4\left(x - \frac{1}{4}\right) = x + 6$

التمرين (8) :

تقول مريم : أفكّر في عدد، أضفت 7 إلى ضعفه، إنّي أجد نفس النتيجة إذا طرحت 11 من ثلاثة أضعاف هذا العدد.

1) اكتب معادلة تُترجم بها هذه الوضعية.

2) جِد العدد الذي فكرت فيه مريم.

التمرين (9) :

اختار كل من آدم و لطفي نفس العدد. آدم طرح 10 من أربع أضعاف هذا العدد، بينما لطفي أضاف له 8.

عند مقارنة النتيجتين، لاحظا أنهما متساويتان.

☜ جِد العدد الذي اختاره كل من آدم و لطفي.

التمرين (10) :

مجموع ثلاثة أعداد طبيعية متتابعة هو 39.

☜ ما هي هذه الأعداد ؟

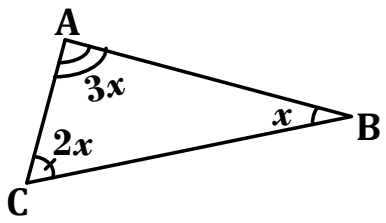
التمرين (11) :

مجموع ثلاثة أعداد صحيحة متتابعة هو -21.

☜ ما هي هذه الأعداد ؟

التمرين (12) :

ABC مثلث.



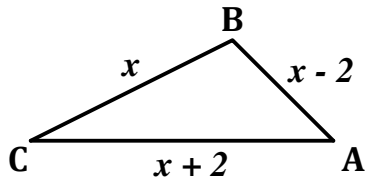
1) اكتب مساواة بدلالة x بين أقياس زوايا المثلث ABC .

2) ما هي قيمة x التي من أجلها تكون المساواة صحيحة ؟

3) استنتج طبيعة المثلث ABC .

التمرين (13) :

لاحظ المثلث ABC المقابل :



☜ جِد x علما أنّ محيط المثلث ABC هو 27 cm.

التمرين (14) :

طول مستطيل هو ثلاثة أضعاف عرضه.

☜ جد بُعدي هذا المستطيل إذا علمت أنّ محيطه 168 m .

التمرين (15) :

يزيد طول مستطيل عن عرضه بـ 7 cm

☜ جد بُعدي هذا المستطيل إذا علمت أنّ محيطه 58 cm .

التمرين (16) :

يقلّ عرض مستطيل عن طوله بـ 10 cm

☜ جد بُعدي هذا المستطيل إذا علمت أنّ محيطه 92 cm .

التمرين (17) : x عدد ناطق حيث : $x \leq 18$.

☜ ما هي المتباينة التي يمكن كتابتها من أجل :

$$x+2 \quad ; \quad x-5 \quad ; \quad 3x \quad ; \quad \frac{x}{6} \quad ; \quad -3x \quad ; \quad \frac{x}{-6}$$

$$3x-5 \quad ; \quad \frac{x}{6}+2$$

التمرين (18) : x عدد ناطق حيث $2 < x < 5$.

☜ عيّن حصرا لكل من : $3x-1$; $2x+4$

التمرين (19) : x عدد ناطق حيث $8 < 5x+3 < 18$.

☜ عيّن حصرا للعدد x.

التمرين (20) :

لتكن العبارة E حيث :

$$E = (4x+3)(2x-1) - 2(5x-6)$$

1) أُنشر ثم بسّط العبارة E.

2) أُحسب قيمة E من أجل : أ) $x = 1$ ، ب) $x = -1$

التمرين (21) :

لتكن العبارة الجبرية :

$$E = (x-3)(x-10) + 3(x-3)$$

1) أُنشر و بسّط العبارة E.

4) احسب E من أجل $x = 50$.

التمرين (22) :

1) تحقق بالنشر أنّ: $(2x-1)(x-3) = 2x^2 - 7x + 3$

2) استنتج تبسيطا للعبارة A حيث :

$$A = 2x^2 - 7x + 3 + (2x-1)(3x+2)$$

التمرين (23) :

1) أُنشر و بسّط العبارة E حيث : $E = (2x-3)(2x-1)$

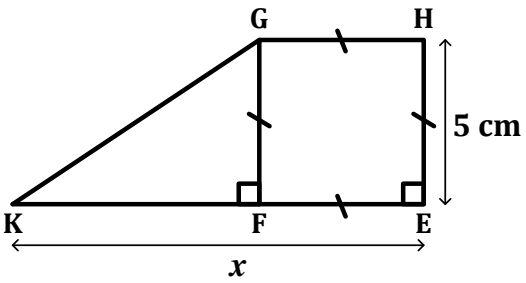
2) استنتج تبسيطا للعبارة F حيث :

$$F = 2x^2 - 7x + 6 - (2x-3)(2x-1)$$

التمرين (24) :

لاحظ الشكل :

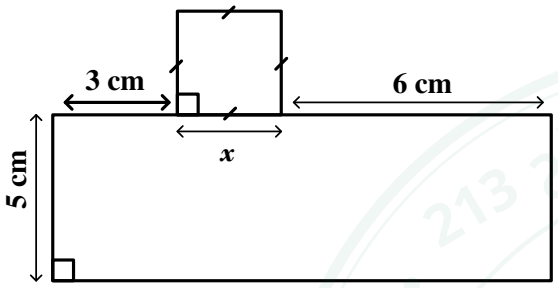
حيث $x > 5$



☜ احسب x حتى يكون للمثلث و المربع نفس المساحة.

التمرين (25) :

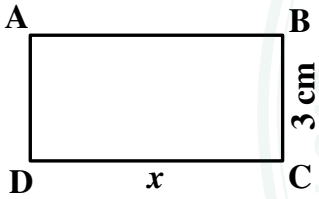
لاحظ الشكل :



☜ عيّن العدد x حتى يكون للمستطيل و المربع نفس المحيط.

التمرين (26) :

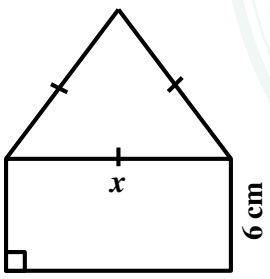
لاحظ الشكل :



☜ عيّن العدد x حتى يكون محيط المستطيل هو 40 cm.

التمرين (27) :

لاحظ الشكل :



☜ عيّن العدد x حتى يكون للمستطيل و المثلث نفس المحيط.

التمرين (28) : وضعية إدماجية.

تزن شاحنة وهي فارغة **3 500 Kg** ، يعمل صاحبها في إحدى شركات إنتاج الأسمنت حيث يقوم بإيصال أكياس الأسمنت للزبائن (وزن الكيس الواحد **50 Kg**). عند خروج الشاحنة من الشركة عليها عبور جسر توجد عند مدخله إشارة المرور التالية :



(و التي تعني ممنوع مرور المركبات التي يزيد وزنها عن **5, 5 t** أي **5 500 Kg**)

نضع x عدد أكياس الأسمنت.

1) ترجم الوضعية بمتباينة مناسبة (المتباينة التي تسمح بمعرفة إمكانية عبور الشاحنة بحمولتها فوق الجسر من عدمها).

2) هل يمكن لصاحب الشاحنة إيصال **30** كيسا ؟ **45** كيسا ؟ في أحد الأيام قام صاحب هذه الشاحنة بإيصال أكياس الأسمنت لأحد الزبائن، حيث كان وزن الشاحنة بحمولتها **4, 5 t** .

3) ترجم الوضعية بمعادلة مناسبة، ثم احسب عدد أكياس الأسمنت.