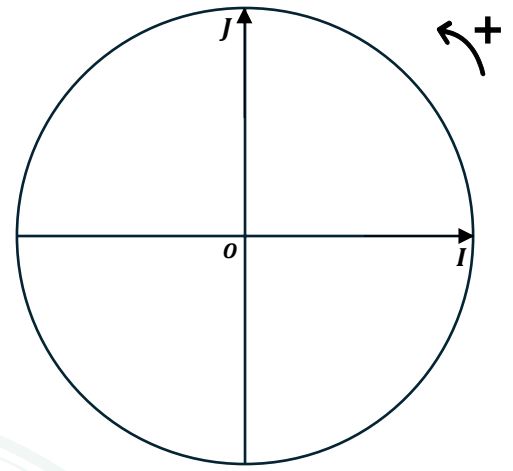
najah213.com · نجاح 213



## سلسلة إبسيلون للدعم

| $x$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $\sin(x)$ | | | | | |
| $\cos(x)$ | | | | | |




الـدائرة المـثلثية

جدول تغيرات الدالة جيب تمام

| $x$ | $0$ | $\pi$ |
|---|---|---|
| $\cos(x)$ | | |

جدول تغيرات الدالة جيب

| $x$ | $0$ | $\pi$ |
|---|---|---|
| $\sin(x)$ | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ | $-1 \le \cos x \le 1$ | $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ | $-1 \le \sin x \le 1$ |
| $\cos(x+2\pi) = \cos x$ | $\cos(\pi + x) = -\cos(x)$ | $\cos(\pi - x) = -\cos(x)$ | $\cos(-x) = \cos(x)$ |
| $\sin(x+2\pi) = \sin x$ | $\sin(\pi + x) = -sin(x)$ | $\sin(\pi - x) = sin(x)$ | $\sin(-x) = -sin(x)$ |

### التـــــمرين الأول

أجب بصح أو خطأ مع التبرير على ما يلي:

1) $\cos(x) = \frac{5}{2}$ : لا يوجد أي عدد حقيقي $x$ يحقق.

2) إذا كان $a$ و $b$ عددان حقيقيان من المجال $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ و $a < b$ فإن:

$$\cos a < \cos b \quad \text{و} \quad \sin a > \sin b$$

3) $\sin\frac{\pi}{7} > \sin\frac{\pi}{5}$ و $\cos\frac{\pi}{7} > \cos\frac{\pi}{5}$.

4) $\frac{\pi}{5} rad = 50°$.

5) إذا كان $x$ عنصر من $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ و $\sin(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ فإن: $\cos(x) = -\frac{1}{2}$

6) $\cos\left(\frac{17\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$.

### التـــــمرين الثاني

1) ليكن $x$ عنصر من $\left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$ إذا علمت أن: $\cos(x) = -\frac{2}{7}$

✓ أحسب $\sin(x)$.

2) باستعمال الدائرة المثلثية حل المعادلات التالية في المجال $[0; 2\pi[$:

✓ $\cos x = 0$ ✓ $\sin x = 0$

✓ $\cos x = \frac{1}{2}$ ✓ $\sin x = -1$

✓ $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ✓ $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

### التـــــمرين الثالث

1) ضع على الدائرة المثلثية النقط التي صورها:

$$-\frac{7\pi}{4}\ ;\ \frac{5\pi}{4}\ ;\ \frac{133\pi}{3}\ ;\ -\frac{13\pi}{4}\ ;\ -\frac{16\pi}{3}\ ;\ -\frac{23687\pi}{6}\ ;\ \frac{11\pi}{3}$$
$$\frac{2025\pi}{6}\ ;\ \frac{2027\pi}{2}\ ;\ -\frac{133\pi}{3}\ ;\ -\frac{31\pi}{4}\ ;\ 1446\pi\ ;\ \frac{6081\pi}{3}$$

2) أحسب القيم المضبوطة لجيب تمام وجيب الأعداد السابقة.




فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

## التمرين الرابع

ليكن $x$ عدد حقيقي، $A(x)$ و $B(x)$ عبارتان معرفتان بـ:

$$A(x) = \cos\left(\frac{17\pi}{2}\right) - \sin(\pi + x) + \cos(11\pi + x)$$

$$B(x) = \cos(-x) + \sin(7\pi - x) - \sin(3\pi)$$

1) بين أن: $A(x) = \sin x - \cos x$ و $B(x) = \cos x + \sin x$

2) بين أن: $A(x) \times B(x) = 1 - 2\cos^2(x)$

3) أحسب $\cos(x)$ و $\sin(x)$ علما أن:

$$A(x) = \frac{\sqrt{3}+1}{2} \quad ; \quad B(x) = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \text{ و } x \in \left]\frac{\pi}{2}; \pi\right[$$

4) استنتج $\tan x$.

## التمرين الخامس

1) مثل صورة العدد $\alpha$ على الدائرة المثلثية حيث: $\alpha = \frac{521\pi}{3}$

2) استنتج القيم المضبوطة لكل من: $\cos(\alpha)$ و $\sin(\alpha)$.

3) نضع من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$

$$A(x) = \cos(3\pi - x) - 2\sin(x - \pi) + \cos(80\pi + x) - 2\cos(-x)$$

أ) بين أن: $A(x) = 2(\sin x - \cos x)$، ثم عين قيمة: $A\left(\frac{3\pi}{2}\right)$

ب) باستعمال الدائرة المثلثية، حل في $[0; 2\pi]$ المعادلة: $A(x) = 0$.

## التمرين السادس

1) بسط العبارتين التاليتين:

$$A(x) = (\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2$$

$$B(x) = -\sin\left(\frac{91\pi}{3}\right) + \cos\left(-\frac{133\pi}{6}\right) - \cos(x + 2025\pi)$$

2) حل في المجال $[0; \pi]$ المعادلة: $B(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

3) برهن أنه: من أجل كل $x$ من المجال $\left]0; \frac{\pi}{2}\right[$،

$$\frac{1 - \cos x}{\sin x} - \frac{\sin x}{1 + \cos x} = 0$$

4) حل في $[0; 2\pi]$ المعادلة: $2\cos x - \sqrt{3} = 0$.

## التمرين السابع

1) إذا علمت أن:

$$\sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

عين القيمة المضبوطة لـ: $\cos\frac{\pi}{12}$ ثم القيمة المضبوطة لـ: $\tan\frac{\pi}{12}$

2) استنتج القيم المضبوطة لـ:

$$\sin\frac{11\pi}{12} \; ; \; \sin\left(-\frac{11\pi}{12}\right) \; ; \; \cos\frac{13\pi}{12} \; ; \; \cos\left(-\frac{13\pi}{12}\right)$$

3) أحسب القيمة المضبوطة لـ: $\tan\left(\frac{2025\pi}{12}\right)$.

## التمرين الثامن

1) إذا علمت أن:

$$\cos\frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$$

2) أثبت صحة المساواة:

$$-\cos\left(\frac{\pi}{8}\right) + \cos\left(-\frac{\pi}{8}\right) - \cos\left(\frac{9\pi}{8}\right) - \cos\left(\frac{31\pi}{8}\right) = 0$$

3) من أجل كل عدد حقيقي $x$، نضع:

$$A(x) = \sin(13\pi - x) + 2\sin(-x) - \sin(8\pi - x) - 2\cos(x - \pi)$$

أ) بين أنه: من أجل كل عدد حقيقي $x$

$$A(x) = 2\cos(x)$$

ب) حل في $[-\pi; \pi]$ المعادلات:

$$A(x) = 0 \; ; \; A(x) = 1 \; ; \; A(x) = -1 \; ; \; A(x) - \sqrt{3}$$

4) $x$ عدد حقيقي من المجال $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$، عين $\sin x$ إذا علمت أن:

$$3\cos x = \frac{1}{3}$$

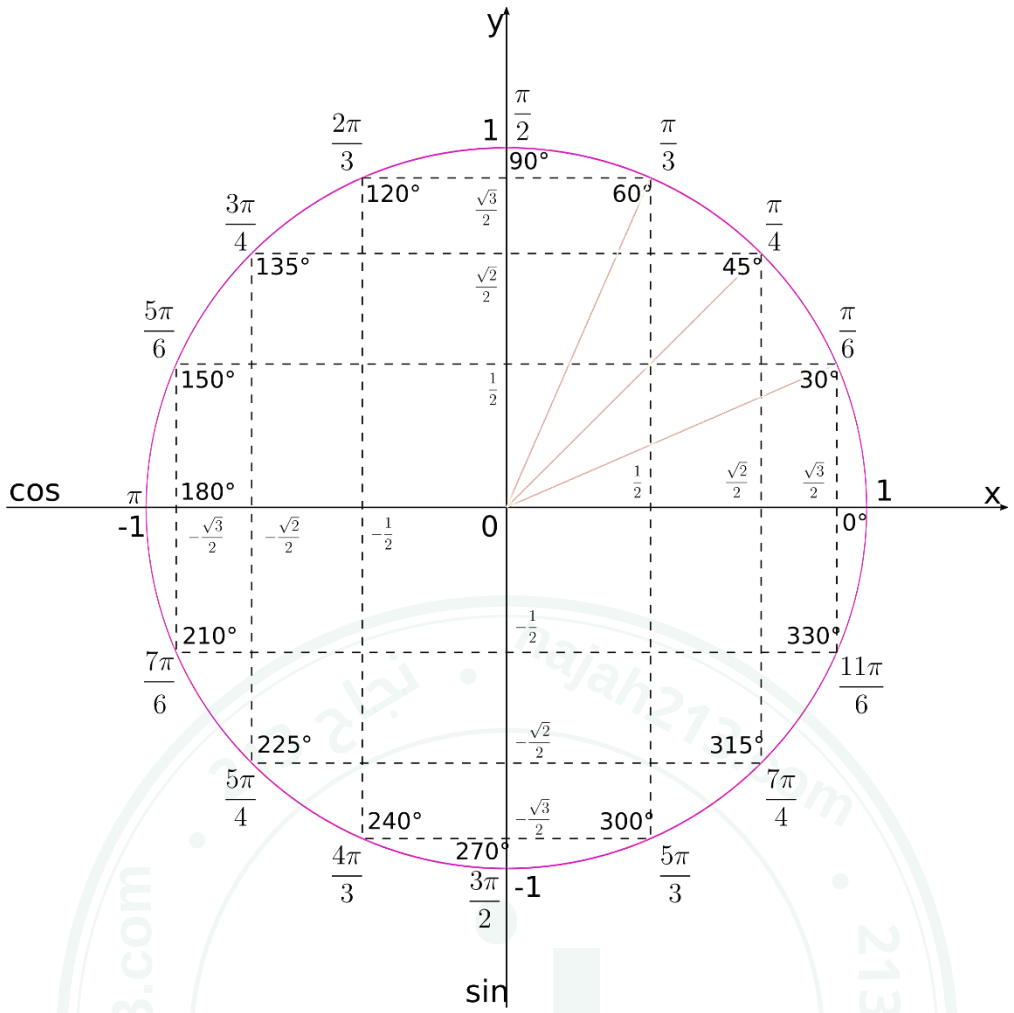
## التمرين التاسع

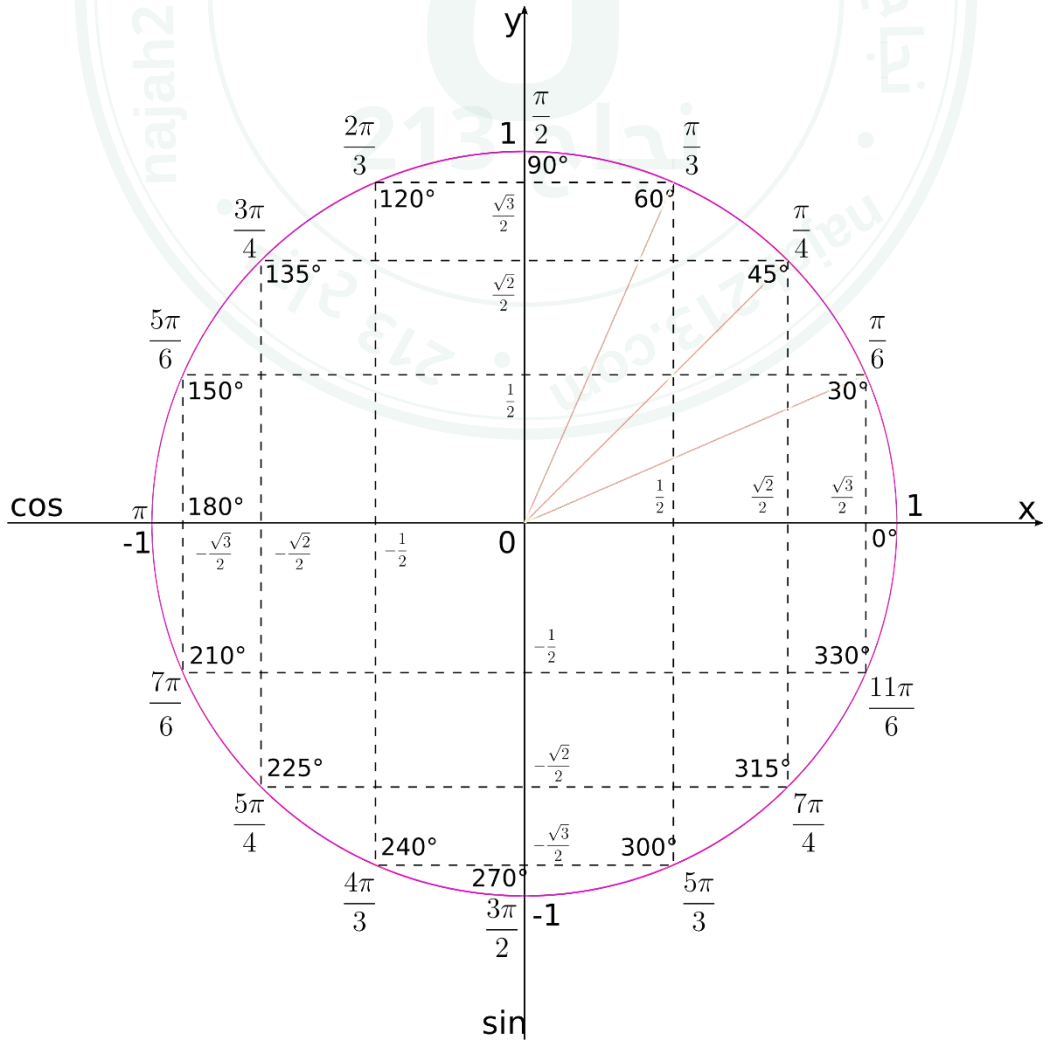
أكمل الجدول:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| الزاوية بالدرجة | 36° | | 196° | | 2025° |
| الزاوية بالراديان | | $\frac{3\pi}{19}$ | | 2025 | |



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com


y
x
cos
sin
1
-1
0
$\frac{\pi}{2}$
90°
$\frac{\pi}{3}$
60°
$\frac{\pi}{4}$
45°
$\frac{\pi}{6}$
30°
$\frac{2\pi}{3}$
120°
$\frac{3\pi}{4}$
135°
$\frac{5\pi}{6}$
150°
$\pi$
180°
0°
$\frac{7\pi}{6}$
210°
$\frac{5\pi}{4}$
225°
$\frac{4\pi}{3}$
240°
$\frac{3\pi}{2}$
270°
$\frac{5\pi}{3}$
300°
$\frac{7\pi}{4}$
315°
$\frac{11\pi}{6}$
330°
$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\frac{1}{2}$
$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
$-\frac{1}{2}$


y
x
cos
sin
1
-1
0
$\frac{\pi}{2}$
90°
$\frac{\pi}{3}$
60°
$\frac{\pi}{4}$
45°
$\frac{\pi}{6}$
30°
$\frac{2\pi}{3}$
120°
$\frac{3\pi}{4}$
135°
$\frac{5\pi}{6}$
150°
$\pi$
180°
0°
$\frac{7\pi}{6}$
210°
$\frac{5\pi}{4}$
225°
$\frac{4\pi}{3}$
240°
$\frac{3\pi}{2}$
270°
$\frac{5\pi}{3}$
300°
$\frac{7\pi}{4}$
315°
$\frac{11\pi}{6}$
330°
$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\frac{1}{2}$
$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
$-\frac{1}{2}$