najah213.com · نجاح 213



تمارين متنوعة - المُستوَى **الرابع مُتَوَسّط**

المقطع الرابع : **الانسحاب ، الأشعة والمعالم**

التمرين الأول

ليكن ABC مثلث كيفي.

1. عين النقط M ، N و K حيث $\overrightarrow{AN} = -\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{AM}$ على الترتيب.
2. انشئ ممثلا للشعاع $\vec{u}$ حيث $\vec{u} = \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{BC}$
3. بين أن الرباعي $AKMB$ متوازي أضلاع.
4. احسب المجموع الشعاعي : $\vec{v} = \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{NK}$

التمرين الثاني

ليكن EFG مثلث كيفي. النقطة M صورة E بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{FG}$

1. انشئ الشكل بدقة.
2. انشئ نقطة K تحقق $\overrightarrow{GE} + \overrightarrow{GF} = \overrightarrow{GK}$.
3. بين أن E منتصف $[K]$.
4. احسب المجموع الشعاعي $\vec{u}$ حيث $\vec{u} = \overrightarrow{FG} - \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{EK}$

التمرين الثالث

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. على ورقة ميليمتريه، علـم النقط $A(-2; 2)$ ، $B(3; 1)$ و $C(0; -1)$.
2. احسب مركبتي الشعاع $\vec{A}$ ثم استنتج الطول AB.
3. عين حسابيا احداثيتي النقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.
4. جد احداثيتي النقطة M مركز تناظر الرباعي $ABCD$.

التمرين الرابع

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ وحدته $1\ cm$.



1. علـم النقط $A(2; -1)$ ، $B(-2; 3)$ و $C(-2; -1)$.
2. انشئ النقطتين D و L حيث: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{DB} = -\overrightarrow{LB}$
3. احسب الطول AD ثم جد احداثيات النقطة I منتصف القطعة $[AD]$.
4. بين أن الربـاعي $ALBC$ مربع.
5. احسب $tan\ \widehat{BAC}$ ثم استنتج قيس الزاوية $\widehat{BAC}$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

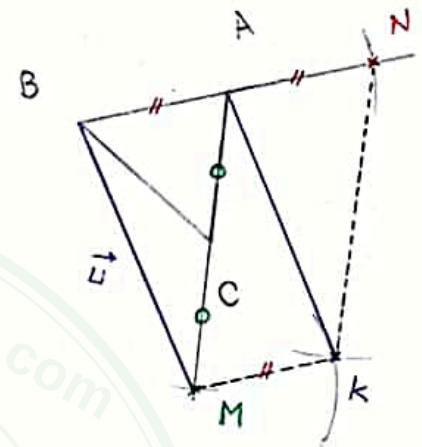
حل التمرين الأول :

① $\vec{AN} = -\vec{AB} = \vec{BA}$

$\vec{CM} = \vec{AC} \Rightarrow \vec{AC} = \vec{CM}$

معناه C منتصف $[AM]$

$\vec{AN} + \vec{AM} = \vec{AK}$ (قاعدة متوازي الاضلاع)



② حسب علاقة شال $\vec{u} = \vec{CM} + \vec{BC} = \vec{BC} + \vec{CM} = \vec{BM}$

③ اثبات أن AKMB متوازي اضلاع :

لدينا : $\vec{BA} = \vec{AN}$ من المعطيات ..... (1)

و $\vec{AN} + \vec{AM} = \vec{AK}$ معناه ANKM

متوازي اضلاع اي : $\vec{MK} = \vec{AN}$ ..... (2)

اذن من (1) و (2) نجد أن $\vec{BA} = \vec{MK}$

فإن AKMB متوازي اضلاع.

④ حساب المجموع الشعاعي :

$\vec{V} = \vec{AN} + \vec{AB} + \vec{NK}$

$= \vec{AN} + \vec{NK} + \vec{AB}$ علاقة شال.

$= \vec{AK} + \vec{AB}$

$= \vec{AM}$ قاعدة متوازي اضلاع

③ اثبات أن E منتصف $[KM]$

لدينا : M صورة E بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{FG}$.

معناه (1) ..... $\vec{FG} = \vec{EM}$

و $\vec{GE} + \vec{GF} = \vec{GK}$ معناه

GEKF متوازي اضلاع اي (2) ..... $\vec{FG} = \vec{KE}$

اذن من (1) و (2) نجد : $\vec{KE} = \vec{EM}$

فإن E منتصف $[KM]$.

④ حساب المجموع الشعاعي $\vec{u}$:

$\vec{u} = \vec{FG} - \vec{ME} + \vec{FE} + \vec{EK}$

$= \vec{FG} + \vec{EM} + \vec{FK}$ حسب علاقة شال

$= \vec{KE} + \vec{EM} + \vec{FK}$

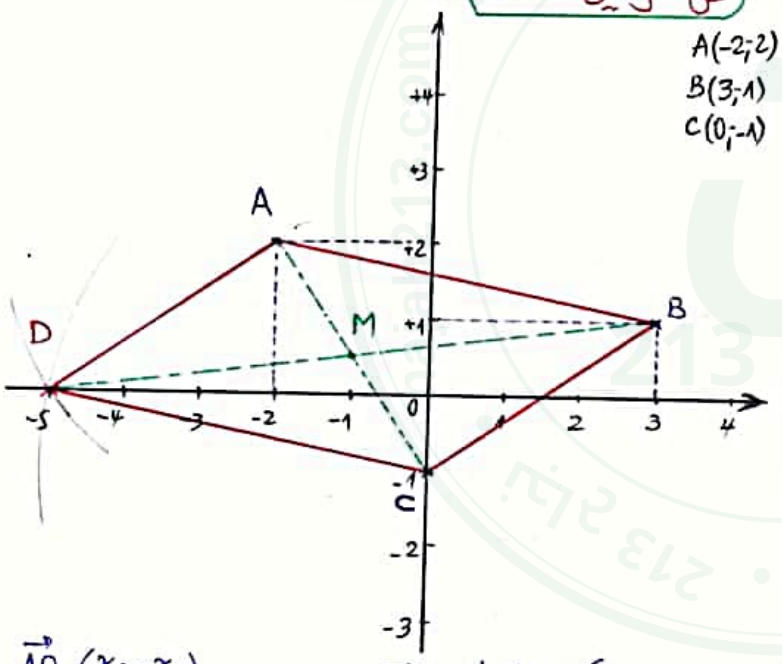
$= \vec{KM} + \vec{FK}$

$= \vec{FK} + \vec{KM}$

$= \vec{FM}$

$\vec{u} = \vec{FM}$

حل التمرين الثالث



② حساب مركبتي الشعاع $\vec{AB}$:

$\vec{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$

$\vec{AB}\begin{pmatrix} 3-(-2) \\ 1-2 \end{pmatrix}$ $\vec{AB}\begin{pmatrix} 3+2 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\vec{AB}\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$

حساب الطول AB : $AB = \sqrt{5^2 + (-1)^2} = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}$

③ ABCD متوازي اضلاع معناه :

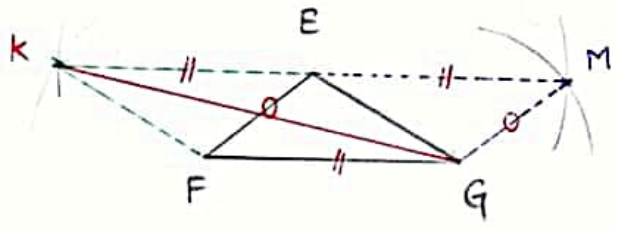
$\vec{BA} = \vec{CD}$

أو $\vec{AB} = \vec{DC}$

$\vec{AB}\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\vec{DC}\begin{pmatrix} 0 - x_D \\ -1 - y_D \end{pmatrix}$ $\begin{cases} -x_D = 5 \\ -y_D = -1+1 \end{cases}$ $\begin{cases} x_D = -5 \\ y_D = 0 \end{cases}$

اذن $D(-5;0)$

حل التمرين الثاني :

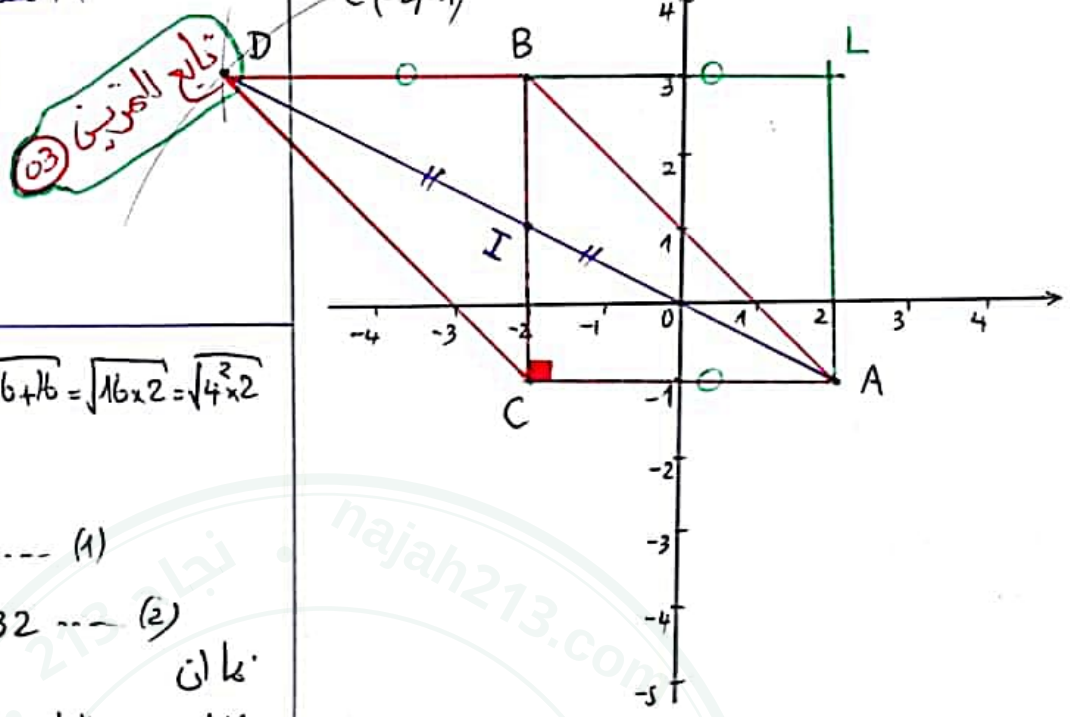


فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

حل التمرين الرابع

$\vec{AB} = \vec{CD}$
$\vec{DB} = \vec{BL}$

$A(2;-1)$
$B(-2;3)$
$C(-2;-1)$



تابع التمرين 03

④ M مركز تناظر الرباعي ABCD
معناه M منتصف أحد القطرين :
M منتصف [AC]

$M\left(\frac{x_A+x_C}{2};\frac{y_A+y_C}{2}\right)$

$M\left(\frac{-2+0}{2};\frac{-1+2}{2}\right)$

$M\left(-1;\frac{1}{2}\right)$

③ حساب الطول AD ،

$\vec{AB} = \vec{CD}$

$\vec{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$ $\vec{AB}\begin{pmatrix}-4\\4\end{pmatrix}$ $\vec{CD}\begin{pmatrix}x_D+2\\y_D+1\end{pmatrix}$

$\begin{cases}x_D+2=-4\\y_D+1=4\end{cases}$ $\begin{cases}x_D=-6\\y_D=3\end{cases}$ $D(-6;3)$

$AD=\sqrt{(x_D-x_A)^2+(y_D-y_A)^2}$

$=\sqrt{(-6-2)^2+(3+1)^2}$

$=\sqrt{(-8)^2+4^2}=\sqrt{64+16}=\sqrt{80}=\sqrt{16\times5}=4\sqrt{5}$

I منتصف [AD] :

$I\left(\frac{x_A+x_D}{2};\frac{y_A+y_D}{2}\right)$

$I\left(\frac{-6+2}{2};\frac{-1+3}{2}\right)$ $I\left(\frac{-4}{2};\frac{2}{2}\right)$ $I(-2;1)$

④ اثبات ان ALBC مربع .

لدينا . $\vec{AB}=\vec{CD}$ معناه

(1) -- $\vec{CA}=\vec{DB}$

(2) -- $\vec{BL}=\vec{DB}$ و

اذن $\vec{CA}=\vec{BL}$ معناه ALBC متوازي اضلاع .

يكفي اثبات ان فيه ضلعين متتاليين متقايسين و متعامدين

$AC=\sqrt{(-4)^2+0^2}=\sqrt{16}=4$ | $CB=\sqrt{0^2+4^2}=\sqrt{16}=4$

معناه AC = CB متساوي الساقين ACB

$AB=\sqrt{(-4)^2+(4)^2}=\sqrt{16+16}=\sqrt{16\times2}=\sqrt{4^2\times2}$

$AB=4\sqrt{2}$

$AB^2=(4\sqrt{2})^2=16\times2=32$ ---- (1)

$AC^2+CB^2=4^2+4^2=16+16=32$ --- (2)

بما ان

$AB^2=AC^2+CB^2=32$

اذن حسب الخاصية العكسية لخاصية فيثاغورس

فان ACB قائم في C .

و منه $(CB)\perp(AC)$

نستخلص ان ALBC مربع .

⑤ حساب $\tan\widehat{BAC}$ ،

بما ان ABC قائم في C

اذن

$\tan\widehat{BAC}=\frac{BC}{AB}=\frac{4}{4\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\tan\widehat{BAC}=\frac{1\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\widehat{BAC}=\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=45^\circ$

[في مثلث متساوي الساقين زاويتا القاعدة لهما نفس القيس .]