najah213.com · نجاح 213

الأقسام : نهائي شعبة رياضيات
المدة : اربع ساعات و نصف

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
اختبار الفصل الثالث

ثانوية الشهيد ال العيد الخليفة البشير
الأستاذ الياس

البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات

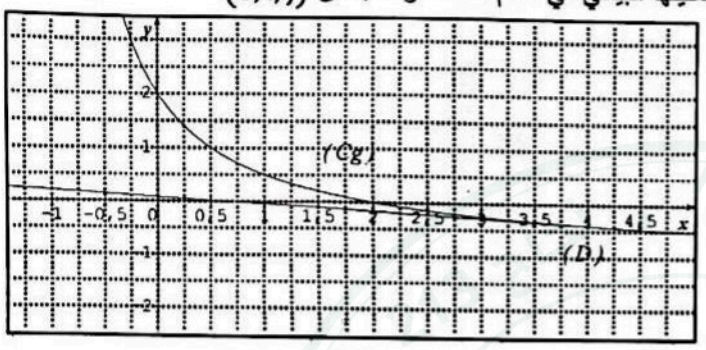
على المترشح اختيار احد الموضوعين

الأستاذ الياس

الموضوع الأول

التمرين الأول [$\overline{100^2}$ن]:

لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]-1,+\infty[$. (C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(0,\vec{i},\vec{j})$



الوثيقة

← الوثيقة التالية تمثل تغيرات الدالة g على Dg

← حيث : $A\left(4,-\frac{2}{5}\right)$ و $B\left(\frac{7}{10},0\right)$.

و المستقيم ذو (Δ) مماس ل (c_g) في الفاصلة $x=4$ و (c_g) يقبل مقارب افقي عند $+\infty$ معادلته $y=-1$.

- **المطلوب :**

1. من منحنى الدالة g حدد النهايات التالية مع التبرير :

$$\lim_{x\to+\infty} e^{g\left(4\sqrt{\frac{x+2}{x+4}}+g\left(\frac{1}{4}+\frac{x-1}{4x+2}\right)-1\right)-\frac{1}{6}} \qquad \lim_{x\to+\infty} \ln\left(\frac{x+g\left(\frac{2x+1}{e^x}\right)}{x-g\left(\frac{2x+1}{e^{-x}}\right)}\right) \qquad \lim_{x\to\infty} \frac{xe^{\frac{1}{xg\left(\frac{x+2}{2x+1}\right)}}-x+2}{1+\frac{1}{x}}$$

- في مايلي نعرف الدالة f بمايلي : $f(x)=\ln\left(-g\left(2+\frac{1}{x}\right)+\alpha\right)+x+\frac{1}{\alpha}$ مع $\alpha\in\mathbb{R}^*$.

2. حدد مجال تعريف الدالة f . مع التعليل موضحا الطريقة .
3. جد عبارة المشتقة $f'(x)$.
4. بين ان : $f(x)>x$.
5. جد قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون : $f'\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{73}{85}$.

نضع $\alpha=3$. علل صحة العبارات التالية :

أ. (c_f) يقبل مستقيم مقارب مائل معادلته $y=x-\frac{1}{3}+\ln(3)$ عند $+\infty$.

ب. f متناقصة تماما على المجال $\left]-\frac{1}{3},0\right[$ و متزايدة تماما لما $x>0$.

ت. $f'(0)=\frac{1}{4}$.

6. في مايلي نعرف المتتالية (u_n) كمايلي : $\begin{cases} u_0=f\left(\frac{1}{2}\right) \\ u_{n+1}=\frac{1}{2}f(u_n) \end{cases}$.

أ. تحقق ان : $2(u_{n+1}-u_n)=f(u_n)-u_n$.

ب. استنتج تغيرات المتتالية u_n .

ت. برهن بالتراجع ان : $1<u_n<\frac{3}{2}$.

ث. علل على تقارب المتتالية (u_n) . ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

ج. نعتبر الجداء التالي : $p_n=\frac{2u_1}{\sqrt{5}}\times\frac{2u_2}{\sqrt[2]{5}}\times\ldots\ldots\ldots\ldots\times\frac{2u_n}{\sqrt[n]{5}}$.

جد حصرا لجداء p_n . ثم حدد $\lim\limits_{n\to+\infty} p_n$.

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الأقسام : نهائي شعبة رياضيات
المدة : اربع ساعات و نصف

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
اختبار الفصل الثالث

ثانوية الشهيد ال العيد الخليفة البشير
الأستاذ الياس

التمرين الثاني [110ن] :

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ حيث $u_0 = -u_1 = \frac{1}{2}$ (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ ب $v_n = e^{4+\frac{u_n}{n}}$

1. اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي $n \in \mathbb{N}$ فان : $u_{n+1} - u_n = -(-1)^n$.
2. احسب الحدود u_2 , u_3 , u_4 .
3. جد عبارة المتتالية (u_n) بدلالة n .
   أ) ناقش حسب قيم العدد الطبيعي n رتابة المتتالية (u_n) .
   ب) هل المتتالية (u_n) متقاربة ؟ علل اجابتك
4. برهن باستعمال مبدا التراجع انه من اجل كل $n \in \mathbb{N}$ فان: $\cos(\pi n + \theta) = (-1)^n \cos(\theta)$.
   أ) استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي n فان : $u_n = \cos(\pi n + \theta)$. يطلب تعين θ .
   ب) تحقق ان المتتالية (u_n) هندسية يطلب تعين أساسها وحدها الأول .
   ت) بين ان : $u_{n+1} \times u_{n+3} = (u_{2n})^2$.
5. ليكن المجموع التالي : $s_n = u_0 - u_1 + u_2 - u_3 + \ldots\ldots\ldots + u_n$.
   برهن ان : $s_n = \frac{1}{2}(u_n + u_{2n})$.
6. احسب المجموع التالي : $s'_n = C_n^0 U_0 - c_n^1 U_1 + c_n^2 U_2 - C_n^3 U_3 + \ldots\ldots\ldots + c_n^n U_n$
7. جد حصرا للمتالية v_n . ثم اثبت انها متقاربة نحو نهاية يطلب تعينها .

- لتكن المتتاليتين (Tn) و (p_n) المعرفتان على $\mathbb{N}(n \geq 2)$ كمايلي :

$$T_n = \cos\left(\frac{\pi}{n}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{n}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{n}\right) + \ldots\ldots\ldots + \cos\left(\frac{n-1}{n}\pi\right)$$

$$p_n = \cos\left(\frac{\pi}{2n}\right) \times \cos\left(\frac{2\pi}{2n}\right) \times \cos\left(\frac{3\pi}{2n}\right) \times \ldots\ldots\ldots\ldots \times \cos\left(\frac{n-1}{2n}\pi\right)$$

1. ليكن مجموع k_n كمايلي : $k_n = \cos(\theta) + \cos(2\theta) + \cos(3\theta) + \ldots\ldots + \cos(n\theta)$.
   أ) برهن ان : $k_n = \frac{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \times \cos\left(\frac{n+1}{2}\theta\right)}{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}$.
   ب) استنتج T_n . ماذا تلاحظ ؟
2. برهن بالتراجع انه من اجل عدد طبيعي $n \geq 2$ فان : $P_n = \frac{\sqrt{n}}{2^{n-1}}$.
   أ) حدد $\lim\limits_{n \to +\infty} p_n$. $\lim\limits_{n \to +\infty} (p_n)^{2n}$.
   ب) جد قيمة الاعداد الطبيعية (α, β, γ) حتى يكون : $p_\alpha \times p_\beta \times p_\gamma = 9 \times 2^{-153}$
3. هل p_n و T_n متجاورتان ؟ علل اجابتك .

- جزء هذا مستقل عن الأول . ليكن z عدد حقيقي بحيث : $z \not\equiv 0[2\pi]$.
  من اجل عدد طبيعي $n \in \mathbb{N}^*$ نضع المجموع (s_n) حيث : $s_n = 1 + e^{iz} + e^{2iz} + \ldots\ldots + e^{inz}$.

1. اثبت ان : $\{\theta \in \mathbb{N}^*\}$ فان : $1 - e^{i\theta} = \left(-2i \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) e^{i\frac{\theta}{2}}$.
2. اثبت انه من اجل عدد طبيعي غير معدوم فان : $s_n = \frac{\sin\left(\frac{(n+1)}{2}z\right)}{\sin\left(\frac{z}{2}\right)} \times e^{i\frac{nz}{2}}$.
3. ناخذ في هذا الجزء ان : $(n \geq 2)$ $Z = \frac{\pi}{n}$.

نعتبر العددين A_n و B_n حيث :

$$\begin{cases} A_n = 1 + \cos\frac{\pi}{n} + \cos\frac{2\pi}{n} + \ldots\ldots\ldots + \cos\frac{(n-1)\pi}{n} \\ B_n = \sin\frac{\pi}{n} + \sin\frac{2\pi}{n} + \ldots\ldots\ldots + \sin\frac{(n-1)\pi}{n} \end{cases}$$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

4. تحقق ان : $s_{n-1} = A_n + iB_n$. ثم استنتج ان : $B_n = \frac{1}{\tan\left(\frac{1}{2}z\right)}$.

التمرين الثالث [11²] :

لدنيا n من الصناديق التي يمكن ان تحتوي على 0 الى n من الكرات . مرقمة من 1 الى n .

← نضع الكرات n بصفة عشوائية في الصناديق n .

1) نرمز ب P_n الى احتمال وجود كرية واحدة بالضبط في كل صندوق .

أ) بين ان : $p_n = \frac{n!}{n^n}$

ب) بطرقتين مختلفتين احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} p_n$.

2) بين ان : $\frac{p_n}{p_{n+1}} = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$. استنتج انه من اجل $n \in \mathbb{N}^*$ فان : $\frac{p_n}{p_{n+1}} \le e \le \frac{p_{n+1}}{p_{n+2}}$.

3) برهن بالتراجع انه من اجل كل $n \in \mathbb{N}$ فان : $(1+x)^n \ge 1+nx$.

4) بين ان : $\frac{p_n}{p_{n+1}} \ge 2$.

5) استنتج ان : $p_n \le \sqrt[\frac{n}{2}]{\frac{1}{2}} \times \sqrt[\frac{n}{2}]{\frac{1}{4}} \times \sqrt[\frac{n}{2}]{\frac{1}{8}} \times \ldots\ldots\ldots\ldots \times \sqrt[\frac{n}{2}]{2^{-n}}$.

6) جد مرة أخرى $\lim\limits_{n\to+\infty} p_n$.

التمرين الرابع [11²1ن] :

نعتبر الدالة g_n المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $\begin{cases} g_n(x) = x + x\ln(|x|^n) & x \neq 0 \\ g(0) = 0, x = 0 \end{cases}$ حيث $(n \in \mathbb{N}^*)$.

1. برهن ان جميع المنحنيات (c_{g_n}) تمر من ثلاث نقاط ثابتة يطلب تعينهم .
2. ادرس شفيعة الدالة g_n . ثم فسر النتيجة هندسيا .
3. عين نهايات الدالة g_n .
4. بين انه من اجل كل $(x \in Dg)$ فان : $g'_n(x) = \ln(|x|^n) + n + 1$.

أ. ادرس تغيرات الدالة g_n . ثم شكل جدول التغيرات .

ب. ناقش حسب قيم $(m,n) \in \mathbb{N}^*$ حلول المعادلة : $\ln\left(\frac{m(1+\ln|x|^n)}{x}\right) = \ln\left(1+e^{\ln(n)+\ln(\ln|m|)}\right)$.

5. اثبت ان المعادلة $g_n(x) = 0$ تقبلين حلين هما α_n و β_n حيث $0 < \alpha_n < 1$ و الاخر استنتج حصرا له
6. تحقق ان $\alpha_1 = e^{-1}$, ثم بين ان $n \ge 2$ فان $\ln(\alpha_n) + \frac{1}{n} = 0$.

أ. استنتج تغيرات المتتالية α_n , ثم علل على تقاربها .

ب. احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} \ln \alpha_n$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} \alpha_n$.

ت. اكتب معادلة المماس(Δ) عند الفاصلة α_n .

ث. استنتج إشارة الدالة g_n .

7. باستعمال المكاملة بالتجزئة جد اصلية $t \to t\ln|t|^n$ و التي تنعدم عند القيمة 1 .
8. نعرف المتتالية u_n و v_n كمايلي : $u_n = \int_1^e g_n(x)\,dx$, $v_n = e^{u_n}$

أ. اثبت ان من خلال المكاملة بالتجزئة ان $u_1 = \frac{3e^2-1}{4}$. ثم جد عبارة u_n بدلالة n

ب. بين ان مساحة جميع المنحنيات $(c_{g_{n+1}})$ و (c_{g_n}) و المستقيمات $x = 1 x = e$ هي $\frac{e^2+1}{4}$

ت. اثبت ان v_n هندسية أساسها $q = \sqrt[4]{e^{e^2+5}}$ ويطلب تعين حدها الأول .

ث. احسب المجموع التالي : $s_n = u_1v_1 + u_2v_2 + u_3v_3 + \ldots\ldots + v_{n-1}u_{n-1}$

www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الأقسام : نهائي شعبة رياضيات
المدة : اربع ساعات و نصف

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
اختبار الفصل الثالث

ثانوية الشهيد ال العيد الخليفة البشير
الأستاذ الياس

- نعرف الدالة f على $\mathbb{R} - \left\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi \; k \in \mathbb{Z}\right\}$ بالعبارة التالية :

$$f(x) = \ln\left(|\cos(x)|^{\sin(x)} \times \sqrt{\frac{\sin(x)+1}{1-\sin(x)}}\right)$$

1. اثبت ان الدالة f مستمرة على D_f .
2. اثبت ان الدالة f فردية .
3. تحقق ان الدالة f دورية دورها $T = 2\pi$.
4. برهن ان : $|f(x)| < \ln(2)$.
5. بين ان كل $x \in D_f$ فان : $f'(x) = g_1(\cos(x))$.
   - أ. استنتج تغيرات الدالة f على المجال $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$.
   - ب. شكل جدول التغيرات الدالة f على نفس المجال السابق .
   - ت. استنتج الوضع النسبي لكل من (c_f) و منحنى الدالة $\ln|\cos(x)|^{\sin(x)}$.

بالتوفيق لكم

أتمنى لكم النجاح الدائم في مسيرتكم المتبقية
لو النجاح كان ساهل لكانت كل الناس ناجحة

www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الأقسام : نهائي شعبة رياضيات
المدة : اربع ساعات و نصف

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
اختبار الفصل الثالث

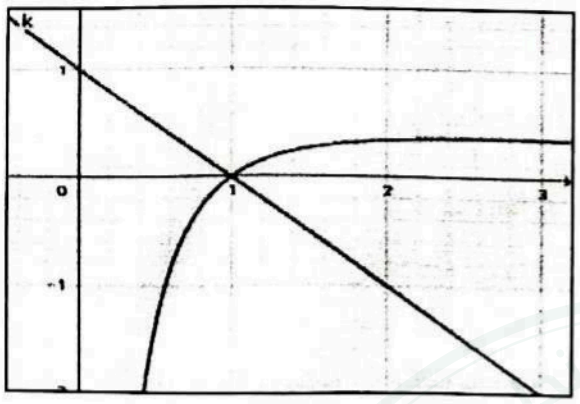
ثانوية الشهيد ال العيد الخليفة البشير
الأستاذ الياس

الموضوع الثاني :

التمرين الرابع :

I) لتكن الدالتين k و h المعرفتين على $]0,+\infty[$. $k(x) = 1 - x$ و $h(x) = \ln\sqrt[3]{x}$.

الوثيقة المقابلة تمثل تغيرات كل من k و h .



- نعتبر الدالة $g(x) = k(x) - h(x)$.

1) استنتج تبعا لقيم x إشارة $g(x)$ على نفس المجال .
2) ليكن α عدد حقيقي $\alpha \in]0,1]$ وليكن $A(\alpha)$ حيث $A(\alpha) = \int_{\alpha}^{1} g(x)\,dx$.
جد $A(\alpha)$ بدلالة α ثم فسر ذلك هندسيا .

- نعتبر الدالة f المعرفة ب $f(x) = \sqrt{x - \ln(x)}$.

1) عين مجموعة تعريف الدالة f .
2) احسب النهايات عند اطراف مجال التعريف . ثم فسر النتائج هندسيا .
3) بين ان المعادلة : $e^{\sqrt{x-\ln(x)}-1} - e = 0$ تقبل حلين احدهما β حيث : $5,7 < \beta < 5.8$.
4) بين ان : $f'(x) = -\frac{k(x)}{2xf(x)}$.
أ) استنتج اتجاه تغير الدالة f . ثم شكل جدول تغيرات .
ب) بين ان من اجل كل $x \in Df$: $x \geq 1 + \ln(x)$.
5) استنتج ان : $f(\beta) = 2$.
6) بين ان : $f(x) - x = \frac{g(x)}{f(x)+x}$. ثم استنتج ال وضع النسبي لكل من (C_f) و $y = x$.
7) ارسم كل من (C_f) و $y = x$.
8) اثبت انه من اجل $1 \leq x \leq e$ فان : $\ln(x+1) \leq f(x) \leq x$
أ) استنتج حصرا ل $A = \int_{1}^{e} f(x)\,dx$.

- في مايلي نعرف المتتالية (u_n) العددية كمايلي : $\begin{cases} u_0 = e \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$.

1) مثل اربع حدود الأولى دون حسابها مبرزا خطوط الانشاء .
2) برهن بالتراجع انه من اجل كل $n \in N$: $0 \leq \ln(u_n) \leq 1$.
3) استنتج تغيرات المتتالية (u_n) . ثم علل على تقارب (u_n) .
4) بين ان : $|1 - u_{n+1}| \leq \frac{1}{2}|1 - u_n|$.
5) استنتج انه : $|1 - u_n| \leq \frac{e-1}{2^n}$.
6) حدد : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.
7) نعتبر الجداء : $p_n = \sqrt[3]{\frac{2}{u_2^2+\ln(u_1)}} \times \sqrt[9]{\frac{4}{u_3^2+\ln(u_2)}} \times \sqrt[27]{\frac{8}{u_4^2+\ln(u_3)}} \times \ldots\ldots \times \sqrt[3^n]{\frac{2^n}{U_{n+1}^2+\ln(U_n)}}$
جد حصرا للجداء P_n .
حدد $\lim\limits_{n\to+\infty} p_n$.

www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الأقسام : نهائي شعبة رياضيات
المدة : اربع ساعات و نصف

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
اختبار الفصل الثالث

ثانوية الشهيد ال العيد الخليفة البشير
الأستاذ الياس

التمرين الثاني :

ليكن z_1 و z_2 و z_3 اعداد مركبة حلا للمعادلة $z^3 + 64e^{i\frac{\pi}{2}} = 0$. حيث ان : $z_3 + \overline{z_2} = 0$.
$\mathrm{Re}(z_2) < 0$

1) جد كل من z_1 و z_2 و z_3 . ثم اكتبهم على الشكل الاسي .
2) استنتج طبيعة المثلث الناتج موضحا الخطوات .

- في مايلي نعتبر صندوق (φ) يحتوي على (n) كرية حمراء تحمل العدد z_1 و $(n+1)$ كرية خضراء تحمل العدد z_2 و $(n+2)$ كرية بيضاء تحمل العدد z_3 . حيث n عدد اولي اصغر تماما من 10 . نسحب من الصندوق (φ) 3 كريات على التوالي دون ارجاع و لنعتبر الحوادث التالية :

A « سحب على الأقل كرية حمراء » B « الكرية الثانية تحمل عدد تخيلي صرف »

1) جد $p(A \cap B)$ بدلالة n .

- في مايلي نسحب الكريات البيضاء من الصندوق (φ) و نفرغ الكريات الباقية في صندوق اخر (ζ) ونسحب على التوالي كرتين دون ارجاع . نعتبر المتغيرالعشوائي X الذي يرفق بكل $\arg(\alpha) + \arg(\beta)$ حيث α و β العددين الظاهرين على الكرية المسحوبة .

أ) جد قيم المتغير العشوائي . ثم عرف قانون احتماله .

ب) عين مايلي: $p(X < \int_e^{e+1} \frac{1}{x\ln(x)}dx + \int_{e+1}^{e+2} \frac{1}{x\ln(x)}dx + \ldots\ldots + \int_{e+2023}^{e+2024} \frac{1}{x\ln(x)}dx)$,

و $p(X \leq \int_{\pi}^{\pi^2} te^{-t}\,dt)$.

التمرين الثالث :

1) برهن انه مهما كان $n \in \mathbb{N}$ فان : $4^{3n} \equiv 3^{6n}[7]$.
2) استنتج باقي قسمة العدد $9999^{2026^{2024}}$ على 7 .
3) ليكن العدد $A(n) = 9999^{2026^n} + 2025^{2n} + 199^n + 2 \times 2026^n$.
أ) جد قيم العدد الطبيعي n حتي يكون $A(n) \equiv 0[7]$.
ب) هل العدد $A(2024^{1962})$ مضاعف ل 7 ؟
ت) استنتج باقي قسمة العدد $A(2024)$ على 77 .
4) نعتبر المجموعين التاليين : $\begin{cases} s_n = 36 + 288 + 1728 + \ldots\ldots + 9n \cdot 4^n \\ S'_n = 12 + 72 + 324 + \ldots\ldots + 4n \cdot 3^n \end{cases}$.
أ) برهن بالتراجع انه : $S_n - S'_n = (3-6n)\cdot 3^n + (12n-4).4^n + 1$.
ب) بين ان : $s_{1954} \equiv s'_{1954}[7]$.
ت) جد باقي قسمة العدد $(s_{2024} - s'_{2024})^{2005^{2024}}$ على 7 .
ث) جد قيم العدد الطبيعي n حتي يكون $s_n \equiv S'_n[7]$.

- نضع العددين الطبيعيين الغير معدومين χ و Υ المكتوبان في نظام ذي الأساس n .
حيث : $\chi = \overline{4343}^n$ و $\gamma = \overline{50601}^n$ و نضع ان $PGCD(\chi, \Upsilon) = d$.
1) استنتج القيم الممكنة ل d .
2) جد قيم العدد الطبيعي n حتي يكون : $d = 50$ و $d = 101$
3) هل توجد قيم للعدد الطبيعي n حتي يكون $d = 2024$. علل اجابتك .
4) تحقق انه اذا كان d / x و d / y فان : $d / 2c_n^2 + n - 1$
5) استنتج قيمة d في حالة $n = 2024^{2023}$.
6) نضع ان $n = 9$ تحقق ان العدد $y^{2027} - 2025^x - 2024^{2023} + y - 6$ مضاعف ل 7 .

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الأقسام : نهائي شعبة رياضيات
المدة : اربع ساعات و نصف

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
اختبار الفصل الثالث

ثانوية الشهيد ال العيد الخليفة البشير
الأستاذ الياس

التمرين الأول :

لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}_+^*$ بالعبارة : $g(x) = \frac{\ln(2)\sqrt{x}}{x}$ يعطى جدول تغيراتها :

x	0	$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$ ↘	0

1) انطلاقا من جدول التغيرات حدد إشارة $g(x)$.

- في ما يلي نعرف المتتاليتين (u_n) و (w_n) على $\mathbb{N}^*$ كمايلي :

$$u_n = \int_1^e \frac{n}{x} ln\left(\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt[n]{x}}\right) dx \quad \text{و} \quad w_n = \frac{eu_n}{(e-1)} .$$

1) بين ان : $u_1 = \ln(2)(2\sqrt{e}-2) - \frac{1}{2}$. ثم استنتج w_1 .

2) اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم $u_{n+1} - u_n = \int_1^e g(x)\,dx$.
استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

3) بين انه $n \in \mathbb{N}^*$: $\frac{n}{e}\ln\left(\frac{2}{\sqrt[n]{e}}\right)(e-1) \le u_n \le n\ln(2^{\sqrt{e}})(e-1)$.

أ) استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$. ماذا تستنتج .

ب) جد حصرا لمتتالية w_n . ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n$.

4) نعتبر الجداء p_n حيث : $p_n = \sqrt[n]{e^{w_1}} \times \sqrt[n]{e^{w_2}} \times \sqrt[n]{e^{w_3}} \times \ldots\ldots\ldots \times \sqrt[n]{e^{w_n}}$

أ) بين انه من اجل كل $n \in \mathbb{N}^*$ فان : $\frac{1}{e}\sqrt{2^{n+1}} \le p_n \le \sqrt{2^{(n+1)\sqrt{e^3}}}$.

ب) استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{p_n}$.

5) بين انه من اجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $u_{n+1} - u_n = \ln(2)(2\sqrt{e}-2)$. ثم استنتج طبيعة المتتالية (u_n)

- في ما يلي نضع : $v_n = e^{u_n}$ و نضع ان $u_0 = -\frac{1}{2}$.

1) بين ان v_n هندسية أساسها $q = 4^{\sqrt{e}-1}$ يطلب تعين حدها الأول وعبارتها .

2) جد مرة احرى عبارة u_n ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

3) نضع المجموع التالي :

$$S_n = c_{2n}^0 \frac{1}{v_0} + C_{2n}^1 \frac{2^{2\sqrt{e}-2}}{v_1} + C_{2n}^2 \frac{2^{4\sqrt{e}-4}}{v_2} + \ldots\ldots\ldots\ldots + c_{2n}^{2n} \frac{\left(2^{2\sqrt{e}-2}\right)^{2n}}{v_n}$$

أ) برهن انه من اجل كل عدد طبعين k و n : $0 < k \le n$ فان : $KC_n^k = nc_{n-1}^{k-1}$.

ب) احسب S_n بدلالة n . ثم بين انه مهما كان n فان : $S_n = \sqrt{e}\,4^n$.

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com