najah213.com · نجاح 213



السلسلة رقم 01

# الأعداد والحساب



- مجموعات الأعداد
- الحساب على الكسور
- الحساب على القوى
- الحساب على الجذور
- الأعداد الأولية
- القيم المقربة

## التمرين رقم 01

بيّن أنّ الأعداد التالية طبيعية:

$$A=\frac{\sqrt{722}}{\sqrt{2}} \quad ; \quad B=\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}}+\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}}$$

$$C=\frac{3^{10}}{243} \quad ; \quad D=\sqrt{22+\sqrt{5+\sqrt{15+\sqrt{1}}}}$$

$$E=\frac{(a+b)^2-(a-b)^2}{ab} \quad ;a,b\in\mathbb{R}^*$$

## التمرين رقم 02

بسّط الأعداد التالية، ثمّ حدّد طبيعة كل منها (أصغر مجموعة ينتمي إليها العدد).

$$a=\sqrt{4-\sqrt{7}}\sqrt{4+\sqrt{7}} \quad ; \quad b=\frac{7+\frac{1}{3}-\frac{5}{2}}{\frac{2}{3}-\frac{3}{5}+5}$$

$$c=\frac{1}{3-\sqrt{5}}+\frac{1}{3+\sqrt{5}} \quad ; \quad d=\sqrt{21^2+20^2}$$

$$e=\frac{2^6\times15^3\times(-3)^8}{10^5\times(-16)^4\times27^{-3}} \quad ; \quad k=\frac{2\pi+4}{3\pi+6}$$

$$l=\frac{2\pi}{3,14} \quad ; \quad m=\sqrt{6-\sqrt{\frac{7}{2}+\frac{\sqrt{12}+\sqrt{27}}{\sqrt{300}}}}$$

$$n=9\times10^{-3}+0,4\times10^{-2}$$

$$\alpha=1+\frac{1}{2+\frac{1}{2+\frac{1}{1+\sqrt{2}}}} \quad ; \quad \beta=\frac{(12^8)^{-2}\times75^{-4}\times(-4)^{-9}}{(25^{-2})^{-4}\times18^6}$$

$$\gamma=\sqrt{\frac{75}{98}}+\sqrt{\frac{300}{98}}-\sqrt{\frac{363}{338}} \quad ; \quad \lambda=\frac{\frac{1}{\pi+3}-\frac{1}{\pi-3}}{1+\frac{\pi^2}{9-\pi^2}}$$

## التمرين رقم 03

بسّط والكتب النتيجة على شكل جداء أو حاصل قسمة قوى أسها موجب.

$$A=\frac{(a^2b)^{-3}c^2}{ab^{-3}} \quad ، \quad B=\frac{(a^2b)^{-3}c^5a^4}{(bc^2)^2b^{-1}} \quad ،$$

$$C=\frac{(-a)^2\,2b}{2b^{-1}} \quad \text{حيث} \quad a,b,c\in\mathbb{R}^*.$$

## التمرين رقم 04

الكتب على شكل قوى للعدد 10.

$$a=1000^7\times0,01^{10} \quad ; \quad b=\frac{100^3}{0,1^9\times10000^3}$$

$$c=\frac{0,001^3\,(-10000)^5}{0,01^{-4}}$$

$$d=\frac{0,0001^{-4}\times10000^5\,(-0,001)^7}{\left(10\times0,01^3\right)^4}$$



www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213



## التمرين رقم 05

اكتب على شكل كسر غير قابل للاختزال الأعداد الناطقة التالية: $a=7,333...$ ، $b=12,\underline{45}$ ، $c=2,0\underline{134}$ ، $d=-0,5\underline{3634}$ .

## التمرين رقم 06

نعتبر العددين الحقيقيين $a$ و $b$ حيث:

$$b=\frac{1-\sqrt{5}}{2} \quad ; \quad a=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

1) احسب $ab$ و $a+b$ .

2) استنتج قيمة كل من $a^2+b^2$ و $a^4+b^4$.

$$a^2=a+1 \quad ; \quad a=\frac{3+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}$$

3) بيّن أنّ:

$$a^3=2a+1 \quad ; \quad \frac{1}{a}=a-1$$

**ملاحظة:** $a$ يسمى العدد الذهبي ويرمز له بالرمز $\phi$.

## التمرين رقم 07

$x$ و $y$ عددان من $\mathbb{R}-\{-1;1\}$، نضع: $A=\frac{x+y}{1+xy}$.

1) احسب $A$ من أجل $x=\frac{1}{3}$ و $y=-\frac{2}{5}$ .

2) احسب $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2$ و $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2$.

3) نضع الآن: $x=\sqrt{5+2\sqrt{6}}$ و $y=\sqrt{5-2\sqrt{6}}$ ،

أ- احسب $xy$ و $x^2+y^2$، ثمّ استنتج $x+y$.

ب- نحقّق عندئذ أنّ: $A=\sqrt{3}$ .

4) بيّن أنّه من أجل كل $x$ و $y$ من $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ فإنّ:

$$A+1=\frac{(x+1)(y+1)}{1+xy}$$

$$A-1=\frac{(x-1)(y-1)}{1+xy}$$

## التمرين رقم 08

I. $a$ و $b$ عددان حقيقيان حيث $a>b$ يحقّقان ما يلي: $ab=1$ ; $a+b=\sqrt{5}$.

1) احسب $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ و $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ .

2) استنتج $a-b$، ثمّ العددين $a$ و $b$ .

II. $\alpha$ و $\beta$ عددان حقيقيان حيث:

$$\alpha=\sqrt{4-\sqrt{10+2\sqrt{5}}} \; ; \; \beta=\sqrt{4+\sqrt{10+2\sqrt{5}}}$$

1) نحقّق أنّ: $\sqrt{6-2\sqrt{5}}=\sqrt{5}-1$.

2) احسب $\alpha^2+\beta^2$ و $\alpha\beta$، ثمّ استنتج قيمة مبسطة للمجموع $\alpha+\beta$.

## التمرين رقم 09

1) عيّن العدد الطبيعي $n$ الذي يحقّق:

$$20164=n^2\times 71^2$$

2) استنتج أنّ العدد $20164$ هو مربع لعدد طبيعي يطلب تعيينه.

3) بيّن -دون استعمال الحاسبة- أنّ $\sqrt{2,0164}$ هو عدد عشري.

4) اكتب العدد $1,\underline{43}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

## التمرين رقم 10

1) أ- حلّل كلا من العددين 1782 و 999 إلى جداء عوامل أولية .

ب- استنتج تحليل العدد $1782\times 999$ إلى جداء عوامل أولية .

ج- بسّط العددين $\sqrt{1782}$ و $\sqrt{999}$.

2) عيّن $PGCD$ و $PPCM$ العددين السابقين.

3) ليكن العدد: $\alpha=1,783783...$ .

أ- ما طبيعة العدد $\alpha$ ؟

ب- أعط الكتابة الكسرية لـ $\alpha$ ، ثمّ استنتج شكله غير القابل للاختزال .



www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213



## التمرين رقم 11

نعتبر العددين الطبيعيين $a$ و $b$ حيث:

$$b=5292 \quad ; \quad a=2^n\times 3\times 5^m$$

مع $n,m\in\mathbb{N}^*$.

1) عيّن قيمتي $n$ و $m$ حتى يكون $a=1200$.

2) حلّل العدد $b$ إلى جداء عوامل أولية .

3) احسب $PGCD(a;b)$ و $PPCM(a;b)$.

4) دون آلة حاسبة، بيّن أنّ $\sqrt{ab}$ عدد طبيعي.

5) احسب المجموع $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$.

## التمرين رقم 12

$A$ و $B$ عددان طبيعيان حيث:

$$A=\frac{2^5\times 15^2\times 7}{5\times 10} \; ; \; B=-\frac{(-1)^{2021}\times 75\times 10^2}{5\times 2^2}$$

1) بيّن أنّ: $A=1008$ و $B=375$. ( دون حاسبة)

2) استنتج التحليل إلى جداء عوامل أولية لكلّ من $A$ و $B$.

3) احسب $PGCD(A;B)$ و $PPCM(A;B)$.

4) اختزل الكسر $\frac{A}{B}$.

5) اكتب بمقام ناطق الكسر $\frac{1}{\sqrt{B}+2}$.

## التمرين رقم 13

ليكن $a$ و $b$ العددين المعرفين كما يلي:

$$a^3=3^9\times 12^3\times 21^6 \quad ; \quad b=\sqrt{486n}$$

حيث $n$ عدد طبيعي غير معدوم.

1) حلّل العدد $a$ إلى جداء عوامل أولية .

2) عيّن أصغر قيمة لـ $n$ حتى يكون $b$ عددا طبيعيا.

3) نضع الآن: $n=54$.

أ- حلّل $b$ إلى جداء عوامل أولية .

ب- احسب $PGCD(a;b)$ و $PPCM(a;b)$.

ج- اختزل الكسر $\frac{b}{a}$، ثم احسب الفرق $\frac{2}{b}-\frac{3}{a}$.

د- هل $\frac{b}{a}$ عدد عشري ؟ برّر جوابك.

## التمرين رقم 14

1) $n$ عدد طبيعي غير معدوم.

بقسمة العدد $n$ على كل من الأعداد 3150 ، 220 و 600 نحصل على البواقي 3148 ، 218 و 598 على الترتيب.

❖ عيّن أصغر قيمة للعدد $n$.

2) $m$ عدد طبيعي غير معدوم.

بقسمة كل من الأعداد 3171 ، 3109 و1963 على العدد $m$ نحصل على البواقي 25، 15 و 13على الترتيب.

❖ عيّن أكبر قيمة للعدد $m$.

## التمرين رقم 15

1) اكتب على الشكل العلمي كلا من الأعداد التالية، ثمّ حدّد رتبة مقداره.

$$a=2021\times 10^{20} \quad ; \quad b=0,000083\times 10^{-17}$$

$$c=0,07+2\times 10^{-2}-53\times 10^{-3}$$

$$d=\frac{4\times 10^8+0,0000005}{29\times 10^{-6}-20\times 10^{-7}}$$

2) استنتج رتبة مقدار العددين $a^2b$ و $\frac{b}{a}$.

## التمرين رقم 16

نعتبر العدد $a$ حيث:

$$a=1+7+7^2+7^3+\ldots+7^{15}$$

1) اكتب $7a+1$ بدلالة $a$.

2) استنتج أنّ: $6a=7^{16}-1$ و أنّ:

$$a=8\left(7^2+1\right)\left(7^4+1\right)\left(7^8+1\right)$$



www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213



## التمرين رقم 17

برهن صحة المساويات التالية:

$$\left(x^n+x^m\right)^2-\left(x^n-x^m\right)^2=4x^{n+m};\begin{cases}x\in\mathbb{R}\\ n,m\in\mathbb{N}\end{cases}$$

$$\frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{3}{4}}-\sqrt{\frac{4}{3}}\right)=-\frac{1}{4\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{\frac{8^{10}+4^{10}}{8^4+4^{11}}}=16$$

$$\frac{\left(9^{n+1}+9^n\right)^2}{\left(3^{2n+1}-3^{2n}\right)^2}=25\ ;n\in\mathbb{N}$$

$$44444^2+33333^2=55555^2$$

## التمرين رقم 18

1) $n$ عدد طبيعي ، اكتب الأعداد التالية بمقامات ناطقة: $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$ ، $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ ، $\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$.

2) احسب المجموع $S$ التالي:

$$S=1+\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{2021}+\sqrt{2020}}$$

## التمرين رقم 19

$n$ عدد طبيعي غير معدوم .

1) بيّن أنّ: $\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}=\frac{1}{n(n+1)}$.

2) بسّط المجموع $T$ التالي:

$$T=\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\ldots+\frac{1}{99\times100}$$



## التمرين رقم 20

$n$ عدد طبيعي غير معدوم .

1) أثبت صحة المساواة التالية:

$$\frac{1}{(n+1)\sqrt{n}+n\sqrt{n+1}}=\frac{1}{\sqrt{n}}-\frac{1}{\sqrt{n+1}}$$

2) استنتج قيمة المجموع $S$ التالي:

$$S=\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}+\frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}+\ldots+\frac{1}{50\sqrt{49}+49\sqrt{50}}$$



دبرها في بالك ملبخ:
النجاحات الباهرة لا تصنع بين عشية وضحاها..
بل هي نتاج إرادة قوية واجتهاد دائم
وإيمان راسخ في قدرتك على فعلها...



تمنياتي لكم بمشوار موفق في الثانوية



www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com