najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية: راشدي محمد " سيدي معروف" التاريخ: 2023/11/07.

المستوى: الثالثة ـرياضياتـ المدة: ساعة ونصف.

الفرض الأول للثلاثي الأول.

التمرين الأول:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]-\infty,0]\cup[1,+\infty[$ بـ: $f(x)=x-1-\sqrt{\dfrac{x}{x-1}}$ ،

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

2- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

3- بين أن: $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0} \dfrac{f(x)+1}{x}=-\infty$ ، ماذا تستنتج؟

- فسر النتيجة السابقة هندسيا.

4- أثبت أنه من أجل كل $x\in]-\infty,0[\cup]1,+\infty[$: $f'(x)=1+\dfrac{1}{2(x-1)^2\sqrt{\dfrac{x}{x-1}}}$.

- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

5- أحسب $\lim\limits_{|x|\to+\infty}\left[f(x)-(x-1)\right]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-2$.

6- أثبت أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $\alpha\in\left]2,\dfrac{5}{2}\right[$.

- بين أن $\sqrt{\dfrac{\alpha}{\alpha-1}}=\alpha-1$.

7- بين أن معادلة (T_α) المماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=\alpha$ تكتب على الشكل

$$y=\left[1+\frac{1}{2(\alpha-1)^3}\right](x-\alpha).$$

8- أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيمين (Δ) و (D).

التمرين الثاني:

ليكن (C_f) التمثيل البياني لدالة f معرفة وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}-\{1\}$ حيث المستقيم $(D): y=2$ مقارب لـ (C_f) عند $-\infty$ و $+\infty$، (Δ) و (T) مماسين لـ (C_f) عند النقطتين $A\left(3,\dfrac{11}{2}\right)$ و $B(0,-2)$ و $f(a)=-\dfrac{5}{2}$.

❖ **بقراءة بيانية أجب عن ما يلي:**

1- هل الدالة f مستمرة على المجال $]-\infty,1[$؟ برر إجابتك.

2- أ- أكتب معادلة كل من (Δ) و (T).

ب- عين الوضعية النسبية لـ (C_f) و (T). ماذا تستنتج؟

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

3- أ- عين النهايات التالية: $\lim_{|x|\to+\infty} f(x)$ ؛ $\lim_{x\to+\infty} \frac{x}{2-f(x)}$ ؛ $\lim_{x\to 1} f(x)$.

ب- عين النهايات التالية: $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)+2}{x}$ ؛ $\lim_{x\to 0} \frac{f'(x)+2}{x}$ ؛ $\lim_{h\to 0} \frac{f(a+h)+2.5}{h}$ ؛

$\lim_{x\to 3} \frac{f(-x+6)+5.5}{x-3}$.

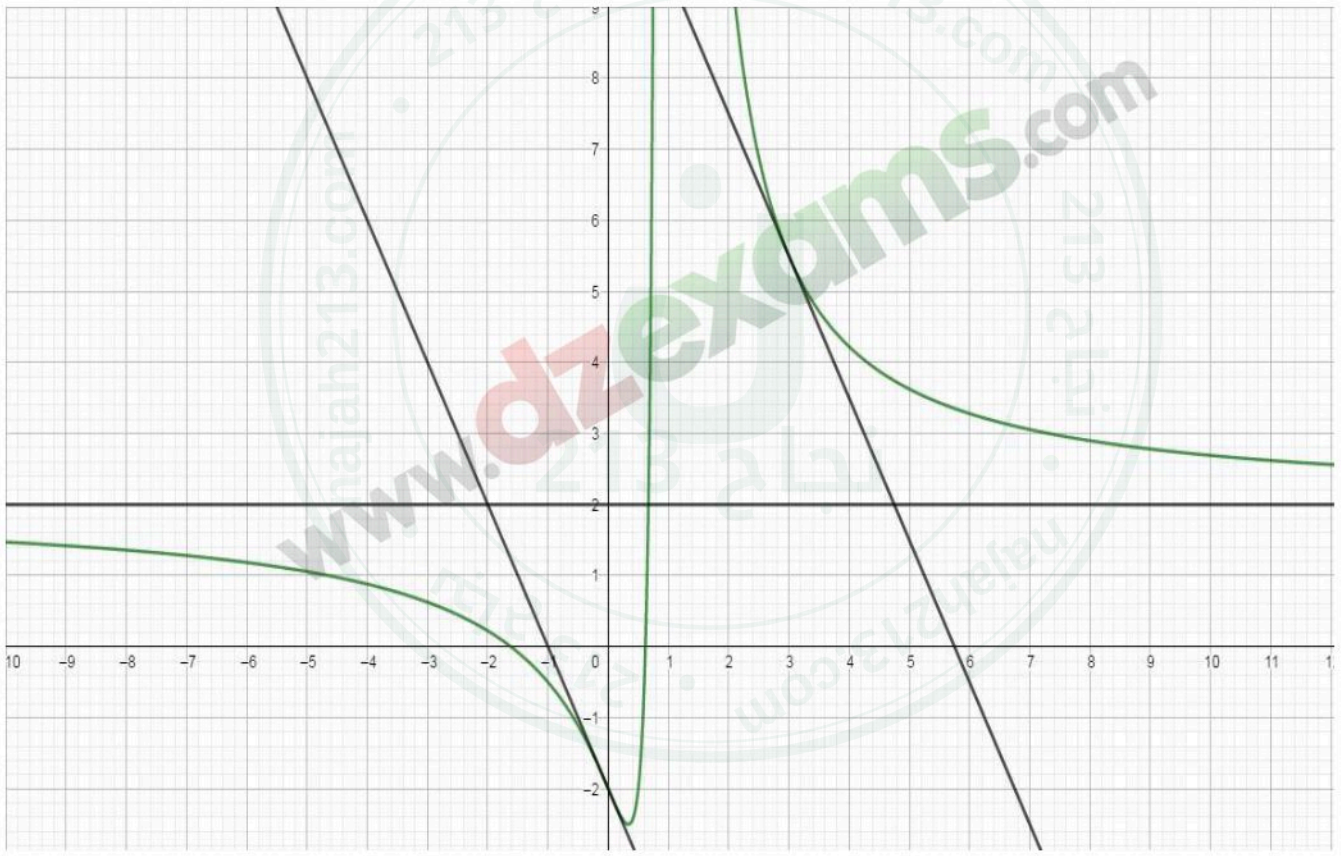
ج- جد قيمة مقربة للعدد $f(2.999)$.

4- أ- أكتب جدول تغيرات الدالة f مبينا إشارة مشتقتها.

ب- بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث: $0.5 \prec \alpha \prec 1$ و $-2 \prec \beta \prec -1.5$.

5- ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=-2x+m$.

6- أدرس اتجاه تغير الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{0,1\}$ بـ: $g(x)=f\left(\frac{1}{x}\right)$ دون حساب عبارتها.



بالتوفيق

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

2023/2024

اعتمدوا و سلم ي.

التصحيح النموذجي للفرض الأول للثلاثي الأول في مادة الرياضيات.

التمرين الأول: (9 نقاط)

$f(x) = x - 1 - \sqrt{\frac{x}{x-1}}$

$D_f =]-\infty, 0] \cup]1, +\infty[$ 0,75

1) $\lim_{x \to 1} f(x) = \lim_{x \to 1} \left[x - 1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}} \right] = -\infty$ (0,5)

التفسير الهندسي: (C_f) يقبل مستقيما معادلته $x = 1$ مقاربا موازيا لحامل محور التراتيب. (0,5)

2) حساب النهايات:

- $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \left[x - 1 - \sqrt{\frac{x}{x-1}} \right] = +\infty$ (0,5)
- $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \left[x - 1 - \sqrt{\frac{x}{x-1}} \right] = -\infty$ (0,5)

3) $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)+1}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{x - 1 - \sqrt{\frac{x}{x-1}} + 1}{x}$ (0,5)

$= \lim_{x \to 0} \left[1 - \frac{\sqrt{\frac{x}{x-1}}}{x} \right]$ (0,5)

$= \lim_{x \to 0} \left[1 + \sqrt{\frac{x}{x^2(x-1)}} \right] = +\infty$ (0,5)

ومنه: f غير قابلة للاشتقاج عند 0. (0,5)

التفسير الهندسي: (C_f) يقبل مماسا موازيا لحامل محور التراتيب معادلته $x = 0$. (0,5)

4) الدالة f تقبل الاشتقاق على $D_f - \{0\}$

$f'(x) = 1 - \frac{\left(\frac{x}{x-1}\right)'}{2\sqrt{\frac{x}{x-1}}} = 1 - \frac{-\frac{1}{(x-1)^2}}{2\sqrt{\frac{x}{x-1}}}$

أي: $f'(x) = 1 + \frac{1}{2(x-1)^2\sqrt{\frac{x}{x-1}}}$ (0,5)

اتجاه التغير: لدينا من أجل كل $x \in D_f - \{0\}$:

$f'(x) > 0$ ومنه الدالة f متزايدة تماما على المجالين: $]-\infty, 0[$ و $]1, +\infty[$ (0,5)

جدول التغيرات:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\|$	$+$	$\|$	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-1	↗	$\|+\infty$	↗	$+\infty$
			$f(0) = -1$		$\|-\infty$		

(0,5)

5) $\lim_{x \to +\infty} [f(x) - (x-1)] = \lim_{x \to +\infty} -\sqrt{\frac{x}{x-1}} = -1$ (0,5)

التفسير الهندسي: (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته: $y = x - 1$ (0,5)

الوضعية النسبية لـ (C_f) و (Δ).

لدراسة إشارة الفرق:

$f(x) - y = x - 1 - \sqrt{\frac{x}{x-1}} - x + 1 = -\sqrt{\frac{x}{x-1}} < 0$

نلخص حالتين:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f(x) - y$		$-$	0	$-$	$\|$	$-$	
الوضعية	(C_f) تحت (Δ)		(C_f) يقطع (Δ)		(C_f) تحت (Δ)		

(0,5)

على المجال $]-\infty, 0[$ (C_f) يقطع (Δ) (0,5)

وعلى المجال $]1, +\infty[$ (C_f) تحت (Δ)

6) لدينا الدالة f مستمرة وتناقصية على المجال $]1, +\infty[$

$\lim_{x \to 1} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

وبما أن الدالة f متزايدة تماما على هذا المجال فإن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على هذا المجال. (0,75)

على المجال $]-\infty, 0[$ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلول لأن $f(x) < 0$.

وبما أن $f(-2) \simeq -0,2 < 0$ و $f(-\frac{1}{2}) \simeq 0,2 > 0$

فإن $\alpha \in]-2, -\frac{1}{2}[$ هو الحل الوحيد للمعادلة $f(x) = 0$.

لدينا $f(\alpha) = 0$ ومنه $\alpha - 1 - \sqrt{\frac{\alpha}{\alpha-1}} = 0$

أي $\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha-1}} = \alpha - 1$ (0,25)

7) معادلة المماس (T_α) لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة α هي: $y = f'(\alpha)(x - \alpha) + f(\alpha)$

$x - 1 < x \leq 0$ فإن $x \in]-\infty, 0]$ لما

ومنه: $\frac{x}{x-1} < 1$

ومنه: $1 - \sqrt{\frac{x}{x-1}} < 0$ أي $f(x) - y < 0$ (0,5)

لما $x \in]1, +\infty[$ فإن $x - 1 < x$ ومنه

$\frac{x}{x-1} > 1$ ومنه $1 - \sqrt{\frac{x}{x-1}} > 0$ أي $f(x) - y > 0$

www.dzexams.com

Scanné avec CamScanner

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

$\lim_{x\to 3} \frac{f(-x+6)-5,5}{x-3} = \lim_{x\to 3} \frac{g(x)-g(3)}{x-3}$

$= g'(3) = -f'(3) = 2$ (0,5)

$g(x) = f(-x+6) \rightsquigarrow g(3) = f(3) = 5,5$

$g'(x) = -f'(-x+6) \rightsquigarrow g'(3) = -f'(3)$

$f(2,999) = f(3-0,001) = f'(3) \times (-0,001) + f(3)$ (0,5)

$= -2(-0,001) + 5,5$

$= 5,5 + 0,001 = 5,501$

ب- جدول التغيرات: (1)

x	$-\infty$		a		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$-2,5$	↗	$+\infty \,\|\|\, -\infty$	↘	3

ج- (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين، (0,25)
لأن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين هما α و β حيث $0,5 < \alpha < 1$ و $-1,5 > \beta > -2$

(5) المناقشة البيانية:
حلول المعادلة $f(x) = -2x+m$ هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيمات ذات المعادلة $y=-2x+m$ (1)

قيم m	عدد وإشارة الحلول:
$m < -2$	المعادلة حل سالب.
$m = -2$	المعادلة حل معدوم.
$-2 < m < 1,5$	المعادلة حل موجب.
$m = 1,5$	حلان هما خيالان
$m > 1,5$	3 حلول موجبة.

$(\Delta): y = ax+b \rightsquigarrow a = \frac{5,5-3,5}{3-4} = -2$

$b = 11,5$ أي $5,5 = -2\times 3 + b$

$(\Delta): y = -2x + \frac{23}{2}$ (0,5)

$B(0,-2)$; $B'(-1,0) \in (T)$ ولدينا:

$a = \frac{0+2}{-1-0} = -2$ | $b = -2$

$(T): y = -2x - 2$ (0,5)

ب- دراسة وضعية (T) و (C_f):

x	$-\infty$		0		$+\infty$
الوضعية النسبية	(C_f) يقع تحت (T)		(T) يمس (C_f) عند $B(0,-2)$		(C_f) يقع فوق (T)

(0,5)

الاستنتاج: $B(0,-2)$ تمثل النقطة الوحيدة التي يمس فيها (C_f) المستقيم (T). (0,5)

3- أ) تعيين المقاربات:

$\lim_{|x|\to+\infty} f(x) = 3$ (0,25)

$\lim_{x\to+\infty} -(f(x)-3) = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^{+\infty}}{-5} = -\infty$ (0,5)

$\lim_{x\to 1} f(x) = +\infty$ (0,25)

ب- تعيين المقاربات:

$\lim_{x\to 0} \frac{f(x)+2}{x} = f'(0) = -2$ (0,5)

$\lim_{x\to 0} \frac{f'(x)+2}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{f'(x)-f'(0)}{x-0} = f''(0) = 0$ (0,5)

$\lim_{h\to 0} \frac{f(a+h)+2,5}{h} = f'(a) = 0$ (0,5)

$(T_a): y = \left(1 + \frac{1}{2(a-1)^2(a-1)}\right)(x-a)$ ومنه (0,5)

$(T_a): y = \left(1 + \frac{1}{2(x-1)^3}\right)(x-a)$ أي

(2) الإثبات: (0,5) + (0,25)

التمرين الثاني: (10 نقاط)

1- الدالة f متزايدة على المجال $]-\infty; 1[$ لأن: (C_f) خطه رسمه دون رفع القلم (0,75)

2- أ) كتابة معادلة لكل من (Δ) و (T).
لدينا: $A(3;5,5)$ و $A'(4;3,5)$ من (Δ) ومنه

www.dzexams.com
Scanné avec CamScanner
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

ج- دراسة اتجاه تغير الدالة g حيث:

$g(x)=f\left(\frac{1}{x}\right)$.

الدالة g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}-\{0;1\}$

$g'(x)=-\frac{1}{x^2}f'\left(\frac{1}{x}\right)$. (0,5)

ومنه:

$f'\left(\frac{1}{x}\right)=0$ تكافئ $\frac{1}{x}=a$ أي $x=\frac{1}{a}$

$f'\left(\frac{1}{x}\right)\geq 0$ تكافئ $a<\frac{1}{x}<1$ أي $\frac{1}{a}>x>1$

$f'\left(\frac{1}{x}\right)<0$ تكافئ $\frac{1}{x}>1$ أي $x<1$

أو $\frac{1}{x}<a$ أي $x>\frac{1}{a}$

(0,75)

x	$-\infty$	0	1	$\frac{1}{a}$	$+\infty$
$f\left(\frac{1}{x}\right)$	$-$	$-$	$+$	0	$-$
$g'(x)$	$+$	$+$	$-$	0	$+$

(جدول)

ومنه: الدالة g متناقصة تماما على المجال:

$]1;\frac{1}{a}]$ (0,25)

ومتزايدة تماما على المجالين: $]0;1[$ و $]-\infty;0[$

و $]\frac{1}{a};+\infty[$.

$a<1$ ~~$\frac{1}{a}>1$~~

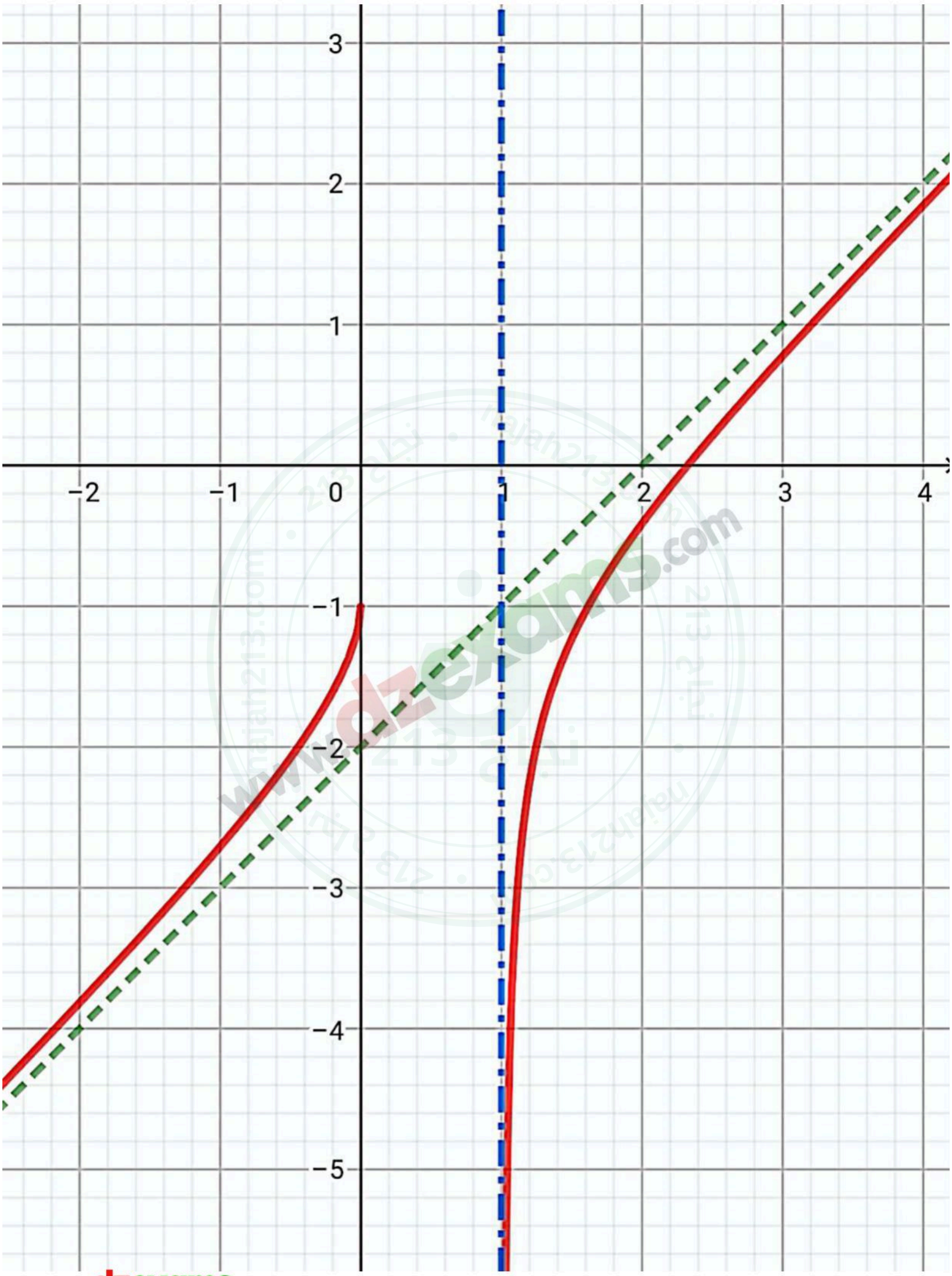
انتهى

www.dzexams.com

Scanné avec CamScanner

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com



www.dzexams.com

Scanné avec CamScanner

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com