najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفـــاع الوطـــني — **السنة الدراسية: 2019/2018**

أركان الجيش الوطني الشعبي — **المستوى: السنة الثالثة ثانوي**

دائرة الاستعمال والتحضير — **الشعبة: رياضيات**

مديرية مدارس أشبال الأمة — **المدة: 04 ساعات و 30 دقيقة**

امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

1) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 4^5-1 و 4^6-1.

2) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=0$ و $u_1=1$ و من اجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+2}=5u_{n+1}-4u_n$$

أ) احسب الحدود: u_2 ، u_3 و u_4.

ب) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=4u_n+1$

ج) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n فان u_n عدد طبيعي، ثم استنتج $PGCD(u_n;u_{n+1})$.

3) لتكن (v_n)متتالية عددية معرفة من اجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n=u_n+\frac{1}{3}$

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

ب) اكتب بدلالة العدد الطبيعي n عبارة v_nثم عبارة u_n.

ج) عين من اجل كل عدد طبيعي n : $PGCD(4^{n+1}-1;4^n-1)$.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$نعتبر سطح الكرة (S)التي معادلة ديكارتية له و المستقيم (D)المعرف بالتمثيل الوسيطي

$$\begin{cases} x=-1+6t \\ y=6-5t \\ z=1-2t \end{cases}$$ حيث tعدد حقيقي.

1) بين أن: $(D)\cap(S)=\varnothing$.

2) أعط تمثيلا ديكارتيا للمستقيم (D) .

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

3) حدد معادلة ديكارتية لكل مستوي من المستويين (P_1) و (P_2) المماسين لسطح الكرة (S) و اللذان يشملان المستقيم (D).

4) احسب إحداثيات النقطتين A و B نقطتا تماس كل من (P_1) و (P_2) مع (S) على التوالي.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

I. المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ لتكن p النقطة ذات اللاحقة $Z_p=10$ و (Γ) الدائرة ذات القطر $[OP]$ نسمي Ω مركز الدائرة (Γ). نعتبر النقط C,B,A التي لاحقاتها على الترتيب $Z_A=5+5i$, $Z_B=1+3i$ و $Z_C=8-4i$.

1) بين أن النقط C,B,A تنتمي إلى الدائرة (Γ) (يطلب إنشاء الشكل).

2) لتكن النقطة D ذات اللاحقة $Z_D=2+2i$. بين ان النقطة D هي المسقط العمودي للنقطة O على المستقيم (BC).

II. من اجل كل نقطة M من المستوي مختلفة عن O ذات اللاحقة z نرفق النقطة M' ذات اللاحقة z'

حيث : $z'=\dfrac{20}{\overline{z}}$ علما أن $\overline{z}$ يرمز إلى مرافق z.

1) بين أن النقط O ، M و M' على استقامة واحدة.

2) لبكن (Δ) المستقيم ذو المعادلة $x=2$ و M نقطة من (Δ) ذات اللاحقة z.

أ) تحقق أن: $z+\overline{z}=4$.

ب) عبر عن $z'+\overline{z'}$ بدلالة z و $\overline{z}$ ، ثم استنتج أن : $5\left(z'+\overline{z'}\right)=z'\overline{z'}$.

ج) استنتج أن M' تنتمي إلى تقاطع المستقيم (OM) و الدائرة (Γ) ثم علم النقطة M' في الشكل .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n نعتبر الدالة العددية f_n للمتغير الحقيقي x و المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$f_n(x)=\dfrac{4e^{nx}}{e^{nx}+7}$. و نرمز بـ : (C_n) إلى المنحنى الممثل للدالة في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

I. دراسة الدالة f_1 المعرفة على بـ : $f_1(x)=\dfrac{4e^x}{e^x+7}$

1) أ) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x فان : $f_1(x)=\dfrac{4}{1+7e^{-x}}$.

ب) احسب نهايتي الدالة f_1 عند $-\infty$ و عند $+\infty$ و فسر هندسيا النتائج المحصل عليها.

2) أ) بين أن الدالة f_1 متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ و شكل جدول تغيراتها.

ب) استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي x فان : $0<f_1(x)<4$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

3)أ) بين أن النقطة I_1 ذات الإحداثيتين $(\ln(7);2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_1).

ب) اكتب معادلة لـــ (T_1) مماس المنحنى (C_1) في النقطة I_1.

ج) أنشئ المماس (T_1) و المنحنى (C_1).

4)احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_1) و المستقيمات التي معادلاتها:

$y=0$ ، $x=1$ و $x=3$.

II. دراسة بعض خواص الدالة : f_n

1) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فان: $f_n(x)=f_1(nx)$ و استنتج اتجاه تغير الدالة f_n.

2) اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فان النقطة $A\left(0;\frac{1}{2}\right)$ تنتمي إلى المنحنى (C_n).

انتهى الموضوع الأول

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

1) أ) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 7 .

ب) ما هو باقي القسمة الاقليدية للعدد $2017^{4n+2}+2\times 2019^{6n+4}$ على 7 .

2) نعتبر المعادلة ذات المجهولين الصحيحين x و y : (E)..... $343x-648y=76$.

أ) بين أن المعادلة (E) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$.

ب) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E).

3) ليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين غير المعدومين x و y حلول المعادلة (E).

أ) ما هي القيم الممكنة للعدد d ؟ .

ب) عين الثنائيات $(x;y)$ من الأعداد الطبيعية بحيث يكون $d=76$.

4) λ عدد طبيعي يكتب $\overline{\beta 1\alpha\beta}$ في نظام التعداد ذي الأساس 7 ، ويكتب $\overline{\alpha 1\alpha\alpha\beta}$ في نظام التعداد ذي الأساس 5.

جد العددين الطبيعيين α و β ، ثم أكتب λ في نظام التعداد ذي الأساس 6 .

التمرين الثاني : (04 نقاط)

يحتوي كيس على أربع كرات بيضاء تحمل الأرقام 0، 1، 1، 2 وأربع كرات حمراء تحمل الأرقام 1، 1، 2، 2 .

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من هذا الكيس.

1) أحسب احتمال الحصول على :

أ) ثلاث كرات من نفس اللون .

ب) ثلاث كرات تحمل نفس الرقم .

ج) ثلاث كرات أرقامها مختلفة مثنى مثنى .

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات المسحوبة التي تحمل الرقم 1 .

أ) عين قانون احتمال المتغير العشوائي X .

ب) أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ والانحراف المعياري $\sigma(X)$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) $P(z)$ كثير الحدود للمتغير المركب z المعرف كما يلي: $P(z)=z^3+\left(2-\sqrt{3}\right)z^2+\left(3-2\sqrt{3}\right)z+6$.

أ) احسب $P(-2)$، ثم عين العددين الحقيقيين α و β بحيث يكون: $P(z)=(z+2)\left(z^2+\alpha z+\beta\right)$.

ب) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $P(z)=0$.

2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$ ، نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب $z_A=1+\sqrt{3}i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_C=-2$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

أ) أكتب كل من الأعداد z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي ، ثم استنتج أن النقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة (C) التي يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

ب) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ حقيقي .

ج) عين ثم أنشئ (Δ) مجموعة النقط ذات اللاحقة حيث: $\bar{z} = ke^{-i\frac{2\pi}{3}}$ عندما k يمسح $\mathbb{R}$.

3) أ) أكتب على الشكل الأسي العدد : $L = \frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$.

ب) استنتج أن A صورة B بتحويل نقطي يطلب تعيين عناصره المميزة .

ج) حدد مع التعليل طبيعة المثلث ABC .

د) عين اللاحقة z_D للنقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \ln\left(e^x + 2e^{-x}\right)$

و (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(0;\vec{i},\vec{j})$

1) أحسب : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) – بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f(x) = x + \ln\left(1+2e^{-2x}\right)$.

– برهن أن المستقيم $(D): y = x$ مقارب مائل لـ (C) ثم أدرس الوضع النسبي لـ (C) و (D) .

4) أثبت أن المستقيم $(T): y = -x + \ln 2$ **(T) : y = −x + ln 2** مقارب مائل لـ (C) ثم أدرس الوضع النسبي لـ (C) و (T) .

5) أرسم (T) و (D) ثم المنحنى (C).

6) (Δ_m) مستقيم معادلته $y = mx + \frac{\ln 2}{2}(1-m)$ حيث m وسيط حقيقي .

أ) بين أن جميع المستقيمات (Δ_m) تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين إحداثياتها .

ب) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = mx + \frac{\ln 2}{2}(1-m)$

7) h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = f(|x|)$

1°) برهن أن الدالة h زوجية

2°) أدرس قابلية اشتقاق الدالة h عند القيمة $x_0 = 0$.

3°) أشرح كيفية رسم المنحنى (Γ) الممثل للدالة h انطلاقا من المنحنى (C) ثم أرسم (Γ).

انتهى الموضوع الثاني

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفـــاع الوطـــني — **السنة الدراسية: 2019/2018**

أركان الجيش الوطني الشعبي — **المستوى: السنة الثالثة ثانوي**

دائرة الاستعمال والتحضير — **الشعبة: رياضيات**

مديرية مدارس أشبال الأمة

امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات

تصحيح الموضوع الأول

عناصـــــــر الإجابـــــة	العلامة المجزأة
التمرين الأول: (04 نقاط)	
1-) حساب : $PGCD\,(4^{5}-1,\ 4^{6}-1)$: باستخدام خوارزمية اقليدس أو بالتحليل : $PGCD\,(4^{5}-4,1\ ^{6}-1)=3$	0.5
2-) –أ) حساب الحدود نجد : $U_2 = 5$ ؛ $U_3 = 21$ و $U_4 = 85$.	0.5
ب-) نتحقق من صحة P(0) : $U_0 = 0$ و $U_1 = 1$ ومنه $U_1 = 4U_0 + 1$ اذن P (0) صحيحة نفرض أن P(n) صحيحة أي $U_{n+1} = 4U_n + 1$ ومنه $U_{n+2} = 4U_n + 1$ أي P(n+1) صحيحة	0.5
ج-) لدينا من أجل $n = 0$ لدينا $U_0 = 0$ و $0 \in \mathbb{N}$ اذن P(0) صحيحة ؛ و بما أن $4 \in \mathbb{N}$ و $U_n \in \mathbb{N}$ فإن : $(4U_n + 1) \in \mathbb{N}$ أي $U_{n+1} \in \mathbb{N}$ اذن P(n+1) صحيحة .	0.5
استنتاج $PGCD(U_n, U_{n+1})$: من العلاقة : $U_{n+1} = 4U_n + 1$ نستنتج أن : $U_{n+1} - 4U_n = 1$ اذن حسب"مبرهنة بيزو Beuzout "فإن العددان : U_n و U_{n+1}أوليان فيما بينهماأي1=($PGCD(U_n, U_{n+1}$	0.5
3-) –أ) لدينا : $V_n = U_n + \frac{1}{3}$ و منه $V_{n+1} = (4U_n + 1) + \frac{1}{3}$ ومنه $V_{n+1} = 4V_n$ اذن (V_n)هي متتالية هندسية أساسها q= 4 وحدها $V_n = \frac{1}{3}$	0.5
-ب) من اجل من أجل كل عدد طبيعي $V_n = \frac{1}{3} \times 4^n$ و منه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n = \frac{1}{3}(4^n - 1)$	0.5
- ج) تعيين $PGCD\,(4^{n+1} - 1\ ,4^n - 1)$: لدينامن الجواب (3-ب) : $U_n = \frac{1}{3}(4^n - 1)$ أي $3U_n = 4^n - 1$ ومنه $3U_{n+1} = 4^{n+1} - 1$ اذن : $PGCD(4^{n+1} - 1\ ,4^n - 1) = PGCD(3U_{n+1}, 3U_n)$ $= 3 \times PGCD(U_{n+1}, U_n)$ اذن : $PGCD(4^{n+1} - 1, 4^n - 1) = 3$	0.5
التمرين الثاني : (04 نقاط)	
1-) –أ) $(S) : (x - 2)^2 + (y + 1)^2 + Z^2 = 9$ اذن (S) سطح كرة مركزها (0, -1 ,2) Ω و نصف قطرها $R = 3$.	0.5

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

ب-)بتعويض التمثيل الوسيطي في معادلة (S) نحصل على المعادلة : $65t^2 - 110t + 50 = 0$ بما أن : $\Delta < 0$ لا يوجد حلول إذن $(S) \cap (D) = \emptyset$	0.5
2-) لدينا : $\frac{x+1}{6} = \frac{6-y}{5} = \frac{1-Z}{2}$ أي $\begin{cases} 5(x+1) = 6(6-y) \\ \text{و} \\ 2(6-y) = 5(1-Z) \end{cases}$ نجد : $(D): \begin{cases} 5x + 6y - 31 = 0 \\ -2y + 5Z + 7 = 0 \end{cases}$	0.5
3-)معادلة المستوي(P_λ)الذي يشمل المستقيم(D)من الشكل: $5x + 6y - 31 + \lambda(-2y + 5Z + 7) = 0$ أي : $(P_\lambda): 5x + (6-2\lambda)y + 5\lambda Z + 7\lambda - 31 = 0$ مع λ وسيط حقيقي	0.5
بحيث : $d(\Omega,(P_\lambda)) = R$ أي : $\frac{\lvert 10-6+2\lambda+7\lambda-31\rvert}{\sqrt{(5)^2+(6-2\lambda)^2+(5\lambda)^2}} = 3$ أي : $9\lvert\lambda-3\rvert = 3\sqrt{29\lambda^2-24\lambda+61}$ أي : $2\lambda^2+3\lambda-2=0$ نجد : $(\lambda_1 = -2$ أو $\lambda_2 = \frac{1}{2})$ اذن : $(P_1) = x+2y-2Z-9=0$ و $(P_2): 2x+2y+Z-11=0$	01
4-) أ- تقاطع (P_1) مع (S) : شعاع ناظمي لـ (P_1) هو $\overrightarrow{n_1}(1,2,-2)$ (Δ) يشمل Ω و يعامد (P_1) أي $\overrightarrow{\Omega M} = \alpha\,\overrightarrow{n_1}$ مع $\alpha \in \mathbb{R}$ أي $\begin{cases} x = \alpha + 2 \\ y = 2\alpha - 1 \\ Z = -2\alpha \end{cases}$ بالتعويض في معادلة (P_1) نحصل على المعادلة : $9\alpha - 9 = 0$ يكافئ $\alpha = 1$ و بالتالي A(3, 1, -2)	0.5
ب- تقاطع (P_2) مع (S) : شعاع ناظمي لـ (P_2) هو $\overrightarrow{n_2}$ (2,2, 1) (Δ') يشمل Ω و يعامد (P_2) أي $\overrightarrow{\Omega M} = k\overrightarrow{n_2}$ مع $k \in \mathbb{R}$ أي $\begin{cases} x = 2k+2 \\ y = 2k-1 \\ Z = k \end{cases}$ بالتعويض في معادلة (P_2) نحصل على المعادلة : $9k - 9 = 0$ يكافئ $k = 1$ و بالتالي B (4, 1 ,1)	0.5
التمرين الثالث : (05 نقاط)	
I) 1-) بما أن $\Omega A = \lvert 5i\rvert = 5$ و $\Omega B = \lvert -4+3i\rvert = 5$ و $\Omega C = \lvert 3-4i\rvert = 5$ اذن النقط A , B و C تنتمي إلى الدائرة (Γ) ذات القطر [O P] .	0.75
* إنشاء الشكل : تمثيل النقط : Ω , A , B و C و الدائرة (Γ)	0.25
2-) لدينا من جهة $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}7\\-7\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{DB}\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}$ اذن $\overrightarrow{BC} = -7\overrightarrow{DB}$ و منه $D \in (BC)$ و من جهة ثانية : $\overrightarrow{OD}.\overrightarrow{BC} = 0$ أي $(OD) \perp (BC)$ نستنتج أن D هي المسقط العمودي للنقطة O على المستقيم (BC)	0.75
II) 1-) نفرض أن M(x , y) نعلم أن $(\overrightarrow{OM},\overrightarrow{OM'}) = arg(\frac{Z'}{Z})$ علما أن $Z' = \frac{20}{\bar{Z}}$ و بالتالي : $arg\left(\frac{Z'}{Z}\right) = arg\left(\frac{20}{Z\bar{Z}}\right)$	0.25

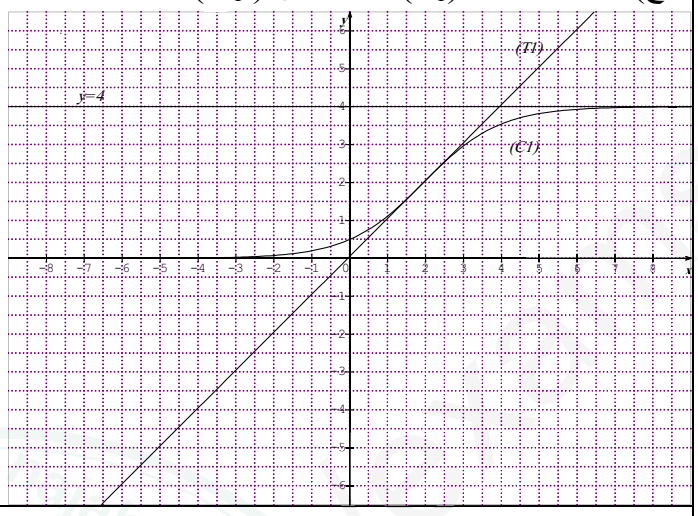
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

حيث : $Z\overline{Z'} = x^2 + y^2$ أي $Z\overline{Z} \in \mathbb{R}_*^+$ و بالتالي $\frac{20}{Z\overline{Z}} \in \mathbb{R}_*^+$ اذن $arg\left(\frac{Z'}{Z}\right) = 2k\pi$ مع k عدد صحيح و هذا يعني أن النقط : O , M , M ' على استقامة واحدة	0.75
2-)-أ) بما أن $M \in (\Delta)$ فإن : $Z = 2 + iy$ ومنه $\overline{Z} = 2 - iy$ بالجمع نجد : $Z + \overline{Z} = 4$	0.25
ـب) لدينا : $Z' + \overline{Z'} = \frac{20}{\overline{Z}} + \frac{20}{Z} = \frac{20Z+20\overline{Z}}{Z\overline{Z}} = \frac{20(Z+\overline{Z})}{Z\overline{Z}} = \frac{80}{Z\overline{Z}}$	0.5
*) حسب الجواب السابق : $5(Z' + \overline{Z'}) = 5\left(\frac{80}{Z\overline{Z}}\right) = \frac{400}{Z\times\overline{Z}} = \frac{20}{Z} \times \frac{20}{\overline{Z}}$ اذن $5(Z' + \overline{Z}) = Z' \times \overline{Z'}$	0.5
ـج) من جهة حسب الجواب II – 1) النقط O , M و M ' في استقامية و منه $M' \in (OM)$ من جهة ثانية : $\Omega M' = \lvert Z' - 5\rvert$ (علما أن $Z \times \overline{Z} = \lvert Z\rvert^2$. و بالتالي $\Omega M'^2 = (Z' - 5)(\overline{Z' - 5})$ أي $\Omega M'^2 = Z'\overline{Z'} - 5(Z' + \overline{Z'}) + 25$ و بما أن $Z' + \overline{Z'} = 4$ و $Z' \times \overline{Z'} = 5(Z' + \overline{Z'})$ نحصل على : $\Omega M'^2 = 25$ أي $\Omega M' = 5$ و منه $M' \in (\Gamma)$. و بالتالي M ' تنتمي إلى تقاطع المستقيم (OM) و الدائرة (Γ) .	01

التمرين الرابع : (07 نقاط)	العلامة المجزأة
I) 1-) ـأ) التحقق من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f_1(x) = \frac{4e^x}{e^x(1+\frac{7}{e^x})}$. و هو المطلوب : $= \frac{4}{1+7e^{-x}}$	0.25
ـب) النهايات : $\lim\limits_{x\to+\infty} f_1(x) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{4}{1+7e^{-x}}\right) = 4$ $\lim\limits_{x\to-\infty} f_1(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{4e^x}{(e^x+7)} = 0$	0.5
التفسير الهندسي : المنحنى ($\mathcal{C}_1$) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما في جوار $-\infty$ معادلته $y = 0$ (منطبق على محور الفواصل) و الآخر معادلته $y = 4$ (موازي لحامل محور الفواصل) في جوار $+\infty$.	0.5
2-) ـأ) الدالة f_1 قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ بحيث : من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f_1'(x) = \frac{28e^x}{(e^x+7)^2}$.	0.5
إتجاه التغيير : من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن $f_1'(x) > 0$ و بالتالي الدالة f_1 متزايدة تماما على $\mathbb{R}$.	0.5
ـب) بما أن الدالة f_1 مستمرة و متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ و حسب الجواب 1-ب) فإن صورة المجال $\mathbb{R}$ بالدالة f_1 هو المجال] 0 , 4 [إذن من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $0 < f_1(x) < 4$.	0.5
3-) ـأ) نضع $\begin{cases} a = \ln 7 \\ b = 2 \end{cases}$ أي $\begin{cases} 2a = 2\ln 7 \\ 2b = 4 \end{cases}$ و ؛ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن : $(2\ln 7 - x) \in \mathbb{R}$ و $f_1(2\ln 7 - x) = \frac{4e^{2\ln 7 - x}}{e^{2\ln 7 - x}+7} = \frac{28}{7+e^x}$ بالجمع نجد : $f_1(2\ln 7 - x) + f_1(x) = \frac{28}{7+e^x} + \frac{4e^x}{7+e^x} = 4$ أي $f_1(2a - x) + f_1(x) = 2b$ و هذا يعني أن النقطة $I_1(\ln 7 , 2)$ هي مركز تناظر للمنحنى ($\mathcal{C}_1$) .	0.75

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

0.25	ـب) معادلة المماس (T_1) : $(T_1) : \ y = f_1'(\ln 7)(x - \ln 7) + f_1(\ln 7)$ نجد : $(T_1): y = x - \ln 7 + 2$
0.75	ـج) انشاء المماس (T_1) و المنحنى ($\mathcal{C}_1$) 
0.5	4-) حساب المساحة $\mathcal{A}$: الدالة f مستمرة و موجبة على المجال [1,3] إذن : $\mathcal{A} = \int_1^3 f_1(x)dx = 4\int_1^3 \frac{e^x}{e^x+7}dx = [4\ln(e^x+7)]_1^3$ Ua
0.5	أي : $\mathcal{A} = 4\ln(e^3+7) - 4\ln(e^1+7)$ Ua أو $\mathcal{A} = 4\ln\left(\frac{e^3+7}{e^1+7}\right)$ Ua .
0.5	الجزء II) 1-) من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f_n(x) = \frac{4e^x}{e^{nx}+7}$ و لدينا من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f_1(x) = \frac{4e^x}{e^x+7}$. و من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $f_1(nx) = \frac{4e^{nx}}{e^{nx}+7}$. أي : $f_1(nx) = f_n(x)$
0.5	* اتجاه تغير الدالة f_n : بما أن $f_n(x) = f_1(nx)$ و يوضع $U(x) = nx$ حيث($n \in \mathbb{N}^*$ أي $n > 0$) فإن $f_n = f_1 \circ U$ و بما أن الدالة U متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ فإن الدالة المركبة f_n متزايدة تماما على $\mathbb{R}$.
0.5	2-) من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم و من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f_n(0) = \frac{4e^0}{e^0+7} = \frac{4}{1+7} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ و بالتالي النقطة $A\left(0, \frac{1}{2}\right)$ تنتمي إلى ($\mathcal{C}_n$)

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفـــاع الوطـــني — **السنة الدراسية: 2019/2018**

أركان الجيش الوطني الشعبي — **المستوى: السنة الثالثة ثانوي**

دائرة الاستعمال والتحضير — **الشعبة: الرياضيات**

مديرية مدارس أشبال الأمة

امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات

تصحيح الموضوع الثاني

محاور الموضوع	عناصـــر الإجـــابة	العلامـــة مجزأة	العلامـــة كاملة
التمرين الأول	1)أ) بواقي قسمة 3^n على 7 . $n=$ | $6k$ | $6k+1$ | $6k+2$ | $6k+3$ | $6k+4$ | $6k+5$ $3^n\equiv$ | 1 | 3 | 2 | 6 | 4 | 5	0.5 ن	04 ن
	ب) $2019\equiv 3[7]$ ومنه $2019^{6n+4}\equiv 4[7]$ $2017\equiv 1[7]$ ومنه $2017^{4n+2}\equiv 1[7]$ إذن $2\times 2019^{6n+4}+2017^{4n+2}\equiv 2[7]$.	0.5 ن	
	2) أ) $PGCD(343;648)=1$ و 1 يقسم 76 ومنه المعادلة (E) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$.	0.25 ن	
	ب) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) . $(x;y)=(648k+4;343k+2)$ حيث $k\in\mathbb{Z}$.	0.75 ن	
	3) ليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين غير المعدومين x و y حلول المعادلة (E) . أ) d يقسم x و d يقسم y ومنه d يقسم $343x-648y$ أي d يقسم 76 ومنه $d\in\{1;2;4;19;38;76\}$.	0.5 ن	
	ب) $d=76$ معناه $\begin{cases}648k+4\equiv 0[76]\\343k+2\equiv 0[76]\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}40k+4\equiv 0[76]\\39k+2\equiv 0[76]\end{cases}$ و منه $k\equiv 74[76]$ أي $k=76\alpha+74$ مع $\alpha\in\mathbb{N}$. ومنه $(x;y)=(49248\alpha+47956;26068\alpha+25384)$ مع $\alpha\in\mathbb{N}$.	0.5 ن	
	4) $\begin{cases}\lambda=\beta\times 7^3+7^2+\alpha\times 7+\beta\\\lambda=\alpha\times 5^4+5^3+\alpha\times 5^2+\alpha\times 5+\beta\\0<\alpha<5\\0<\beta<5\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}\lambda=344\beta+7\alpha+49\\\lambda=655\alpha+\beta+125\\0<\alpha<5\\0<\beta<5\end{cases}$		

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين الثاني	أي $\begin{cases}343\beta-648\alpha=76\\0<\alpha<5\\0<\beta<5\end{cases}$ ومنه $(\alpha;\beta)=(2;4)$.	0.75 ن 0.25 ن	04 ن
	كتابة λ في نظام التعداد ذي الأساس 6 : $\lambda=1439=\overline{01355}^{6}$.		
	يحتوي كيس على أربع كرات بيضاء تحمل الأرقام 0، 1، 1، 2 وأربع كرات حمراء تحمل الأرقام 1، 1، 2، 2 . نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من هذا الكيس. 1) عدد إمكانيات السحب: $C_8^3=56$. أ) احتمال الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون: $\frac{C_4^3+C_4^3}{56}=\frac{8}{56}=\frac{1}{7}$. ب) احتمال الحصول على ثلاث كرات تحمل نفس الرقم : $\frac{C_4^3+C_3^3}{56}=\frac{5}{56}$. ج)احتمال الحصول على ثلاث كرات أرقامها مختلفة مثنى مثنى: $\frac{C_1^1\times C_4^1\times C_3^1}{56}=\frac{12}{56}=\frac{3}{14}$. 2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات المسحوبة التي تحمل الرقم 1 . أ) قانون احتمال المتغير العشوائي X :	0.25 ن 0.25 ن 0.25 ن 0.25 ن	

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{4}{56}$	$\frac{24}{56}$	$\frac{24}{56}$	$\frac{4}{56}$

	ب) الأمل الرياضي: $E(X)=\sum_{i=1}^{4}x_iP_i=\frac{0+24+48+12}{56}=\frac{84}{56}=1,5$ التباين: $V(X)=\sum_{i=1}^{4}x_i^2P_i-E^2(X)=\frac{0+24+96+36}{56}-(1,5)^2=0,54$. الانحراف المعياري: $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=0,73$.	02 ن 0.5 ن 0.25 ن 0.25 ن	
التمرين الثالث	1) $P(z)=z^3+\left(2-\sqrt{3}\right)z^2+\left(3-2\sqrt{3}\right)z+6$. أ) $P(-2)=0$. $P(z)=(z+2)\left(z^2-\sqrt{3}z+3\right)$. ب) $P(z)=0$ تكافئ $(z+2=0)$ أو $\left(z^2-\sqrt{3}z+3=0\right)$. $z+2=0$ يكافئ $z=-2$. $z^2-\sqrt{3}z+3=0$ $\Delta=-9=(3i)^2$ ، $z_1=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{3}{2}i$ و $z_2=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{2}i$.	0.25 ن 0.5 ن	05 ن

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

	مجموعة الحلول: $S=\left\{-2;\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{3}{2}i;\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{2}i\right\}$	0.5 ن	
	2) $z_A=1+\sqrt{3}i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_C=-2$.		
	أ) كتابة كل من الأعداد z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي:	0.75 ن	
	$z_A=2e^{i\frac{\pi}{3}}$ ، $z_B=2e^{-i\frac{\pi}{3}}$ و $z_C=2e^{\pi i}$.		
	الاستنتاج: لدينا $\lvert z_A\rvert=\lvert z_B\rvert=\lvert z_B\rvert=2$ أي $OA=OB=OC=2$ ومنه النقط A ، B و C تنتمي إلى الدائرة (C) التي مركزها O ونصف قطرها 2 .	0.25 ن	
	ب) $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n\in\mathbb{R}$ معناه $e^{2in\frac{\pi}{3}}\in\mathbb{R}$ ومنه $2n\frac{\pi}{3}=k\pi$ و منه $2n=3k$ ونجد $n=3k'$ حيث $k'\in\mathbb{N}$.	0.5 ن	
	ج) $\overline{z}=ke^{-i\frac{2\pi}{3}}$ معناه $z=ke^{i\frac{2\pi}{3}}$ ومنه $\arg z=\frac{2\pi}{3}+2k\pi$ ومنه $\left(\vec{u};\overrightarrow{OM}\right)=\frac{2\pi}{3}+2k\pi$ و منه (Δ) هو نصف المستقيم $[OE)$ باستثناء النقطة O حيث $z_E=-1+i\sqrt{3}$.	0.5 ن	
	3)أ) كتابة على الشكل الأسي العدد : $L=\frac{z_A-z_C}{z_B-z_C}$: $L=\frac{3+i\sqrt{3}}{3-i\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{6}}}{2\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{6}}}=e^{i\frac{\pi}{3}}$	0.5 ن	
	ب) لدينا $z_A-z_C=e^{i\frac{\pi}{3}}(z_B-z_C)$ ومنه A صورة B بالدوران الذي مركزه C وزاويته $\frac{\pi}{3}$	0.25 ن	
	ج) طبيعة المثلث ABC : لدينا $\begin{cases}CB=CA\\(\overrightarrow{CB};\overrightarrow{CA})\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]\end{cases}$ ومنه ABC متقايس الأضلاع .	0.5 ن	
	د) $ABCD$ متوازي أضلاع معناه $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ أي $z_D-z_A=z_C-z_B$ ومنه $z_D=z_C-z_B+z_A$ أي $z_D=-2+2i\sqrt{3}$.	0.5 ن	
التمرين الرابع	$f(x)=\ln\left(e^x+2e^{-x}\right)$	07 ن	
	1) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$	0.5 ن	
	$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$.	0.5 ن	
	2) $f'(x)=\frac{e^{-x}\left(e^{2x}-2\right)}{e^x+2e^{-x}}$	0.5 ن	

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

جدول التغيرات .

x	$-\infty$		$\frac{\ln 2}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$\ln\left(2\sqrt{2}\right)$	↗	$+\infty$

0.5 ن

$f(x)=x+\ln\left(1+2e^{-2x}\right)$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-x=\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(1+2e^{-2x}\right)=0$

0.5 ن

$(D):y=x$ مقارب مائل لـ B

0.25 ن

$f(x)-x=\ln\left(1+2e^{-2x}\right)\rangle 0,1+2e^{-2x}\rangle 1$

0.25 ن

B أعلى من (D)

(4

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)-(-x+\ln 2)=\lim\limits_{x\to-\infty}\ln\left(2+e^{2x}\right)=0$

0.25 ن

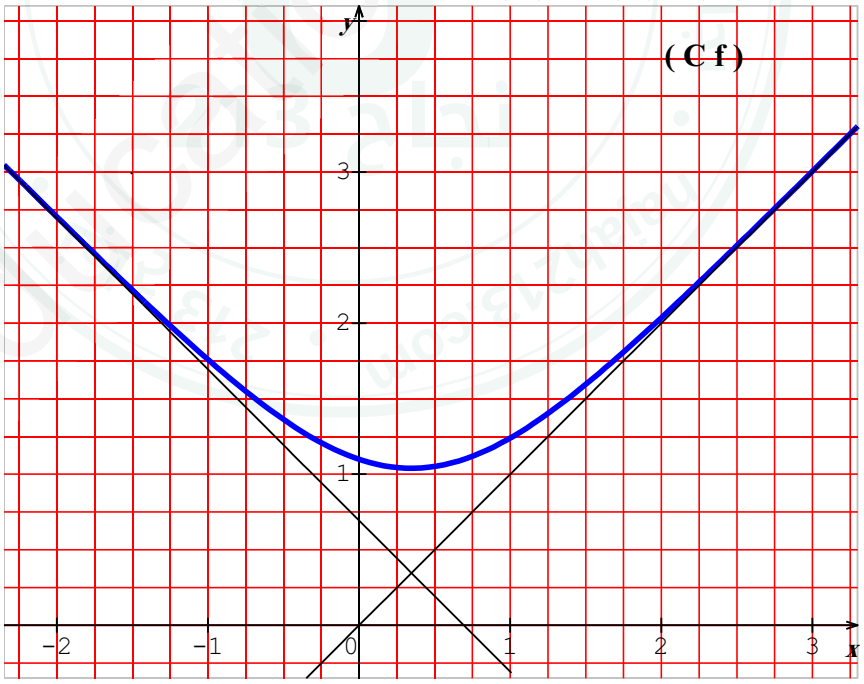
$(T):y=-x+\ln 2$ مقارب مائل لـ B

$f(x)-(-x+\ln 2)=\ln\left(2+e^{2x}\right)\rangle 0,2+e^{2x}\rangle 0$

0.25 ن

B أعلى من (T)

5) رسم (D) (T) ثم (C).



01 ن

(6

$(\Delta_m)\ \ y=mx+\frac{\ln 2}{2}(1-m)$

أ) النقطة الثابته $\left(\frac{\ln 2}{2},\frac{\ln 2}{2}\right)$

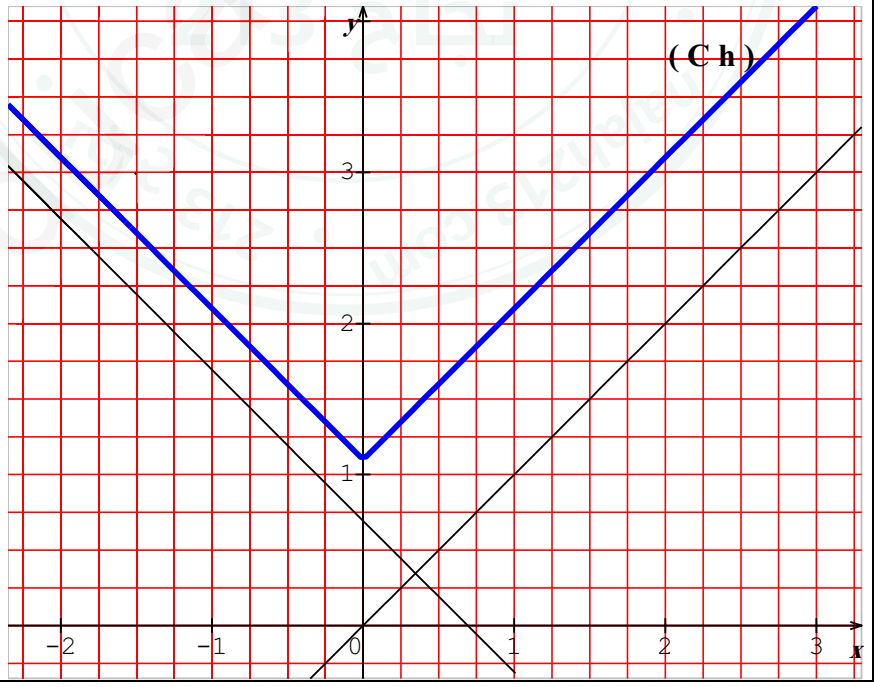
0.5 ن

ب) $f(x)=mx+\frac{\ln 2}{2}(1-m)$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

	01 ن	* $m \in \left]-\infty;1-\frac{2\ln 3}{\ln 2}\right[$ حل موجب * $m=1-\frac{2\ln 3}{\ln 2}$ حل معدوم * $m \in \left]1-\frac{2\ln 3}{\ln 2};-1\right[$ حل سالب * $m \in [-1,1]$ لا توجد حلول * $m \in]1;+\infty[$ حل موجب	
	0.5 ن	7) h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=f(\lvert x\rvert)$ 1°) من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ فإن $-x \in \mathbb{R}$ و $h(-x)=h(x)$ 2°) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim\limits_{x \to 0} \frac{x+\ln\left(1+2e^{-2x}\right)-\ln 3}{x-0} = \lim\limits_{x \to 0} \frac{x+\ln\left(1+2e^{-2x}\right)}{x-0}$ $= \lim\limits_{x \to 0} 1+\frac{\ln\left[1+\left(\frac{-2}{3}+\frac{2}{3}e^{-2x}\right)\right]}{\left(\frac{-2}{3}+\frac{2}{3}e^{-2x}\right)} \cdot \frac{\left(\frac{-2}{3}+\frac{2}{3}e^{-2x}\right)}{x} = \frac{-1}{3}$	
	0.5 ن	$\lim\limits_{x \to 0} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \frac{1}{3}$ الدالة h غير قابلة للاشتقاق عند القيمة $x_0=0$.	
	0.5 ن	3°) $x \in [0,+\infty[$ $h(x)=f(x)$ المنحنى (Γ) ينطبق على (C) $x \in]-\infty,0]$ المنحنى (Γ) نظير (C) بالنسبة إلى (yy')	



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com