najah213.com · نجاح 213

السنة الدراسية 2021 ـ 2022

تقويم تشخيصي

المستوى : سنة ثالثة الشعب العلمية — المادّة : رياضيات

نص التمرين :

I ـ a و b عددين حقيقيين ، f دالة معرفة على $\mathbb{R}/\{1\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+1}{x-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ ، وحدة الطول $2cm$.

⊡ عين a و b حتى تكون $f(-1)=0$ قيمة حدية لـ f .

II ـ نضع فيما يلي : $a=1$ و $b=2$.

❶ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

❷ أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}} f(x)$ ثم فسر النتائج هندسيا .

❸ ادرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

❹ أثبت أنّ (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) يُطلب تعيين معادلة له ، ثم ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

❺ جد إحداثيي Ω نقطة تقاطع (Δ) مع المستقيم المقارب العمودي .

❻ أثبت أنّ Ω هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

❼ أثبت أنّ لايوجد أي مماس للمنحنى (C_f) يشمل Ω .

❽ أرسم (C_f) ، المستقيمان المقاربان و المماس (T) .

❾ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x)=m$.

✿ بالتوفيق في شهادة البكالوريا ✿

2022

MathSerkhad
www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

السنة الدراسية 2021 ـ 2022

تصحيح التقويم التشخيصي

المستوى : سنة ثالثة الشعب العلمية — المادّة : رياضيات

I ـ ⊡ تعيين a و b حتى تكون $f(-1)=0$ قيمة حدية لـ f :

◄ $f(-1)=0$ معناه $\dfrac{a(-1)^2+b(-1)+1}{(-1)-1}=0$ ومنه : $a-b=-1 \ldots (1)$.

◄ $f(-1)=0$ قيمة حدية لـ f معناه $f'(-1)=0$ أي : $\dfrac{a(-1)^2-2a(-1)-b-1}{((-1)-1)^2}=0$ ومنه :

$3a-b=-1 \ldots (2)$ وعليه حل الجملة $\begin{cases} a-b=-1 \ldots (1) \\ 3a-b=1 \ldots (2) \end{cases}$ هو $(a,b)=(1,2)$.

II ـ $a=1$ و $b=2$ تعني : $f(x)=\dfrac{x^2+2x+1}{x-1}$

❶ حساب : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^2}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty} x=+\infty \\ \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{x^2}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty} x=-\infty \end{cases}$$

❷ حساب $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}} f(x)$ مع تفسير النتائج هندسيا :

$$\begin{cases} \lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}} f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}} \frac{4}{0^-}=-\infty \\ \lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}} f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ <}} \frac{4}{0^-}=-\infty \end{cases}$$

◄ لدينا :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$x-1$	$-$	0	$+$

◄ التفسير الهندسي : (C_f) يقبل مستقيمًا مقاربًا عموديًّا معادلته $x=1$.

❸ دراسة تغيرات الدالة f و تشكيل جدول تغيراتها :

◄ لدينا : $f'(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$ ، بما أنّ $(x-1)^2>0$ فإشارة $f'(x)$ من إشارة x^2-2x-3 .

◄ $x^2-2x-3=0$ معناه $x\in\{-1;3\}$.

◄ جدول التغيرات :

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
$f'(x)$		$+$ 0 $-$		$-$ 0 $+$	
f	$-\infty$	↗ 0	↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ 8	↗ $+\infty$

❹ الإثبات مع دراسة الوضع النسبي :

MathSerkhad
www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

◄ لدينا : $(\Delta): y = a'x + b'$ حيث :

$$\begin{cases} a' = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{x^2+2x+1}{x^2-x} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{x^2}{x^2} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} 1 = 1 \\ b' = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \left[f(x) - a'x\right] = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \left[\frac{x^2+2x+1}{x-1} - x\right] = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \left[\frac{3x+1}{x-1}\right] = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{3x}{x} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} 3 = 3 \end{cases}$$

◄ إذًا : $(\Delta): y = x + 3$ ، لندرس الآن الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ) :

◄ لدينا : $f(x) - y = \frac{4}{x-1} \neq 0$ ومنه :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)-y$		$-$	$+$
الوضع النسبي		(C_f) تحت (Δ)	(C_f) فوق (Δ)

❺ إحداثيي Ω :

◄ بتعويض $x = 1$ في معادلة (Δ) نجد $y = 1 + 3 = 4$ ومنه $\Omega(1;4)$.

❻ لنثبت أنّ Ω هي مركز تناظر لـ (C_f) :

◄ نشير أوّلًا أنّه من أجل كل $x \in \mathbb{R}/\{1\}$: فإن $2 - x \in \mathbb{R}/\{1\}$ ومنه :

$$\begin{aligned} f(2-x) + f(x) &= \frac{(2-x)^2 + 2(2-x) + 1}{2-x-1} + \frac{x^2+2x+1}{x-1} \\ &= -\frac{x^2-6x+9}{x-1} + \frac{x^2+2x+1}{x-1} \\ &= \frac{-x^2+6x-9+x^2+2x+1}{x-1} \\ &= \frac{8(x-1)}{x-1} \\ &= 2(4) \end{aligned}$$

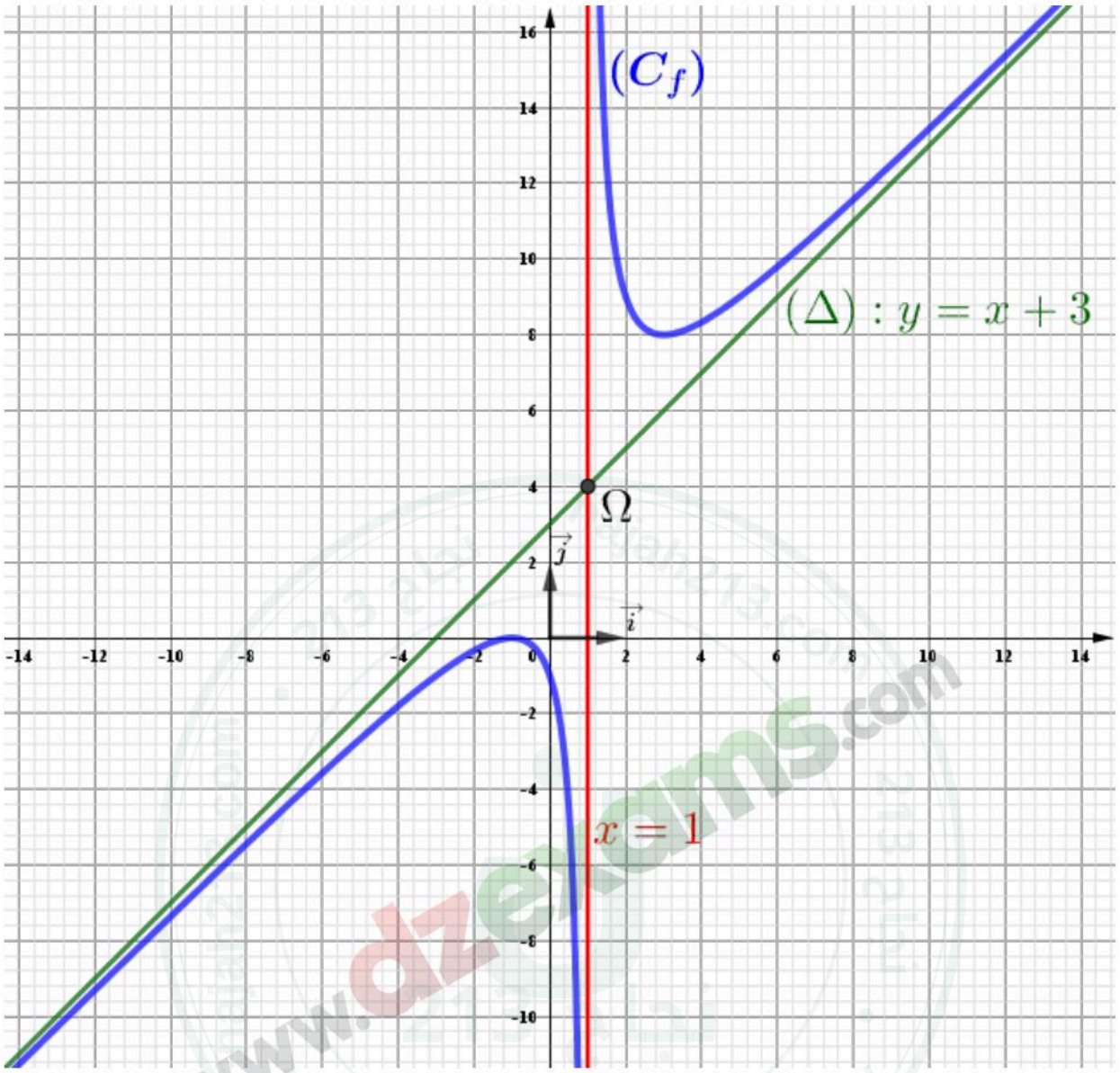
❼ لنثبت أنّه لا يوجد أي مماس لـ (C_f) يشمل Ω :

◄ إذا وجد مماس لـ (C_f) يشمل Ω فإنّه يوجد $x_0 \in \mathbb{R}/\{1\}$ يحقق $f'(x_0)(1-x_0) + f(x_0) = 4$ يكافئ $\frac{x_0^2-2x_0+3}{(x_0-1)^2}(1-x_0) + \frac{x_0^2+2x_0+1}{x_0-1} = 4$ يكافئ $\frac{4x_0-2}{x_0-1} = 4$ يكافئ $-2 = -4$ وهذا تناقض وعليه لايوجد أي مماس لـ (C_f) يشمل Ω .

❽ الرسم :

MathSerkhad www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213



❷ المناقشة :

◄ مجموعة حلول المعادلة $f(x) = m$ هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم $y = m$:

- $m \in]-\infty; -1[$ للمعادلة حلين مختلفي الإشارة .
- $m = -1$ للمعادلة حلين أحدهما سالب والآخر معدوم .
- $m \in]-1; 0[$ للمعادلة حلين سالبين .
- $m = 0$ للمعادلة حل سالب .
- $m \in]0; 8[$ ليس للمعادلة أية حلول .
- $m = 8$ للمعادلة حل موجب .
- $m \in]8; +\infty[$ للمعادلة حلين موجبين .

✿ بالتوفيق في شهادة البكالوريا ✿

2022

MathSerkhad
www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com