najah213.com · نجاح 213



الخليل للرياضيات

مجلة الإحتمالات

الأستاذ: قويسم الخليل



- ملخص شامل للوحدة
- تمارين متنوعة محلولة

للسنة ثانية ثانوي الشعب العلمية

آخر تحديث: [15 جانفي 2023]

/alkhalil.math

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

١:

مُلخص شامل لوِحدة الاحتمالات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com · نجاح 213

مصطلحات وتعاريف

- **التجربة العشوائية:** هي كل تجربة لا يمكن توقع نتيجتها رغم معرفة مجموعة النتائج الممكنة
- **مجموعة الإمكانيات Ω:** هي مجموعة الإمكانيات في تجربة عشوائية ولها تسميات أخرى مثل (الحادثة الأكيدة، المجموعة الشاملة، مجموعة المخارج)
- **الحادثة:** هي جزء من المجموعة Ω
  - **الحادثة الأولية (البسيطة):** تحتوي على عنصر وحيد
  - **الحادثة الأكيدة:** هي الحادثة التي تحتوي على جميع عناصر Ω
  - **الحادثة المستحيلة $\emptyset$:** هي المجموعة الخالية
  - **الحادثة العكسية $\overline{A}$:** هي الحادثة التي تحوي جميع عناصر Ω ما عدا عناصر المجموعة A

قانون الاحتمال

- **احتمال حادثة:** $P(A)$ هو احتمال الحصول الحادثة A حيث:

$$\begin{cases} P(A) = \dfrac{Card(A)}{Card(\Omega)} \\ 0 \leq P(A) \leq 1 \end{cases}$$

  - $Card(A)$ هو عدد عناصر المجموعة A
  - $Card(\Omega)$ هو عدد عناصر المجموعة Ω
  - $P_1 + P_2 + \cdots + P_n = 1$ أي: $\sum_{i=1}^{n} P_i = 1$
  - احتمال الحادثة الأكيدة هو 1 أي $P(\Omega) = 1$
  - احتمال الحادثة المستحيلة هو 0 أي $P(\emptyset) = 0$

خواص الاحتمال

- لتكن A و B حادثتان من Ω:
  - $A \cup B$: هي العناصر المشتركة وغير المشتركة بين A و B
  - $A \cap B$: هي العناصر المشتركة بين A و B (بدون تكرار)
  - A و B غير متلائمتين معناه $A \cap B = \emptyset$
  - A و B حادثتان مستقلتان معناه $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$
  - إذا كان $A \cap \overline{A} = \emptyset$ و $A \cup \overline{A} = \Omega$ فإنّ $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
  - إذا كانت A و B حادثتين كيفيتين فإنّ: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
  - إذا كان $A \subset B$ فإنّ $P(A) \leq P(B)$

تساوي الاحتمال

- **تجربة متساوية الإحتمال:** هي تجربة عشوائية حيث كل الحوادث لها نفس الاحتمال
- **مصطلحات تساوي الإحتمال:** "زهرة نرد غير مزيفة" ، "قطعة نقود غير مزيفة" ، "كريات لا نفرق بينها عند اللمس"

الخليل للرياضيات
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

ملاحظة مهمة: لا تكفي هذه المصطلحات لاعتبار تساوي الاحتمال بل يتعلق بالسؤال المطروح أيضا.

المتغير العشوائي X

المتغير العشوائي X:

هو دالة معرفة على I حيث $I = \{x_1; x_2; \dots; x_n\}$ والتي ترفق بكل قيمة x_i العدد الحقيقي الموجب $P(X = x_i)$، ونعرفه بالجدول التالي:

x_i	x_1	x_2	...	x_n
$P(X = x_i)$	P_1	P_2	...	P_n

الأمل الرياضياتي $E(X)$

$$E(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i P_i$$

التباين $V(X)$

$$V(x) = \sum_{i=1}^{n} (x_i)^2 P_i - \big(E(X)\big)^2 = \sum_{i=1}^{n} P_i \big(x_i - E(X)\big)^2$$

الانحراف المعياري $\sigma(X)$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(x)}$$

{هذا من فضل ربي}

♥ زكاة العلم نشره ♥

الأستاذ: قويسم الخليل

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

2.

التمارين

najah213.com • نجاح 213

najah213.com · نجاح 213

التمرين 01

عيّن التجارب متساوية الاحتمال من بين التجارب العشوائية التالية:

1. رمي زهرة نرد حقيقية مرتين
2. رمي قطعة نقدية غير متوازنة ثلاث مرات متتالية
3. سحب في آن واحد كرتين من كيس يحوي 4 كرويات لا نميز بينها باللمس (كريتان لونهما أبيض وكرية سوداء وكرية زرقاء)
4. رمي قطعة نقدية متوازنة ونسجل النتيجة:
   P: ظهر، F: وجه
5. رمي قطعة نقدية مزيفة

التمرين 02

نرمي زهرة نرد متوازنة، أوجهها مرقمة من 1 إلى 6

1. عين مجموعة الإمكانيات Ω
2. عين الحوادث التالية واحسب احتمالها:
   A: "الحصول على رقم فردي"
   B: "الحصول على رقم أولي"
   C: "الحصول على رقم أكبر تماما من 3"
   D: "الحصول على رقم أكبر تماما من 7"
   E: "الحصول على رقم أصغر من أو يساوي 6"
3. كيف نسمي الحدثين D و E؟
4. احسب $P(B \cup C)$، $P(A \cap C)$ و $P(\overline{A})$

التمرين 03

يحتوي كيس 15 كرية مرقمة من 1 إلى 15، نسحب عشوائيا كرية احدة ونسجل رقمها.

1. عيّن المجموعة الشاملة
2. عيّن الحادثة A: "الحصول على رقم مضاعف للعدد 5"
3. عيّن الحادثة B: "الحصول على رقم مضاعف للعدد 3"
4. عيّن الحوادث التالية: $A \cap B$، $\overline{A}$ و $\overline{B}$، ثم استنتج الحادثتين $\overline{A} \cap \overline{B}$ و $\overline{A \cap B}$

التمرين 04

لتكن A، B و C ثلاث حوادث من المجموعة Ω حيث:

$$P(A) = 0.3$$
$$P(B) = 0.4$$
$$P(C) = 0.7$$
$$P(A \cap B) = 0.2$$
$$P(A \cup B) = 0.7$$
$$P(B \cup C) = 0.7$$
$$P(A \cap C) = 0.2$$

- احسب $P(B \cap C)$ و $P(A \cup C)$

التمرين 05

لتكن A و B حادثتين حيث:

$$P(A) = 0.45$$
$$P(B) = 0.37$$
$$P(A \cup B) = 0.82$$

- اثبت أنّ A و B غير متلائمتين

التمرين 06

زهرة نرد وجوهها مرقمة من 1 إلى 6، احتمال ظهور الأوجه الستة يحقق العلاقة:

$$P(1) = P(2) = 2P(3) = 3P(4) = P(5) = P(6)$$

- احسب احتمال ظهور كل وجه.

التمرين 07

نظم خمس لاعبين A، B، C، D و E منافسة في لعبة الشطرنج، نفرض أنّ اللاعبين A، B و C لهم نفس الاحتمال للربح واللاعبين D و E لهما نفس الاحتمال للربح، وأنّ اللاعب A له مرتين حظوظ الربح بالنسبة للاعب D

1. احسب احتمال الربح لكل لاعب
2. احسب احتمال الربح لـ D أو E
3. ما احتمال ربح A أو B أو C
4. ما احتمال ألا يربح B

الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين 08

تكتب التلميذة "عهد" الحروف A، D، H في قصصات ورقية صغيرة ثم تضعها في كيس، تسحب عشوائيا بدون ارجاع حرف وتضعه في الجدول الآتي

الثالث	الثاني	الأول

1. عيّن مجموعة الإمكانيات التي يمكن أن تتحصل عليها هذه التلميذة
2. • احسب احتمال أن تكتب "عهد" اسمها هكذا AHD

التمرين 09

نرمي زهرة نرد حيث وجه واحد يحمل الرقم 1، وجهان يحملان الرقم 2، ثلاثة أوجه تحمل الرقم 3

1. هل هناك تساوي احتمال؟
2. عين مجموعة الإمكانيات التي من أجلها تساوي احتمال

التمرين 10

الجدول الآتي يعرف قانون احتمال متغير عشوائي X:

x_i	-2	-1	α	3
$P(X=x_i)$	0.12	0.5	β	0.3

• عيّن قيمة α و β حتى يكون الأمل الرياضياتي مساويا لـ 0.44

التمرين 11

الجدول التالي يمثل نتائج امتحان لتلاميذ مؤسسة ما حسب صفتهم داخلي أو خارجي

	خارجي	داخلي
ناجح	195	212
راسب	43	80

1. نختار عشوائيا تلميذ من هاته المؤسسة، ما احتمال أن يكون:

أ) داخلي وناجح؟

ب) خارجي؟

ج) راسب؟

2. نختار عشوائيا تلميذا داخليا، ما احتمال أن يكون ناجحا؟
3. نختار عشوائيا تلميذا راسبا، ما احتمال أن يكون خارجيا؟

التمرين 12

يحتوي كيس على 3 قريصات بيضاء و 5 قريصات سوداء، نسحب قريصتين من الكيس على التوالي بحيث نعيد إلى الكيس القريصة المسحوبة قبل سحب القريصة الثانية.

1. مثل النتائج بمخطط (شجرة الاحتمالات)
2. ما احتمال الحصول على نفس اللون؟
3. أعد نفس الأسئلة السابقة ومع اعتبار أننا لا نعيد القريصة الأولى قبل السحب الثاني.

التمرين 13

يحتوي صندوق 7 كرات منها ثلاث كرات سوداء مرقمة 1، 2، 3 وأربع كرات حمراء مرقمة 1، 2، 3، 4، نسحب عشوائيا كرة من الصندوق

احسب احتمال الحوادث الآتية:

• A: "الكرة المسحوبة سوداء"

• B: "الكرة المسحوبة حمراء"

• C: "الكرة المسحوبة تحمل رقما فرديا"

التمرين 14

A و B حادثتان حيث:

$$P(\overline{A}) = 0.44$$
$$P(\overline{B}) = 0.63$$
$$P(\overline{A \cup B}) = 0.52$$

• احسب $P(A \cap B)$

الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين 15

نفرض أنه في عيادة ولادة هناك نفس الحظوظ حتى يكون كل مولود ولد أو بنت، باعتبار الترتيب في الولادات:

1. عيّن كل الإمكانيات لعائلة بثلاث أطفال
2. احسب احتمال الحوادث التالية:

A: "أن تكون عائلة بثلاث أطفال تتضمن بنتين على الأكثر"

B: "أن تكون عائلة بثلاث أطفال تتضمن ولد على الاقل "

C: "أن تكون عائلة بطفلين مختلفين في الجنس"

التمرين 16

يحتوي كيس على 4 كرات مرقمة 1، 2، 5، 7

نسحب كرتين من الكيس بحيث نعيد الكرة إلى الكيس قبل السحب الموالي، نضع: X رقم الكرة الأولى، Y رقم الكرة الثانية

1. هات قائمة الإمكانيات الـ 16 لهذه التجربة
2. احسب احتمال الأحداث التالية:
   - A: "$X = 5$"
   - B: "$X + 3Y \leq 3$"
   - C: "$X = 2Y$"
   - D: "$X + Y$ عدد فردي"

التمرين 17

نرمي قطعة نقد مزيفة مرة واحدة، نسمي P الحادث: "الحصول على ظهر" وF الحادث: "الحصول على وجه"

1. علما أنّ الحصول على ظهر هو $P(P) = \frac{1}{3}$، احسب $P(F)$
2. نرمي هاته القطعة ثلاث مرات:

أ) ضع مخططا توضح فيه جميع الحالات الممكنة لهاته التجربة.

ب) ما احتمال الحادثة A: "الحصول على وجه"

ج) ما احتمال الحادثة B: "الحصول على مرتين وجه"

التمرين 18

في قسم 45 تلميذا، 14 تلميذا في نادي الموسيقى و10 تلاميذ في نادي الرسم و5 تلاميذ في كلا الناديين.

1. نختار عشوائيا تلميذ من هذا القسم، ما احتمال أن يكون هذا التلميذ:

أ) من نادي الموسيقى؟

ب) من الناديين؟

2. نختار تلميذا من نادي الرسم، ما هو احتمال أن يكون من نادي الموسيقى؟

التمرين 19

في حقيبة السفر لأحمد يوجد سروالان، واحد أبيض والآخر أسود، معطفان واحد أبيض والآخر أسود وثلاثة أقمصة: إثنان بيضاوان والآخر أسود، أخذ أحمد بطريقة عشوائية سروالا ومعطفا وقميصا.

1. بواسطة شجرة، عيّن كل الإمكانيات التي تسمح لأحمد بارتداء سروال ومعطف وقميص.
2. لتكن الحادثة A: "لباس أحمد أسود"
   - بيّن أنّ

$$P(A) = \frac{1}{12}$$

3. احسب احتمال أن يكون أحمد مرتديا سروالا ومعطفا من لونيين مختلفين.
4. احسب احتمال ألا يكون أحمد مرتديا قميصا أسودا ولا معطفا أبيضا.

التمرين 20

ليكن X متغيرا عشوائيا قانون احتماله موزع كالآتي:

x_i	-5	-2	3	4	7
$P(X = x_i)$	0.2	0.35	0.1	0.15	0.2

1. احسب الأمل الرياضياتي لـ X
2. عيّن تباين X

الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين 21

يحتوي كيس على كريتين حمراويتين وثلاث كريات خضراء وكرية زرقاء (لا يمكن التفريق بينها باللمس)، نسحب عشوائيا كريتين على التوالي من الكيس بدون إرجاع، ونعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة عدد الكريات الخضراء المسحوبة.

1. مثل النتائج باستعمال جدول
2. عيّن قانون الاحتمال X
3. احسب كلا من $E(X)$، $V(X)$ و $\sigma(X)$

التمرين 22

يحتوي كيس على 8 كريات مرقمة من 1 إلى 8، نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من الكيس:

1. ما عدد الحالات الممكنة للسحب
2. ما عدد الطرق للحصول على:
   أ) كريتين تحملان رقما زوجيا
   ب) كريتان تحملان عددان مجموعهما عدد زوجي
   ج) كريتان تحملان عددان حاصل جداؤهما عدد زوجي

التمرين 23

زهرة نرد غير مزيفة مكعبة نسميها A، بها وجه يحمل الرقم 1، وجهان يحملان الرقم 2، ثلاثة أوجه تحمل الرقم 3، وزهرة نرد أخرى غير مزيفة مكعبة نسميها B، بها وجه يحمل الرقم 1، وجهان يحملان الرقم 2، وجه يحمل الرقم 3، وجهان يحملان الرقم 4.

نرمي الزهرتان في آن واحد، ما احتمال أن يكون الرقمان المسجلان على الوجهين العلويين للزهرتين:

1. زوجيين
2. فرديين

التمرين 24

يحتوي كيس على 3 كريات بيضاء، كرتان خضروان وكرتان حمراوان، نسحب كرتين على التوالي بدون ارجاع.

نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكريات البيضاء المسحوبة، وY المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة.

1. عيّن القيم الممكنة لـ X
2. عين قانون احتمال المتغير X
3. احسب الأمل الرياضياتي والتباين للمتغير X
4. أجب عن نفس الأسئلة السابقة بالنسبة للمتغير Y
5. نعتبر المتغير العشوائي Z حيث: $Z = X + Y$، وليكن N المتغير عشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الخضراء المسحوبة
   أ) عبر عن Z بدلالة N
   ب) استنتج قانون احتمال Z
   ج) احسب $E(Z)$ و $\sigma(Z)$

التمرين 25

يحتوي صندوق على 5 كرات لا نفرق بينها باللمس منها 2 كرات زرقاء تحمل الرقم a و 2 كرات حمراء تحمل الرقم $a-1$، وكرة واحدة خضراء تحمل الرقم 2 حيث a عدد حقيقي موجب تماما

I) نسحب كرتين من الصندوق على التوالي وبدون ارجاع:

- احسب احتمال الحوادث التالية:

A: "الحصول على كرتين من نفس اللون"

B: "الحصول على كرة خضراء"

C: "الحصول على كرة زرقاء أو كرة حمراء"

D: "الحصول على كرة زرقاء و كرة حمراء"

II) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة جداء الرقمين المتحصل عليهما.

1. عين جميع القيم الممكنة للمتغير X، ثم عرّف قانون احتماله
2. بيّن أنّ الأمل الرياضياتي للمتغير X يعطى بالعلاقة التالية:

$$E(X) = \frac{(3a-1)(a+3)}{10}$$

3. عيّن قيم العدد الحقيقي a حتى يكون الأمل الرياضياتي عادلا.

الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين 26

نختار عشوائيا عدد محصور بين 0 و 60، ليكن X المتغير العشوائي المناسب لرقم الآحاد، و Y المتغير العشوائي المناسب لرقم العشرات

1. عين قانون احتمال X وقانون احتمال Y
2. احسب $P(X = Y)$
3. احسب $P(XY > 17)$
4. احسب $P(2X + Y = 13)$

التمرين 27

تتكون باقة ورود من 3 ورود حمراء ووردتين صفراوين ووردة بيضاء، نختار عشوائيا على التوالي وردتين من الباقة دون ارجاع

1. مثل الوضعية بشجرة الاحتمال
2. احسب احتمال الحوادث التالية:

أ) A: "الحصول على وردتين حمراوين"

ب) B: "الحصول على وردة صفراء على الأقل"

ج) C: "الحصول على وردتين ليس لهما نفس اللون"

• قرر بائع هذه الباقة أن يقترح اللعبة التالية:

يدفع الزبون m دينار ويختار وردتين بصفة عشوائية ودون ارجاع، يربح الزبون 10 دينار إذا كانت الوردتين حمراوين، ويربح 30 دينار إذا كانت إحدى الوردتين بيضاء، ويربح 110 إذا كانت الوردتين صفراويتين، ولا يربح أي دينار إذا لم يتحقق أي شرط من الشروط الثلاث السابقة.

X هو المتغير العشوائي الذي يمثل الربح.

3. عيّن بدلالة m القيم التي يأخذها المتغير X
4. عيّن قانون احتمال المتغير X
5. احسب بدلالة m الأمل الرياضياتي للمتغير X
6. عيّن قيمة m حتى تكون اللعبة عادلة
7. إذا دفع الزبون 20 دينار، هل المشاركة في هاته اللعبة من مصلحته.
8. احسب الانحراف المعياري للمتغير X في حالة $m = 20$

التمرين 28

I) اقترح أستاذ على تلاميذ استجواب متكون من سؤالين، واحتمال أن يجيب التلميذ إجابة صحيحة هو $\frac{1}{2}$ واحتمال أن تكون الإجابة خاطئة يساوي احتمال عدم الإجابة عن السؤال

1. مثل هذه التجربة على شجرة الاحتمالات.
2. احسب احتمال الحوادث التالية:

A: "أن يجيب التلميذ على السؤالين"

B: " ألا يجيب التلميذ على السؤال الثاني فقط "

C: "يجيب التلميذ إجابة واحدة صحيحة على الأكثر"

II) يتحصل التلميذ على $(+2)$ لكل إجابة صحيحة وعلى (-1) لكل إجابة خاطئة، وفي حالة عدم الإجابة يتحصل على (0). وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق لكل مخرج مجموع النقاط المتحصل عليها. وإذا كان $X < 0$ يحصل التلميذ على 0

1. ماهي القيم الممكنة للمتغير العشوائي X
2. عرّف قانون الاحتمال X
3. احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$، ماذا تستنتج؟

التمرين 29

زهرة نرد مزيفة وجوهها مرقمة من 1 إلى 6، نرمي الزهرة مرّة واحدة ونهتم بالرقم الذي يظهر على الوجه العلوي نسمّي P_i احتمال الحصول على الوجه الذي يحمل الرقم i

يُعطى: $P_1 = P_5$، $P_3 = 2P_1$، $P_5 = 2P_6$، $P_2 = 0.15$ و $P_4 = 2P_3$

1. بيّن أنّ $P_1 = 0.1$، ثم استنتج P_3، P_4، P_5، P_6
2. عيّن احتمال الحوادث الآتية:

A: "النتيجة تظهر رقم فردي"

B: "النتيجة تظهر رقم أصغر أو يساوي 3"

C: "النتيجة تظهر الرقم 2 أو 5"

D: "$A \cap C$"

E: "$A \cup C$"

F: "$\overline{A}$"

الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين 30

جهاز الكتروني يحتوي على شاشة مكونة من 9 خانات مرقمة كما هو في الجدول:

0	10	30
0	20	0
10	0	10

عند وضع الجهاز في حالة تشغيل تضيء إحدى الخانات باللون الأزرق بصفة عشوائية (جميع الخانات لها نفس حظوظ الإضاءة). للعب جولة بالجهاز، على اللاعب أن يضع 10 دينار لتشغيل الجهاز، فيتحصل اللاعب على مبلغ يساوي الرقم الظاهر في الخانة المضيئة

1. نرمز بـ X للمتغير العشوائي الذي يعطينا الربح المالي الصافي بالدينار للاعب في كل جولة
   - أ) عيّن القيم الممكنة للمتغير X
   - ب) عيّن قانون احتمال X
   - ج) احسب $P(X > 0)$
   - د) احسب $E(X)$
2. إذا علمت أنّ تكلفة الجهاز هي 250 دينار، جد أصغر عدد من الجولات التي يمكن تنظيمها حتى لا تكون هناك خسارة مالية لمنظم اللعبة (بفرض أنّ جميع الحالات يخسر فيها اللاعب)
3. نريد تغيير رقم الخانة التي في الأعلى على اليمين بحيث يكون معدل الربح المالي للاعب مساويا لـ 0، ما الرقم الذي يجب وضعه في هذه الخانة.

التمرين 31

يحتوي كيس على n قريصة (n عدد طبيعي أكبر من أو يساوي 7)، منها 7 قريصات بيضاء والباقي حمراء. نسحب قريصتين على التوالي وبدون ارجاع.

1. نفرض في هذا السؤال أنّ $n = 10$:
   - احسب احتمال الحوادث التالية:
   - A: "القريصة الأولى بيضاء والثانية حمراء"
   - B: "قريصة بيضاء وقريصة حمراء"
   - C: "القريصتان بيضاوان"
   - D: "القريصتان من نفس اللون"
2. في هذا السؤال n عدد طبيعي أكبر من أو يساوي 8 وP_n هو احتمال أن تكون القريصتان المسحوبتان من لونين مختلفين.
   - أ) أثبت أنّ:

$$P_n = \frac{14(n-7)}{n^2-n}$$

   - ب) عيّن قيّم العدد الطبيعي n الذي يكون من أجلها لـ P_n قيمة حدية عظمى، ثم عيّن قيمة P_n المناسبة.

التمرين 32

الجدول الآتي يعرف قانون احتمال متغير عشوائي X:

x_i	-2	α	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{5}$	β	$\frac{1}{5}$

- عيّن قيمة α و β حتى يكون التباين $V(x)$ لـ X مساويا لـ1.2044

التمرين 33

يحتوي كيس على 6 كريات لا نفرق بينهما عند اللمس مرقمة من 1 إلى 6، نسحب كريتان من هذا الكيس في آن واحد، ونعتبر اللعبة التالية: يدفع اللاعب 10 دينار ويحصل على ربح m لكل رقم فردي ويخسر 5 دينار لكل رقم زوجي

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق لكل سحب مجموع المبلغ المتحصل عليه.

1. أ) مثل هاته التجربة في جدول
   - ب) عين بدلالة m قيم المتغير X ثم عيّن قانون احتماله
   - ج) احسب الامل الرياضياتي بدلالة m
   - د) ما هي مجموعة قيم m حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب؟
2. نفرض أنّ $m = 20$:
   - أ) احسب الانحراف المعياري للمتغير X
   - ب) احسب احتمال الحادثة $X > 10$

الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين 34

يحتوي كيس على n كرة، منها 5 كرات حمراء (Red) و3 كرات خضراء $(Green)$ و الباقي بيضاء $(White)$، حيث $n > 8$، نسحب منه عشوائيا كريتين على التوالي وبدون ارجاع.

1. ما احتمال الحصول على كريتين بيضاوين
2. نرمز لـ $P(n)$ إلى احتمال الحصول على كريتين من نفس اللون، اثبت أنّ:

$$P(n) = \frac{n^2 - 17n + 98}{n(n-1)}$$

التمرين 35

C_1 و C_2 حجرا نرد متوازنان ومختلفان

C_1 تحمل أوجهه الأعداد 0، 0، $\frac{\pi}{3}$، $\frac{\pi}{3}$، $\frac{4\pi}{3}$ و $\frac{4\pi}{3}$، وتحمل أوجه C_2 الأعداد: 0، 0، $\frac{\pi}{6}$، $\frac{\pi}{6}$، $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{\pi}{2}$

نرمي الحجرين في آن واحد ونسجل العددين الظاهرين على الوجهين العلويين لكل من C_1 و C_2 (نرمز لهذين العددين بـ α و β)

1. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمية العدد $\cos(\alpha + \beta)$
   أ) عيّن مجموعة قيم المتغير العشوائي X، ثم عرّف قانون احتماله
   ب) احسب الأمل الرياضياتي، التباين والانحراف للمتغير العشوائي X
2. نقترح اللعبة التالية:
   يربح اللاعب $100DA$ عندما يرمي حجري النرد ويتحصل على $|\cos(\alpha + \beta) = 1|$ ويخسر $50DA$ في باقي الحالات، ليكن Y المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمية الربح أو الخسارة
   أ) عيّن مجموعة قيم المتغير العشوائي Y، ثم عرّف قانون احتماله
   ب) احسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي Y
   ج) هل اللعبة في صالح اللاعب؟ علل إجابتك

التمرين 36



نرمي زهر نرد غير مزيف ذو خمس أوجه مرقم من 1 إلى 5 ، المرة الأولى نسجل الرقم α ثم نرميه مرة ثانية ونسجل الرقم β

1. احسب احتمال الحدثين التاليين:
   A: "الرقمان α و β يحققان المساواة $\alpha - \beta = \beta$"
   B: "الرقمان α و β يحققان المتباينة $|\alpha - \beta| \leq 1$"
2. X هو المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رميتين بالعدد $|\alpha - \beta|$
   • عيّن القيم الممكنة لـ X، ثم أكتب قانون احتماله
3. نكتب الآن بالرقمين α و β المعادلة (E) حيث:
   $(E): x^2 + \alpha x + \beta = 0$
   ونعتبر المتغير العشوائي Y الذي يرفق بكل رميتين عدد حلول المعادلة (E)
   • عيّن القيم الممكنة لـ Y، ثم أكتب قانون احتماله

التمرين 37

1. كيس به 7 كريات متماثلة منها ثلاثة سوداء تحمل الأرقام: 0، 3 و 5 وثلاثة حمراء تحمل الأرقام 1، 3 و 7 وكرية خضراء تحمل الرقم 3، نسحب عشوائيا على التوالي وبدون ارجاع كريتان من الكيس
   أ) عيّن بواسطة مخطط عدد عناصر مجموعة الإمكانيات Ω
   ب) احسب احتمال الحوادث التالية:
   • الحادثة A: "سحب كريتان مختلفتان في اللون"
   • الحادثة B: "سحب كريتان تحملان نفس الرقم"
   • الحادثة C: "سحب كرية حمراء على الأكثر"
   • الحادثة D: " سحب كرية سوداء على الأقل"
   • الحادثة E: "سحب كريتان مجموع رقميهما مضاعف لـ3"
   • الحادثة F: "سحب كريتان لهما نفس اللون"
2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب "عدد الكريات السوداء المسحوبة"

الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

أ) عيّن مجموعة قيم المتغير العشوائي X، ثم عرّف قانون احتماله

ب) احسب الأمل الرياضياتي، التباين والانحراف للمتغير العشوائي X

3 ليكن Y المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب "القيمة المطلقة للفرق بين رقمي الكريتان المسحوبتان"

أ) عيّن مجموعة قيم المتغير العشوائي Y، ثم عرّف قانون احتماله

ب) احسب الأمل الرياضياتي، التباين والانحراف للمتغير العشوائي Y

التمرين 38

كيس به ثلاث كريات بيضاء وكريتين حمراوين لا نميز بينهما عند اللمس، نسحب عشوائيا كريتين على التوالي من الكيس بالكيفية التالية: إذا كانت الكرة المسحوبة بيضاء نعيدها إلى الكيس وإذا كانت حمراء لا نعيدها إلى الكيس

1

أ) نمذج هذه التجربة بشجرة الاحتمالات (B يرمز إلى الحصول على كرية بيضاء، و R الحصول على كرية حمراء)

ب) احسب احتمال أن تكون الكرية المسحوبة الثانية حمراء

2 ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لكريتين عدد الكريات الحمراء المسحوبة

أ) عيّن مجموعة المتغير العشوائي X

ب) بيّن أن $p(X=1)=\frac{27}{50}$، ثم عرّف قانون احتمال المتغير العشوائي X

ج) احسب $E(X)$ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X

التمرين 39

نريد تشكيل بطريقة عشوائية لجنة تتكون من عضوين من بين ثلاثة رجال H_1، H_2 و H_3 وامرأتان F_1 و F_2

نعتبر الحوادث A، B و C حيث:

A: "عضوا اللجنة من نفس الجنس"

B: " عضوا اللجنة من جنسين مختلفين"

C: "H_1 عضو في اللجنة"

1

أ) احسب $p(A)$، $p(B)$ احتمال A و B على الترتيب

ب) بيّن أنّ $p(C)$ احتمال الحادث C يساوي $\frac{2}{5}$

2 المتغير العشوائي X يرفق بكل إمكانية اختيار لعضوين عدد الرجال في اللجنة

أ) برّر أن مجموعة قيم X هي $\{0;1;2\}$

ب) عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضياتي $E(X)$

التمرين 40

صندوق به 9 بطاقات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس، مكتوب على كل منها سؤال واحد، ثلاثة أسئلة في الهندسة مرقمة بـ: 1، 2 و 3، أربعة أسئلة في الجبر مرقمة بـ: 1، 2، 3 و 4 وسؤالين في التحليل مرقمين بـ: 1 و 2

نسحب عشوائيا بطاقة واحدة من الصندوق ونعتبر الحوادث التالية:

A: "سحب سؤال في الهندسة"

B: "سحب سؤال في التحليل"

C: "سحب سؤال في الجبر يحمل رقما زوجيا"

1 احسب $p(A)$ و $p(B)$ و $p(C)$ احتمال A، B و C على الترتيب

2 احسب احتمال سحب سؤال رقمه مختلف عن الـ 1

3 المتغير العشوائي X يرفق بكل بطاقة مسحوبة رقم السؤال المسجل عليها

أ) برّر أن مجموعة قيم X هي $\{1;2;3;4\}$

ب) عيّن قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب $E(X)$ أمله الرياضياتي

ج) استنتج قيمة $E(2021X+1442)$

الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين 41

كيس به 7 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس، منها 3 بيضاء و 4 خضراء ، نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من الكيس

1. أ) احسب احتمال الحادثة A: "سحب كريتين مختلفتين في اللون"
   ب) احسب احتمال الحادثة B: "سحب كريتين من نفس اللون"
2. نقترح اللعبة التالية: للمشاركة يدفع اللاعب $\alpha(DA)$ ، حيث (α عدد طبيعي معطى و DA تعني دينار جزائري)
   فإذا سحب كريتين بيضاوين يتحصل على $100DA$
   واذا سحب كريتين مختلفتين في اللون يتحصل على $50DA$، واذا سحب كريتين خضراوين يخسر ما دفعه، وليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل الربح أو خسارة اللاعب بدلالة α
   أ) برّر أن قيم المتغير العشوائي هي $\{100-\alpha; 50-\alpha; -\alpha\}$، ثمّ عرّف قانون احتماله
   ب) بيّن أن الامل الرياضياتي للمتغير العشوائي X بدلالة α هو $E(X)=-\alpha+\frac{300}{7}$
   ثمّ جد أكبر قيمة ممكنة لـ α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب
3. المتغير العشوائي X يرفق بكل لجنة عدد الرجال فيها.
   • عيّن قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضيات $E(X)$

التمرين 42

يُراد عشوائيا تشكيل لجنة تضم رئيسا ونائبا له من بين ثلاثة رجال H_1 ، H_2 ، H_3 وأربع نساء F_1 ، F_2 ، F_3 ، F_4

1. بيّن أنّ عدد اللجان التي يمكن تشكيلها هو 42
2. نعتبر الحوادث الآتية:
   A: "اللجنة من نفس الجنس"
   B: "اللجنة من جنسين مختلفين"
   C: "H_1 هو الرئيس"
   E: "اللجنة لا تضم كل من H_1 و F_1"
   أ) احسب $p(A)$ احتمال الحدث A، ثم استنتج $p(B)$
   ب) احسب $p(C)$ و $p(E)$

{هذا من فضل ربي}

♥ زكاة العلم نشره ♥

الأستاذ: قويسم الخليل

الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

3. الحلول [حلول مقترحة]

ملاحظة:
بعض التمارين تمّ حلهم باستعمال شجرة الاحتمالات

الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

حل التمرين 01

- التجارب متساوية الاحتمال هي:
  - رمي زهرة نرد حقيقية مرتين
  - رمي قطعة نقدية متوازنة P: ظهر، F: وجه

حل التمرين 02

❶ تعيين مجموعة الإمكانيات Ω:

$$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$$

❶ تعيين الحوادث وحساب احتمالها:

$$A = \{1; 3; 5\} \ ; \quad P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$B = \{2; 3; 5\} \ ; \quad P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$C = \{4; 5; 6\} \ ; \quad P(C) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$D = \emptyset \ ; \quad P(D) = \frac{0}{6} = 0$$

$$E = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \ ; \quad P(E) = \frac{6}{6} = 1$$

❷ تسمية الحدثين D و E:

نسمي الحدث D: بالحدث المستحيل

والحدث E بالحدث الأكيد

❸ حساب $P(B \cup C)$، $P(A \cap C)$ و $P(\overline{A})$:

لدينا: $B \cup C = \{2; 3; 4; 5; 6\}$

ومنه:

$$P(B \cup C) = \frac{5}{6}$$

لدينا: $A \cap C = \{5\}$

$$P(A \cap C) = \frac{1}{6}$$

ولدينا:

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

حل التمرين 03

❶ تعيين المجموعة الشاملة:

$$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15\}$$

❶ تعيين A: "الحصول على رقم مضاعف للعدد 5":

$$A = \{5; 10; 15\}$$

❷ تعيين B: "الحصول على رقم مضاعف للعدد 3"

$$B = \{3; 6; 9; 12; 15\}$$

❸

- تعيين الحادثة $A \cap B$:

$$A \cap B = \{15\}$$

- تعيين الحادثة $\overline{A}$:

$$\overline{A} = \{1; 2; 3; 4; 6; 7; 8; 9; 11; 12; 13; 14\}$$

- تعيين الحادثة $\overline{B}$:

$$\overline{B} = \{1; 2; 4; 5; 7; 8; 10; 11; 13; 14\}$$

- استنتاج الحادثة $\overline{A} \cap \overline{B}$:

$$\overline{A} \cap \overline{B} = \{1; 2; 4; 7; 8; 11; 13; 14\}$$

- استنتاج الحادثة $\overline{A \cap B}$:

$$\overline{A \cap B} = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14\}$$

حل التمرين 04

- حساب $P(B \cap C)$:

$$\begin{aligned} P(B \cap C) &= P(B) + P(C) - P(B \cup C) \\ &= 0.4 + 0.7 - 0.7 \\ &= 0.4 \end{aligned}$$

- حساب $P(A \cup C)$:

$$\begin{aligned} P(A \cup C) &= P(A) + P(C) - P(A \cap C) \\ &= 0.3 + 0.7 - 0.2 \\ &= 0.8 \end{aligned}$$

حل التمرين 05

- اثبات أنّ A و B غير متلائمتين:

A و B غير متلائمتين معناه $P(A \cap B) = 0$

لدينا:

$$\begin{aligned} &P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ \Rightarrow\ &0.82 = 0.45 + 0.37 - P(A \cap B) \\ \Rightarrow\ &0.82 = 0.82 - P(A \cap B) \\ \Rightarrow\ &P(A \cap B) = 0 \end{aligned}$$

حل التمرين 06

- حساب احتمال ظهور كل وجه:

نضع $P(1) = x$ ومنه:

$$P(1) = x$$
$$P(2) = x$$

الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

$$P(3)=\frac{1}{2}x$$
$$P(4)=\frac{1}{3}x$$
$$P(5)=x$$
$$P(6)=x$$

لدينا:

$$\sum_{i=1}^{6} p_i = 1 \Longrightarrow x+x+\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}x+x+x=1$$
$$\Longrightarrow 4x+\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}x=1$$
$$\Longrightarrow 4x+\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}x=1$$
$$\Longrightarrow \frac{29}{6}x=1$$
$$\Longrightarrow x=\frac{6}{29}$$

إذن:

$$P(1)=\frac{6}{29}$$
$$P(2)=\frac{6}{29}$$
$$P(3)=\frac{3}{29}$$
$$P(4)=\frac{2}{29}$$
$$P(5)=\frac{6}{29}$$
$$P(6)=\frac{6}{29}$$

حل التمرين 07

❶ حساب احتمال الربح لكل لاعب:

لدينا:

$$\begin{cases} P(A)=P(B)=P(C) \\ P(D)=P(E) \\ P(A)=2P(D) \end{cases}$$

نضع: $P(D)=x$

ومنه:

$$P(A)=P(B)=P(C)=2x$$
$$P(D)=P(E)=x$$

لدينا:

$$\sum_{i=1}^{5} p_i = 1 \Longrightarrow 2x+2x+2x+x+x=1$$
$$\Longrightarrow 8x=1$$
$$\Longrightarrow x=\frac{1}{8}$$

إذن:

$$P(A)=P(B)=P(C)=\frac{1}{4}$$
$$P(E)=P(D)=\frac{1}{8}$$

❶ حساب احتمال الربح لـ D أو E:

D أو E معناه:

$$P(D)+P(E)=\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{1}{4}$$

❷ حساب احتمال ربح A أو B أو C:

$$P(A)+P(B)+P(C)=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

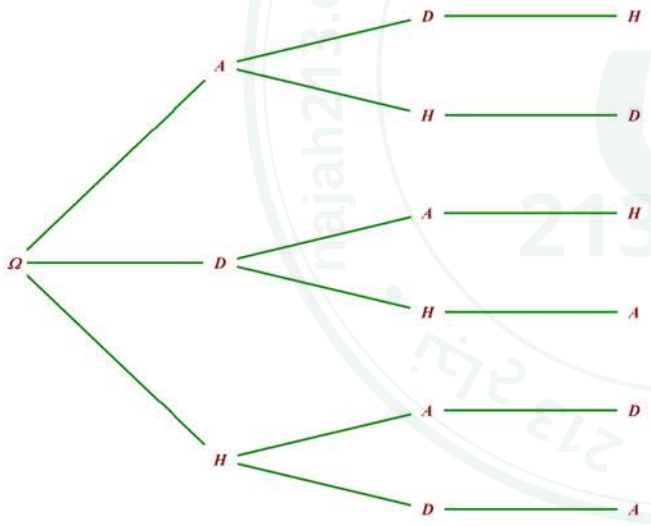
❸ حساب احتمال ألا يربح B:

$$P(\overline{B})=1-P(B)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

حل التمرين 08

- **حساب احتمال أن تكتب عهد اسمها هكذا AHD**

نشكل شجرة الامكانيات:



❶ تعيين مجموعة الإمكانيات:

$$\Omega=\{ADH;AHD;DAH;DHA;HAD;HDA\}$$

❷ حساب احتمال أن تكتب "عهد" اسمها هكذا AHD:

$$P(A)=\frac{1}{6}$$

حل التمرين 09

❶ ليس هناك تساوي احتمال، لأنّ:

$$P(1)=\frac{1}{6}$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

$$P(2)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$
$$P(3)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

ومنه:

$$P(1)\neq(2)\neq P(3)$$

❷ مجموعة الإمكانيات التي من أجلها تساوي احتمال هي:

$$\Omega=\{1;2;3\}$$

حل التمرين 10

- تعيين قيمة α و β :

لدينا:

$$\sum_{i=1}^{4}P_i=1\Rightarrow 0.12+0.4+\beta+0.3=1$$
$$\Rightarrow \boxed{\beta=0.18}$$

ولدينا:

$$E(X)=0.44$$
$$\Rightarrow -2(0.12)-1(0.4)+\alpha(\beta)+3(0.3)=0.44$$
$$\Rightarrow \alpha(0.18)=0.18$$
$$\Rightarrow \boxed{\alpha=1}$$

حل التمرين 11

لدينا:

	خارجي	داخلي	المجموع
ناجح	195	212	407
راسب	43	80	123
المجموع	238	292	530

❶ احتمال أن يكون:

أ/ A: "داخلي وناجح":

$$P(A)=\boxed{\frac{212}{530}}$$

ب/ B: "خارجي":

$$P(B)=\frac{195}{530}+\frac{43}{530}=\boxed{\frac{238}{530}}$$

ج/ C: "راسب":

$$P(C)=\frac{43}{530}+\frac{80}{530}=\boxed{\frac{123}{530}}$$

❷ D: نختار عشوائيا تلميذا داخليا، احتمال أن يكون ناجحا:

$$P(D)=\boxed{\frac{212}{292}}$$

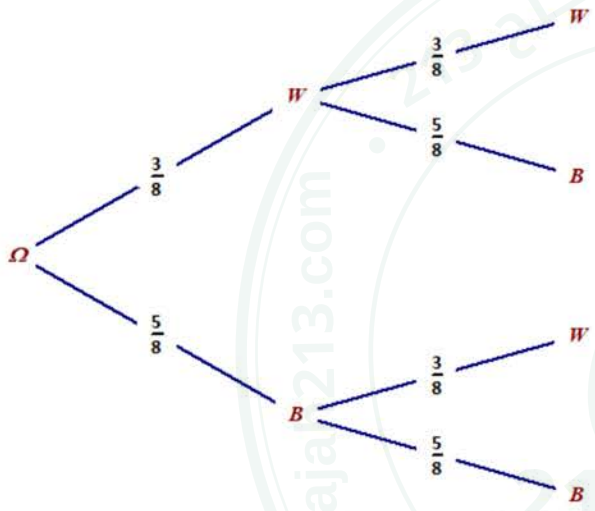
❸ E: "نختار عشوائيا تلميذا راسبا احتمال أن يكون خارجيا":

$$P(E)=\boxed{\frac{43}{123}}$$

حل التمرين 12

❶ تمثيل النتائج بمخطط (شجرة):

نضع: W: القريصات البيضاء، B: القريصات السوداء

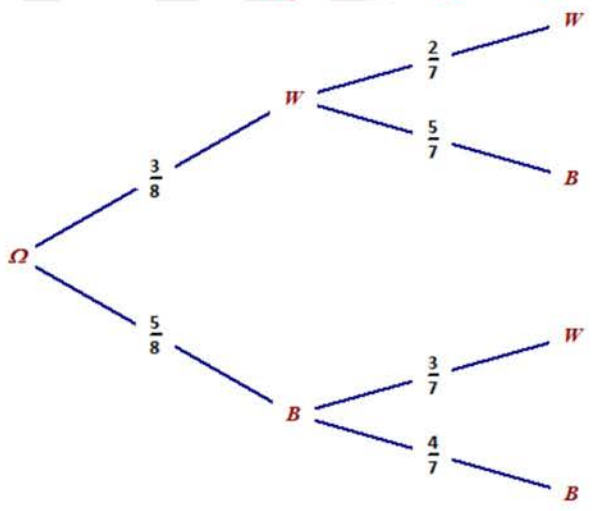


❶ A: "احتمال الحصول على نفس اللون":

$$P(A)=\frac{3}{8}\times\frac{3}{8}+\frac{5}{8}\times\frac{5}{8}=\frac{34}{64}=\boxed{\frac{17}{32}}$$

❷ إعادة نفس الأسئلة السابقة ومع اعتبار أننا لا نعيد القريصة الأولى قبل السحب الثاني:

أ/ تمثيل النتائج بمخطط (شجرة):



الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

ب/ B: "احتمال الحصول على نفس اللون":

$$P(B) = \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} + \frac{5}{8} \times \frac{4}{7} = \boxed{\frac{13}{28}}$$

حل التمرين 13

• حساب احتمال الحوادث الآتية:

- A: "الكرة المسحوبة سوداء":

$$P(A) = \frac{3}{7}$$

- B: "الكرة المسحوبة حمراء"

$$P(A) = \frac{4}{7}$$

- C: "الكرة المسحوبة تحمل رقما فرديا"

$$P(A) = \frac{4}{7}$$

حل التمرين 14

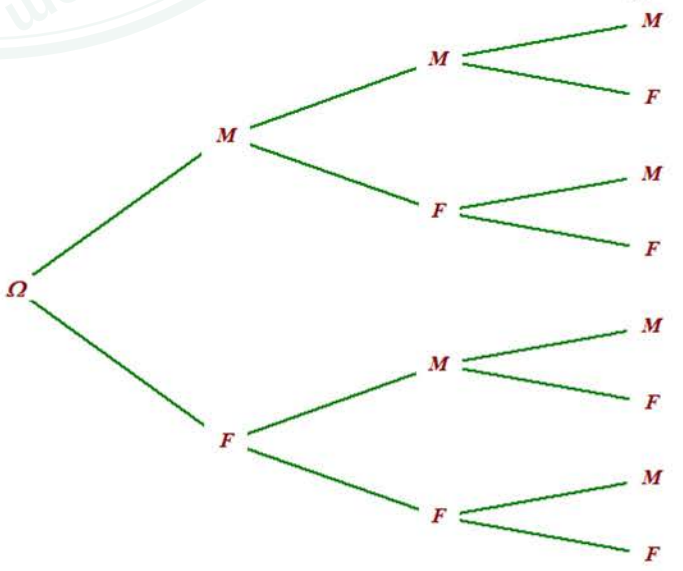
- حساب $P(A \cap B)$:

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$
$$= 1 - P(\overline{A}) + 1 - P(\overline{B}) - \left(1 - P(\overline{A \cup B})\right)$$
$$= 0.45$$

حل التمرين 15

❶ تعيين كل الإمكانيات لعائلة بثلاث أطفال:

نضع: M: ذكر F: أنثى



ومنه كل الإمكانيات هي:

$$\Omega = \{MMM; MMF; MFM; MFF; FMM; FMF; FFM; FFF\}$$

❷ حساب احتمال الحوادث A، B و C

- $P(A) = \boxed{\frac{7}{2}}$
- $P(B) = \frac{4}{8} = \boxed{\frac{1}{2}}$
- $P(C) = \frac{2}{4} = \boxed{\frac{1}{2}}$

حل التمرين 16

❶ هات قائمة الإمكانيات الـ 16 لهذه التجربة

Y \ X	1	2	5	7
1	(1; 1)	(2; 1)	(5; 1)	(7; 1)
2	(1; 2)	(2; 2)	(5; 2)	(7; 2)
5	(1; 5)	(2; 5)	(5; 5)	(7; 5)
7	(1; 7)	(2; 7)	(5; 7)	(7; 7)

قائمة الإمكانيات هي:

$$\Omega = \{(1;1); (1;2); (1;5); (1;7); (2;1); (2;2); (2;5); (2;7); (5;1); (5;2); (5;5); (5;7); (7;1); (7;2); (7;5); (7;7)\}$$

❷ حساب احتمال الأحداث التالية A، B، C و D:

$$P(A) = \frac{4}{16} = \boxed{\frac{1}{4}}$$
$$P(B) = \frac{0}{16} = \boxed{0}$$
$$P(C) = \boxed{\frac{1}{16}}$$
$$P(D) = \frac{0}{16} = \boxed{\frac{6}{16}}$$

حل التمرين 17

❶ حساب $P(F)$:

$$P(F) = 1 - P(\overline{F})$$
$$= 1 - P(P)$$
$$= 1 - \frac{1}{3}$$
$$= \boxed{\frac{2}{3}}$$

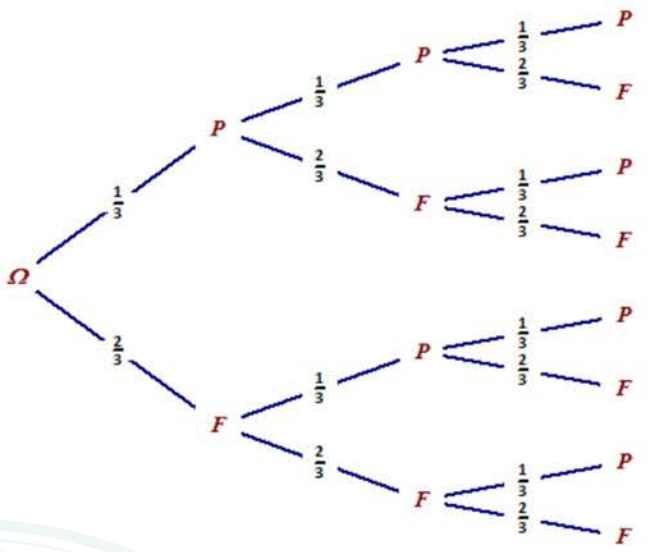
❷ نرمي هاته القطعة ثلاث مرات

الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

أ/ وضع مخططا نوضح فيه جميع الحالات الممكنة:



$\Omega = \{PPP; PPF; PFP; PFF; FPP; FPF; FFP; FFF\}$

ب/ حساب $P(A)$:

$$P(A) = \frac{1}{3}\frac{1}{3}\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\frac{1}{3}\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\frac{2}{3}\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\frac{2}{3}\frac{2}{3} + \frac{2}{3}\frac{1}{3}\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\frac{1}{3}\frac{2}{3} + \frac{2}{3}\frac{2}{3}\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\frac{2}{3}\frac{2}{3} = \boxed{\frac{19}{27}}$$

ج/ حساب $P(B)$:

$$P(B) = \frac{1}{3}\frac{2}{3}\frac{2}{3} + \frac{2}{3}\frac{1}{3}\frac{2}{3} + \frac{2}{3}\frac{2}{3}\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\frac{2}{3}\frac{2}{3} = \boxed{\frac{16}{27}}$$

حل التمرين 18

❶

أ/ نضع: A: "احتمال: التلميذ من نادي الموسيقى"، حساب $P(A)$:

$$P(A) = \frac{14}{45} + \frac{5}{45} = \boxed{\frac{19}{45}}$$

ب/ نضع: B: "احتمال: التلميذ من الناديين"، حساب $P(B)$:

$$P(B) = \frac{14}{45} + \frac{10}{45} + \frac{5}{45} = \boxed{\frac{29}{45}}$$

❷ نضع: C " نختار تلميذا من نادي الرسم، احتمال أن يكون من نادي الموسيقى"، حساب $P(C)$:

$$P(C) = \frac{5}{15} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

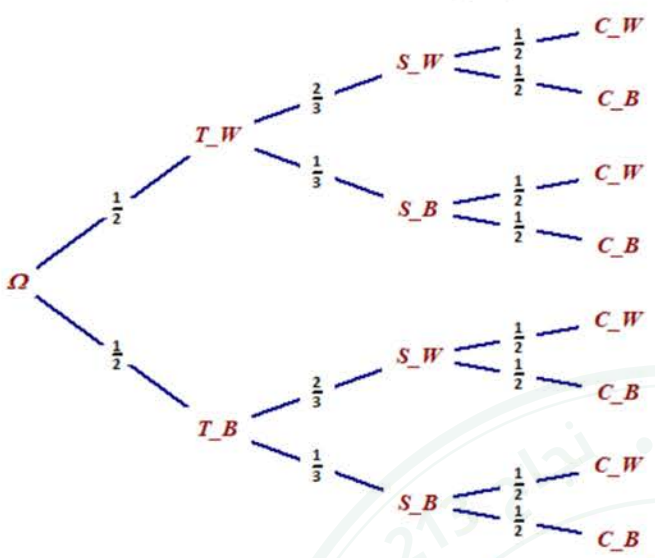
حل التمرين 19

❶ تعيين كل الإمكانيات:

نضع:

T: سروال S: قميص C: معطف

W: أبيض B: أسود



❶ تبيين أنّ $P(A) = \frac{1}{12}$:

$$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \boxed{\frac{1}{12}}$$

❷ نضع D: "أحمد مرتديا سروالا ومعطفا من لونيين مختلفين"، حساب D:

$$P(D) = \frac{1}{2}\frac{2}{3}\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\frac{2}{3}\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2} = \frac{6}{12} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

❸ نضع E: " ألا يكون أحمد مرتديا قميصا أسودا ولا معطفا أبيضا "، حساب E:

$$P(E) = \frac{1}{2}\frac{2}{2}\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\frac{2}{2}\frac{1}{2} = \frac{4}{12} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

حل التمرين 20

❶ حساب الأمل الرياضياتي لـ X:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{5} x_i p_i$$
$$= (-5)(0.2) + (-2)(0.35) + (3)(0.1) + (4)(0.15) + (7)(0.2)$$
$$= \boxed{0.6}$$

❶ تعيين تباين X:

$$V(X) = \sum_{i=1}^{5} x_i^2 p_i - E(X)$$
$$= (-5)^2(0.2) + (-2)^2(0.35) + (3)^2(0.1) + (4)^2(0.15) + (7)^2(0.2) - 0.6^2$$

الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

$= \boxed{19.14}$

حل التمرين 21

❶ تمثيل النتائج

س1 / س2	R	R	G	G	G	B
R		RR	GR	GR	GR	BR
R	RR		GR	GR	GR	BR
G	RG	RG		GG	GG	BG
G	RG	RG	GG		GG	BG
G	RG	RG	GG	GG		BG
B	RB	RB	GB	GB	GB	

❶ تعيين قانون الاحتمال X:

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{6}{30}$	$\frac{18}{30}$	$\frac{6}{30}$

❷ حساب كلا من $E(X)$، $V(X)$ و $\sigma(X)$:

$$E(X) = 0\frac{6}{30} + 1\frac{18}{30} + 2\frac{6}{30}$$
$$= \frac{30}{30} = \boxed{1}$$

$$V(X) = 0^2\frac{6}{30} + 1^2\frac{18}{30} + 2^2\frac{6}{30} - 1^2$$
$$= \frac{42}{30} - 1 = \frac{12}{30}$$
$$= \boxed{\frac{2}{5}}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(x)} = \sqrt{\frac{2}{5}} \approx 0.63$$

حل التمرين 22

❶ تعيين عدد الحالات الممكنة للسحب:

	1	2	3	4	5	6	7	8
1		(2; 1)	(3; 1)	(4; 1)	(5; 1)	(6; 1)	(7; 1)	(8; 1)
2			(3; 2)	(4; 2)	(5; 2)	(6; 2)	(7; 2)	(8; 2)
3				(4; 3)	(5; 3)	(6; 3)	(7; 3)	(8; 3)
4					(5; 4)	(6; 4)	(7; 4)	(8; 4)
5						(6; 5)	(7; 5)	(8; 5)
6							(7; 6)	(8; 6)
7								(8; 7)
8								

من الجدول نجد أنّ عدد الحالات الممكنة للسحب هو 28

❶ تعيين عدد الطرق للحصول على:

أ/ A: "كريتين تحملان رقما زوجيا":

$$P(A) = \frac{6}{28} = \boxed{\frac{3}{14}}$$

ب/ B: "كريتين تحملان عددين مجموعهما عدد زوجي":

$$P(B) = \frac{12}{28} = \boxed{\frac{3}{7}}$$

ج/ C: "كريتين تحملان عددين حاصل جدائهما عدد زوجي":

$$P(C) = \frac{21}{28} = \boxed{\frac{3}{4}}$$

حل التمرين 23

• نلخص جميع الحالات الممكنة في جدول:

A / B	1	2	2	3	3	3
1	(1; 1)	(2; 1)	(2; 1)	(3; 1)	(3; 1)	(3; 1)
2	(1; 2)	(2; 2)	(2; 2)	(3; 2)	(3; 2)	(3; 2)
2	(1; 2)	(2; 2)	(2; 2)	(3; 2)	(3; 2)	(3; 2)
3	(1; 3)	(2; 3)	(2; 3)	(3; 3)	(3; 3)	(3; 3)
4	(1; 4)	(2; 4)	(2; 4)	(3; 4)	(3; 4)	(3; 4)
4	(1; 4)	(2; 4)	(2; 4)	(3; 4)	(3; 4)	(3; 4)

- احتمال أن يكون الرقمان المسجلان على الوجهين العلويين للزهرتين:

❶ A: "زوجيين":

$$P(A) = \frac{8}{36} = \boxed{\frac{2}{9}}$$

❶ B: "فرديين":

$$P(B) = \frac{8}{36} = \boxed{\frac{2}{9}}$$

حل التمرين 24

س1 / س2	B	B	B	G	G	R	R
B		BB	BB	GB	GB	RB	RB
B	BB		BB	GB	GB	RB	$R\ B$
B	BB	BB		GB	GB	RB	RB
G	BG	BG	BG		GG	RG	RG
G	BG	BG	BG	GG		RG	RG
R	BR	BR	BR	GR	GR		RR
R	BR	BR	BR	GR	GR	RR	

الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

❶ تعيين القيم الممكنة لـ X:

$$X(\Omega) = \{0; 1; 2\}$$

❷ تعيين قانون احتمال المتغير X:

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{7}$

❸ حساب الأمل الرياضياتي والتباين للمتغير X:

- $E(X) = \sum_{i=1}^{3} x_i p_i = 0\frac{2}{7} + 1\frac{4}{7} + 2\frac{1}{7}$

$$= \boxed{\frac{6}{7}} \approx 0.8$$

- $V(X) = \sum_{i=1}^{3} (x_i^2 p_i) - \big(E(X)\big)^2$

$$= 0^2\frac{2}{7} + 1^2\frac{4}{7} + 2^2\frac{1}{7} - \left(\frac{6}{7}\right)^2$$

$$= \boxed{\frac{20}{49}} \approx 0.4$$

❹ الاجابة عن نفس الأسئلة السابقة بالنسبة لـ Y:

أ/ تعيين القيم الممكنة لـ Y:

$$Y(\Omega) = \{0; 1; 2\}$$

ب/ تعيين قانون احتمال المتغير Y:

x_i	0	1	2
$P(Y = x_i)$	$\frac{10}{21}$	$\frac{10}{21}$	$\frac{1}{21}$

ج/ حساب الأمل الرياضياتي والتباين للمتغير Y:

- $E(Y) = 0\frac{10}{21} + 1\frac{10}{21} + 2\frac{1}{21} = \boxed{\frac{4}{7}} \approx 0.57$
- $V(Y) = 0^2\frac{10}{21} + 1^2\frac{10}{21} + 2^2\frac{1}{21} - \left(\frac{4}{7}\right)^2$

$$= \boxed{\frac{50}{147}} \approx 0.34$$

❺

أ/ التعبير عن Z بدلالة N:

لدينا عدد الكرات المسحوبة هو 2

ومنه: $Z + N = 2$

إذن: $\boxed{Z = 2 - N}$

ب/ استنتاج قانون احتمال Z:

لدينا: $N(\Omega) = \{0; 1; 2\}$

إذن:

لما $N = 0$ نجد: $Z = 2$ أي: $P(N = 0) = P(Z = 2)$

لما $N = 1$ نجد: $Z = 1$ أي: $P(N = 1) = P(Z = 1)$

لما $N = 2$ نجد: $Z = 0$ أي: $P(N = 2) = P(Z = 0)$

ومنه:

$$Z(\Omega) = \{0; 1; 2\}$$

لدينا:

x_i	0	1	2
$P(N = x_i)$	$\frac{10}{21}$	$\frac{10}{21}$	$\frac{1}{21}$

ومنه:

x_i	0	1	2
$P(Z = x_i)$	$\frac{1}{21}$	$\frac{10}{21}$	$\frac{10}{21}$

ج/ حساب $E(Z)$ و $\sigma(Z)$:

- $E(Z) = 0\frac{1}{21} + 1\frac{10}{21} + 2\frac{10}{21} = \boxed{\frac{10}{7}} \approx 1.42$

لدينا:

- $V(Z) = 0^2\frac{1}{21} + 1^2\frac{10}{21} + 2^2\frac{10}{21} - \left(\frac{10}{7}\right)^2$

$$= \boxed{\frac{50}{147}} \approx 0.34$$

ومنه:

- $\sigma(Z) = \sqrt{V(Z)} = \boxed{\sqrt{\frac{50}{147}}} \approx 0.58$

حل التمرين 25

(I

س1 / س2	B_a	B_2	R_{a-1}	R_{a-1}	G_2
B_a		B_2B_a	$R_{a-1}B_a$	$R_{a-1}B_a$	G_2B_a
B_2	B_aB_2		$R_{a-1}B_2$	$R_{a-1}B_2$	G_2B_2
R_{a-1}	B_aR_{a-1}	B_2R_{a-1}		$R_{a-1}R_{a-}$	G_2R_{a-1}
R_{a-1}	B_aR_{a-1}	B_2R_{a-1}	$R_{a-1}R_{a-}$		G_2R_{a-1}
G_2	B_aG_2	B_2G_2	$R_{a-1}G_2$	$R_{a-1}G_2$	

❶ حساب احتمال الحوادث التالية:

$$P(A) = \frac{4}{20} = \boxed{\frac{1}{5}}$$

$$P(B) = \frac{8}{20} = \boxed{\frac{2}{5}}$$

$$P(C) = P(\Omega) = \boxed{1}$$

$$P(D) = \frac{8}{20} = \boxed{\frac{2}{5}}$$

(II

الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

❶ تعيين جميع القيم الممكنة للمتغير X:

x_i	$2a$	a^2-a	$2a-2$	4	$(a-1)^2$
$P(X=x_i)$	$\frac{4}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{8}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{2}{20}$

❷ تبيين أنّ الأمل لـ X يعطى بـ $E(X)=\frac{(3a-1)(a+3)}{10}$:

$$E(X)=\sum_{i=1}^{5}x_ip_i$$
$$=\frac{1}{20}(6a^2+16a-6)$$
$$=\frac{1}{10}(3a^2+8a-3)$$

لدينا: $\Delta=100$ ومنه: $a=\frac{1}{3}$ أو $a=-3$

ومنه:

$$E(X)=\frac{3\left(a-\frac{1}{3}\right)(a+3)}{10}$$
$$=\frac{(3a-1)(a+3)}{10}$$

تعيين قيم a حتى يكون الأمل الرياضياتي عادلا:

يكون الأمل الرياضياتي عادلا لما $E(X)=0$:

$$E(X)=0$$
$$\Rightarrow\frac{(3a-1)(a+3)}{10}=0$$
$$\Rightarrow\left(a-\frac{1}{3}\right)(a+3)=0$$

ومنه: $\begin{cases}a=\frac{1}{3}\\ \text{أو}\\ a=-3\end{cases}$

$a=-3$، مرفوض لأن a عدد حقيقي موجب

إذن قيم a حتى يكون الأمل الرياضياتي عادلا هي $\left\{\frac{1}{3}\right\}$

حل التمرين 26

❶ تعيين قانون احتمال X وقانون احتمال Y:

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

x_i	0	1	2	3	4	5	6
$P(Y=x_i)$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$

❶ حساب $P(X=Y)$:

لدينا: $card(\Omega)=61$

نضع A: $X=Y$

$$A=\{00;11;22;33;44;55\}$$

$$P(A)=P(X=Y)=\boxed{\frac{6}{61}}$$

❷ حساب $P(XY>17)$:

$$P(XY>17)=1-P(XY\leq 17)$$
$$=1-\frac{45}{61}=\boxed{\frac{16}{61}}$$

❸ حساب $P(2X+Y=13)$:

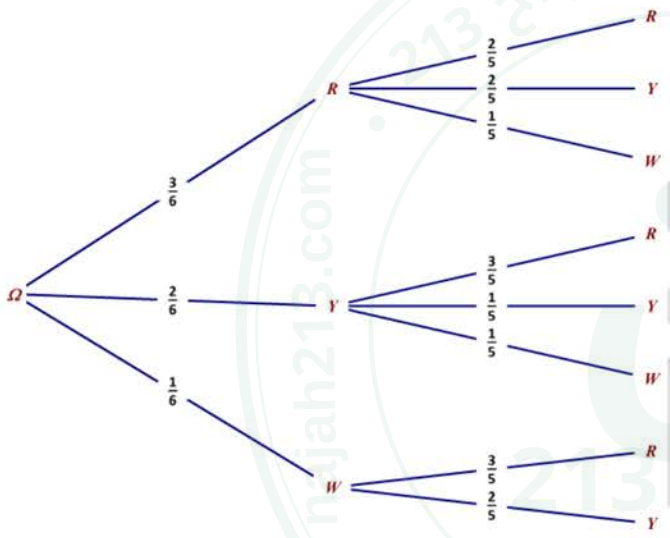
$$P(2X+Y=13)=\boxed{\frac{3}{61}}$$

حل التمرين 27

❶ تمثيل الوضعية بشجرة الاحتمال:

نضع:

R: الوردة الحمراء، Y الوردة صفراء، W: الوردة بيضاء



❶ حساب احتمال الحوادث التالية:

أ/ A: "الحصول على وردتين حمراوين":

$$P(A)=P(RR)=\frac{3}{6}\frac{2}{5}=\frac{6}{30}=\boxed{\frac{1}{5}}$$

ب/ B: "الحصول على وردة صفراء على الأقل":

$$P(A)=P(RY)+P(YR)+P(YY)+P(YW)+P(WY)$$
$$=\frac{3}{6}\frac{2}{5}+\frac{2}{6}\frac{3}{5}+\frac{2}{6}\frac{1}{5}+\frac{2}{6}\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\frac{2}{5}=\frac{18}{30}=\boxed{\frac{3}{5}}$$

ج/ C: "الحصول على وردتين ليس لهما نفس اللون":

$$P(C)=1-\big(P(RR)+P(YY)\big)$$
$$=1-\left(\frac{3}{6}\frac{2}{5}+\frac{2}{6}\frac{1}{5}\right)=\frac{30}{30}-\frac{8}{30}=\frac{22}{30}=\boxed{\frac{11}{15}}$$

❷ تعيين بدلالة m القيم التي يأخذها المتغير X:

$$X=\{10-m;30-m;110-m;-m\}$$

❸ تعيين قانون احتمال المتغير X:

الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

x_i	$10-m$	$30-m$	$110-m$	$-m$
$P(X=x_i)$	$\frac{6}{30}$	$\frac{10}{30}$	$\frac{2}{30}$	$\frac{12}{30}$

❹ حساب بدلالة m الأمل الرياضياتي للمتغير X:

$$E(X)=\frac{6(10-m)}{30}+\frac{10(30-m)}{30}+\frac{2(110-m)}{30}+\frac{12(-m)}{30}$$
$$=\frac{60-6m+300-10m+220-2m-12m}{30}$$
$$=\frac{-30m+580}{30}$$
$$=\boxed{-m+\frac{58}{3}}$$

❺ تعيين قيمة m حتى تكون اللعبة عادلة:

$$E(X)=0\Rightarrow -m+\frac{58}{3}=0$$
$$\Rightarrow \boxed{m=\frac{58}{3}}$$

❻ إذا دفع الزبون 20 دينار، هل المشاركة في هاته اللعبة من مصلحته:

$$E(X)=-20+\frac{58}{3}=\frac{-60+58}{3}=-\frac{2}{3}<0$$

إذن إذا دفع 20 دينار اللعبة ليست في صالحه

❼ حساب الانحراف المعياري في حالة $m=20$:

لدينا:

$$V(X)=\frac{6(-10)^2}{30}+\frac{10(10)^2}{30}+\frac{2(90)^2}{30}+\frac{12(-20)^2}{30}-\left(-20+\frac{58}{3}\right)^2$$
$$=\frac{22600}{30}-\left(-\frac{2}{3}\right)^2=\frac{6776}{9}$$

ومنه:

$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{6776}{9}}=\boxed{\frac{22\sqrt{14}}{3}}\approx 27.43$$

حل التمرين 28

I)

❶ تمثيل هذه التجربة على شجرة الاحتمالات:

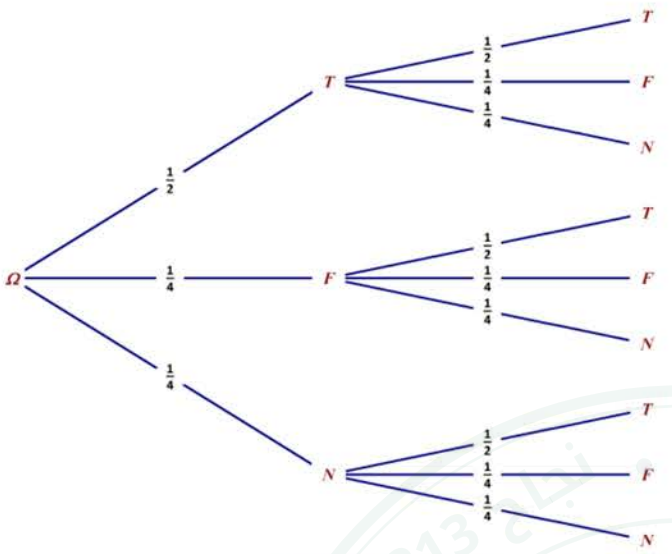
نحسب أولا احتمال الإجابة الخاطئة:

نضع x احتمال الإجابة الخاطئة أو عدم الإجابة على السؤال

لدينا:

$$\sum p_i=1\Rightarrow \frac{1}{2}+x+x=1\Rightarrow x=\frac{1}{4}$$

نضع: T: إجابة صحيحة، F: إجابة خاطئة، N: عدم الاجابة



❷ حساب احتمال الحوادث التالية:

- $P(A)=P(T\cap T)=\frac{1}{2}\frac{1}{2}=\boxed{\frac{1}{4}}$
- $P(B)=P(T\cap N)+P(F\cap N)+P(N\cap N)$
$=\frac{1}{2}\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\frac{1}{4}=\boxed{\frac{1}{4}}$
- $P(C)=P(T\cap T)+P(T\cap F)+P(T\cap N)+P(F\cap T)+P(N\cap T)$
$=\frac{1}{2}\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\frac{1}{2}=\boxed{\frac{3}{4}}$

II)

❶ القيم الممكنة للمتغير العشوائي X:

$$X(\Omega)=\{0;1;2;4\}$$

❶ تعريف قانون الاحتمال X:

x_i	0	1	2	4
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

❷ حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$:

$$E(X)=0\frac{1}{4}+1\frac{1}{4}+2\frac{1}{4}+4\frac{1}{4}=\boxed{\frac{7}{4}}$$

• لدينا $E(X)>0$ ومنه: نستنتج أنّ احتمال تحصل التلميذ على نقاط جيدة كبير

حل التمرين 29

❶ تبيين أنّ $P_1=0.1$:

لدينا:

الخليل للرياضيات
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

- $P_5 = 2P_6 \Rightarrow P_1 = 2P_6 \Rightarrow P_6 = \frac{1}{2}P_1$
- $P_4 = 2P_3 \Rightarrow P_4 = 2(2P_1) \Rightarrow P_4 = 4P_1$

$$\sum p_i = 1 \Rightarrow P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 = 1$$

$$\Rightarrow P_1 + P_2 + 2P_1 + 4P_1 + P_1 + \frac{1}{2}P_1 = 1$$

$$\Rightarrow \frac{17}{2}P_1 + 0.15 = 1$$

$$\Rightarrow P_1 = \frac{0.85}{\frac{17}{2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{P_1 = 0.1}$$

- استنتج P_3، P_4، P_5، P_6:

$$2P_1 = \boxed{P_3 = 0.2}$$

$$2P_3 = \boxed{P_4 = 0.4}$$

$$P_1 = \boxed{P_5 = 0.1}$$

$$P_5 = 2P_6 \Rightarrow P_6 = \frac{1}{2}P_5 \Rightarrow \boxed{P_6 = 0.05}$$

❷ تعيين احتمال الحوادث الآتية:

$$P(A) = P_1 + P_3 + P_5 = 0.1 + 0.2 + 0.1 = \boxed{0.4}$$

$$P(B) = P_1 + P_2 + P_3 = 0.1 + 0.15 + 0.2 = \boxed{0.45}$$

$$P(C) = P_2 + P_5 = 0.15 + 0.1 = \boxed{0.25}$$

$$P(A \cap C) = P_5 = 0.1 = \boxed{0.1}$$

$$P(A \cup C) = P_1 + P_2 + P_3 + P_5$$
$$= 0.1 + 0.15 + 0.2 + 0.1 = \boxed{0.55}$$

أو:

$$P(A \cup C) = P(A) + P(C) - P(A \cap C)$$
$$= 0.4 + 0.25 - 0.1 = \boxed{0.55}$$

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.4 = \boxed{0.6}$$

حل التمرين 30

❶

أ/ تعيين القيم الممكنة للمتغير X:

$$X(\Omega) = \{(0-10); (10-10); (20-10); (30-10)\}$$

أي: $X(\Omega) = \{-10; 0; 10; 20\}$

ب/ تعيين قانون احتمال X:

x_i	-10	0	10	20
$P(X = x_i)$	$\frac{4}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$

ج/ حساب $P(X > 0)$:

$$P(X > 0) = P(X = 10) + P(X = 20)$$
$$= \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \boxed{\frac{2}{9}}$$

د/ حساب $E(X)$:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{4} P_i x_i = -10\frac{4}{9} + 0\frac{3}{9} + 10\frac{1}{9} + 20\frac{1}{9}$$

$$= \boxed{\frac{-10}{9}}$$

❷ ايجاد أصغر عدد من الجولات التي يمكن تنظيمها حتى لا تكون هناك خسارة مالية لمنظم اللعبة:

• نضع n هو عدد الجولات

• مبلغ الجهاز هو 250 أي أنّ صاحب الجهاز رصيـــــده -250 دينار

بفرض أنّ جميع الحالات يخسر فيها اللاعب أي أحتمال

$$P(-10) = 1$$

ومنه:

$$-10n = -250 \Rightarrow \boxed{n = 25}$$

❸ تعيين الرقم الذي يجب وضعه في هذه الخانة:

الربح المالي للاعب مساوي لـ 0 معناه $E(X) = 0$

نضع m هو رقم الخانة التي نبحث عن قيمتها

$$E(X) = 0$$

$$\Rightarrow -10\frac{4}{9} + 0\frac{3}{9} + 10\frac{1}{9} + (m-10)\frac{1}{9} = 0$$

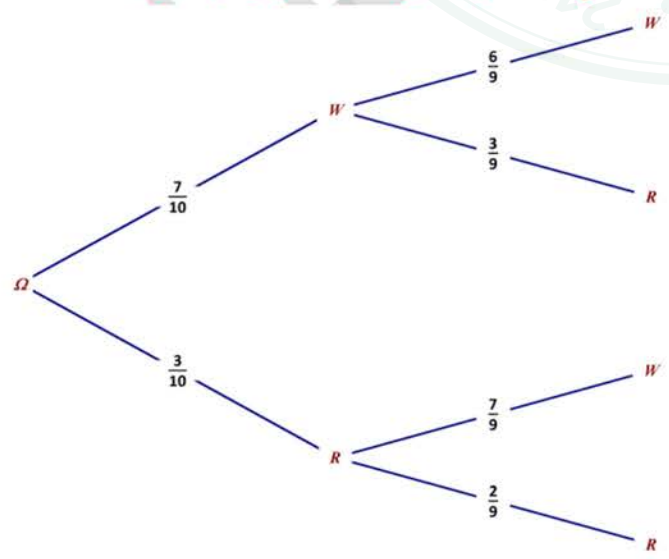
$$\Rightarrow \frac{-40}{9} + \frac{10}{9} + \frac{m}{9} - \frac{10}{9} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{m}{9} = \frac{40}{9}$$

$$\Rightarrow \boxed{m = 40}$$

حل التمرين 31

❶ نضع: W: قريصة بيضاء، R قريصة حمراء



الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

$$P(A) = P(W \cap R) = \frac{7}{10} \times \frac{3}{9} = \frac{21}{90} = \boxed{\frac{7}{30}}$$

$$P(B) = P(W \cap R) + P(R \cap W)$$

$$= \frac{7}{10} \times \frac{3}{9} + \frac{3}{10} \times \frac{7}{9} = \frac{21+21}{90} = \boxed{\frac{7}{15}}$$

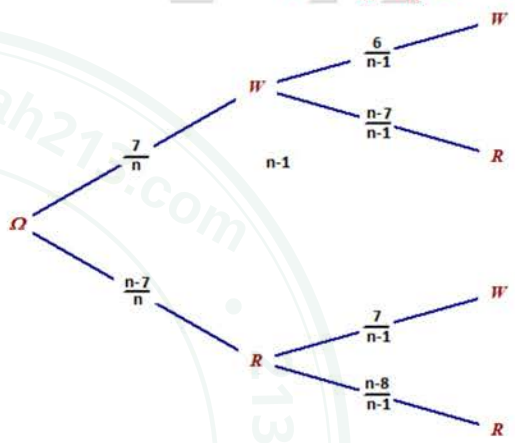
$$P(C) = P(W \cap W) = \frac{7}{10} \times \frac{6}{9} = \frac{21}{90} = \boxed{\frac{7}{15}}$$

$$P(D) = P(W \cap W) + P(R \cap R)$$

$$= \frac{7}{10} \times \frac{6}{9} + \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{42+6}{90} = \boxed{\frac{8}{15}}$$

1

أ/ اثبات أنّ $P_n = \frac{14(n-7)}{n^2-n}$:



$$P_n = P(W \cap R) + P(R \cap W)$$

$$= \frac{7}{n} \times \frac{n-7}{n-1} + \frac{n-7}{n} \times \frac{7}{n-1}$$

$$= \frac{7(n-7) + 7(n-7)}{n(n-1)}$$

$$= \frac{14(n-7)}{n^2-n}$$

ب/ قيم n التي يكون من أجلها لـ P_n قيمة حدية عظمى:

نضع

$$f(x) = \frac{14(x-7)}{x^2-x}$$

لدينا:

$$f'(x) = \frac{14x^2 - 14x - (2x-1)14(x-7)}{(x^2-x)^2}$$

$$= \frac{14x^2 - 14x - 14(2x^2 - 15x + 7)}{(x^2-x)^2}$$

$$= \frac{14(x^2 - x - 2x^2 + 15x - 7)}{(x^2-x)^2}$$

$$= \frac{14(-x^2 + 14x - 7)}{(x^2-x)^2}$$

لدينا: $(x^2-x)^2 > 0$ إذن إشارة $f'(x)$ من البسط:

$$-x^2 + 14x - 7 = 0$$

لدينا: $\Delta = 168 = \left(2\sqrt{42}\right)^2$

ومنه:

$$x_1 = \frac{-14 - 2\sqrt{42}}{-2} = 7 + \sqrt{42} \approx 13.48$$

أو

$$x_2 = \frac{-14 + 2\sqrt{42}}{-2} = 7 - \sqrt{42} \approx 0.5$$

الدالة تبلغ قيمة حدية عظمة لما $x \approx 13.48$

وبما أن $n \in \mathbb{N}$ إذن قيم n التي يكون من أجلها لـ P_n قيمة حدية عظمى هي $n \in \{13; 14\}$

- تعيين قيمة P_n المناسبة:

$$P_{13} = \frac{14(13-7)}{13^2-13} = \frac{7}{13}$$

$$P_{14} = \frac{14(14-7)}{14^2-14} = \frac{7}{13}$$

إذن قيمة P_n المناسبة هي: $\boxed{\frac{7}{13}}$

حل التمرين 32

- تعيين قيمة α و β حتى يكون التباين لـ X مساويا لـ1.2044:

لدينا:

$$\sum_{i=1}^{4} P_i = 1 \Longrightarrow 0.25 + 0.4 + \beta + 0.24 = 1$$

$$\Longrightarrow \boxed{\beta = 0.11}$$

ولدينا:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{4} x_i P_i$$

$$= -1 \times 0.25 + \alpha \times 0.4 + 1 \times \underbrace{0.11}_{\beta} + 2 \times 0.24$$

$$= \boxed{0.34 + 0.4\alpha}$$

$$V(X) = 1.2044$$

$$\Longrightarrow \sum_{i=1}^{4} x_i^2 P_i - \left(E(X)\right)^2 = 1.2044$$

$$\Longrightarrow (-1)^2 0.25 + \alpha^2 0.4 + (1)^2 0.11 + (2)^2 0.24 - (0.34 + 0.4\alpha)^2 = 1.2044$$

$$\Longrightarrow \alpha^2 0.4 + 1.32 - (0.1156 + 0.16\alpha^2 + 0.272\alpha) = 1.2044$$

$$\Longrightarrow 0.24 \times \alpha^2 - 0.272 \times \alpha + 1.2044 = 1.2044$$

$$\Longrightarrow 0.24 \times \alpha^2 - 0.272 \times \alpha = 0$$

$$\Longrightarrow \alpha(0.24\alpha - 0.272) = 0$$

الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0 \\ \text{أو} \\ 0.24\alpha - 0.272 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0 \\ \text{أو} \\ \alpha = \dfrac{17}{15} \end{cases}$$

إذن: $\alpha = \left\{0; \frac{17}{15}\right\}$

حل التمرين 33

❶

أ/ تمثيل هاته التجربة في جدول:

	1	2	3	4	5	6
1	/	(2; 1)	(3; 1)	(4; 1)	(5; 1)	(6; 1)
2	/	/	(3; 2)	(4; 2)	(5; 2)	(6; 2)
3	/	/	/	(4; 3)	(5; 3)	(6; 3)
4	/	/	/	/	(5; 4)	(6; 4)
5	/	/	/	/	/	(6; 5)
6	/	/	/	/	/	/

ب/ تعيين بدلالة m قيم المتغير X وتعيين قانون احتماله:

$X(\Omega) = \{2m - 10; -20; m - 15\}$

x_i	$2m-10$	-20	$m-15$
$P(X = x_i)$	$\frac{3}{15}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{9}{15}$

ج/ حساب الامل الرياضياتي بدلالة m:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{3} x_i P_i$$
$$= \frac{(2m-10)3}{15} + \frac{(-20)3}{15} + \frac{(m-15)9}{15}$$
$$= \frac{6m - 30 - 60 + 9m - 135}{15}$$
$$= \boxed{m - 15}$$

د/ تعيين قيم m حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب:

تكون اللعبة في صالح اللاعب لما $E(X) > 0$، وعليه:

$$E(X) > 0 \Rightarrow m - 15 > 0$$
$$\Rightarrow \boxed{m > 15}$$

❷ نفرض أنّ $m = 20$:

أ/ حساب الانحراف المعياري للمتغير X:

$$V(X) = \sum_{i=1}^{3} (x_i)^2 P_i - \left(E(X)\right)^2$$
$$= \frac{(30)^2 \times 3}{15} + \frac{(-20)^2 \times 3}{15} + \frac{(5)^2 \times 9}{15} - (5)^2$$
$$= \boxed{250}$$

ومنه:

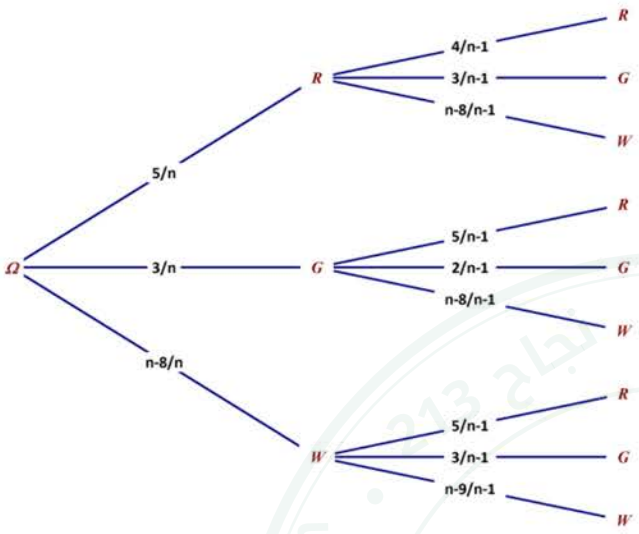
$$\sigma(X) = \sqrt{V(x)} = \sqrt{250} = 5\sqrt{10} \approx \boxed{15.81}$$

ب/ حساب احتمال الحادثة $X > 10$:

$$P(X > 10) = P(X = 30) = \boxed{\frac{3}{15}}$$

حل التمرين 34

ج/ حساب احتمال الحصول على كريتين بيضاوين:



$$P(WW) = \frac{n-8}{n}\frac{n-9}{n-1} = \boxed{\frac{(n-8)(n-9)}{n^2-n}}$$

- اثبات أنّ: $P(n) = \frac{n^2-17n+98}{n^2-n}$:

$$P(n) = P(R \cap R) + P(G \cap G) + P(W \cap W)$$
$$= \frac{5}{n} \times \frac{4}{n-1} + \frac{3}{n} \times \frac{2}{n-1} + \frac{n-8}{n} \times \frac{n-9}{n-1}$$
$$= \frac{20 + 6 + n^2 - 17n + 72}{n^2 - n}$$
$$= \boxed{\frac{n^2 - 17n + 98}{n^2 - n}}$$

حل التمرين 35

C_2 \ C_1	0	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{4\pi}{3}$
0	0	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
0	0	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	1	-1	-1
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	1	-1	-1
$\frac{\pi}{2}$	1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
$\frac{\pi}{2}$	1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

❶

أ/ تعريف قانون احتمال X

لدينا:

$$X(\Omega)=\left\{-\frac{\sqrt{3}}{2};-1;-\frac{1}{2};0;\frac{1}{2};1;\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$$

ومنه:

X	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$P(X=x_i)$	$\frac{4}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{4}{36}$

أي:

X	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$

ب/ حساب الأمل الرياضياتي، التباين والانحراف للمتغير العشوائي X:

- $E(X)=\sum_{i=1}^{7}x_ip_i$

$$=\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{1}{9}\right)+(-1)\left(\frac{1}{9}\right)+\cdots+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{1}{9}\right)$$

$$=\boxed{\frac{1}{6}}$$

- $V(X)=\sum_{i=1}^{7}(x_i)^2p_i-\left(E(X)\right)^2$

$$=\left[\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2\left(\frac{1}{9}\right)+\cdots+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2\left(\frac{1}{9}\right)\right]-\left(\frac{1}{6}\right)^2$$

$$=\frac{7}{12}-\frac{1}{36}$$

$$=\boxed{\frac{5}{9}}$$

- $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\boxed{\frac{\sqrt{5}}{3}}$

❷

أ/ تعيين مجموعة قيم المتغير العشوائي Y:

ومنه:

$$Y(\Omega)=\{-50;+100\}$$

Y	-50	$+100$
$P(Y=y_i)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

ب/ حساب $E(X)$، $V(X)$ و $\sigma(X)$:

- $E(Y)=\sum_{i=1}^{2}y_ip_i$

$$=(-50)\left(\frac{2}{3}\right)+(100)\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$=\boxed{0}$$

- $V(Y)=\sum_{i=1}^{2}(y_i)^2p_i-\left(E(Y)\right)^2$

$$=\left[(-50)^2\left(\frac{2}{3}\right)+(100)^2\left(\frac{1}{3}\right)\right]-(0)^2$$

$$=\boxed{5000}$$

- $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}$

$$\approx\boxed{70.7}$$

❶ هل اللعبة في صالح اللاعب؟ علل إجابتك

لدينا:

$$E(Y)=0$$

إذن اللعبة عادلة بالنسبة للاعب

حل التمرين 36

β \ α	1	2	3	4	5
1	(1; 1)	(2; 1)	(3; 1)	(4; 1)	(5; 1)
2	(1; 2)	(2; 2)	(3; 2)	(4; 2)	(5; 2)
3	(1; 3)	(2; 3)	(3; 3)	(4; 3)	(5; 3)
4	(1; 4)	(2; 4)	(3; 4)	(4; 4)	(5; 4)
5	(1; 5)	(2; 5)	(3; 5)	(4; 5)	(5; 5)

مجموع الإمكانيات هو 25

❶ حساب احتمال الحدثين التاليين:

- A: "الرقمان α و β يحققان المساواة $\alpha-\beta=\beta$":

لدينا: $\alpha-\beta=\beta$ معناه $\alpha=2\beta$

الإمكانيات التي تحقق المساواة "$\alpha=2\beta$" ، هي $(2;1)$ ، $(4;2)$

$$p(A)=\boxed{\frac{2}{25}}$$

- B: "α و β يحققان المتباينة $|\alpha-\beta|\leq 1$":

نملأ الجدول بـ $|\alpha-\beta|$ ثم نلاحظ القيم التي تحقق $|\alpha-\beta|\leq 1$

β \ α	1	2	3	4	5
1	0	1	2	3	4
2	1	0	1	2	3
3	2	1	0	1	2
4	3	2	1	0	1
5	4	3	2	1	0

$$p(B)=\boxed{\frac{13}{25}}$$

الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

❷ تعيين القيم الممكنة لـ X، ثم كتابة قانون احتماله:

قيم المتغير العشوائي X هي: $X(\Omega)=\{0;1;2;3;4\}$

x_i	0	1	2	3	4
$p(X=x_i)$	$\frac{5}{25}$	$\frac{8}{25}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{2}{25}$

❸ تعيين القيم الممكنة لـ Y، ثم كتابة قانون احتماله:

لدينا: $\Delta=\alpha^2-4\beta$

لما: $\Delta>0$ للمعادلة حلين، لما: $\Delta=0$ للمعادلة حل وحيد، لما: $\Delta<0$ المعادلة لا تقبل حلولا

ومنه قيم Y هي: $Y(\Omega)=\{0;1;2\}$

نملأ الجدول السابق بقيم $\alpha^2-4\beta$:

β \ α	1	2	3	4	5
1	−3	0	5	12	21
2	−7	−4	1	8	17
3	−11	−3	−3	4	13
4	−15	−12	−7	0	9
5	−19	−16	−11	−4	5

ومنه:

x_i	0	1	2
$p(Y=x_i)$	$\frac{13}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{10}{25}$

حل التمرين 37

(I

❶ تعيين بواسطة مخطط عدد عناصر Ω:

	B_0	B_3	B_5	R_1	R_3	R_7	G_3
B_0		B_3B_0	B_5B_0	R_1B_0	R_3B_0	R_7B_0	G_3B_0
B_3	B_0B_3		B_5B_3	R_1B_3	R_3B_3	R_7B_3	G_3B_3
B_5	B_0B_5	B_3B_5		R_1B_5	R_3B_5	R_7B_5	G_3B_5
R_1	B_0R_1	B_3R_1	B_5R_1		R_3R_1	R_7R_1	G_3R_1
R_3	B_0R_3	B_3R_3	B_5R_3	R_1R_3		R_7R_3	G_3R_3
R_7	B_0R_7	B_3R_7	B_5R_7	R_1R_7	R_3R_7		G_3R_7
G_3	B_0G_3	B_3G_3	B_5G_3	R_1G_3	R_3G_3	R_7G_3	

ومنه: عدد امكانيات هاته التجربة هو 42

❷ حساب احتمال الحوادث التالية:

• الحادثة A: "سحب كريتان مختلفتان في اللون":

$$P(A)=\frac{30}{42}=\boxed{\frac{5}{7}}$$

• الحادثة B: "سحب كريتان تحملان نفس الرقم"

$$P(B)=\frac{6}{42}=\boxed{\frac{1}{7}}$$

$$P(C)=\frac{36}{42}=\frac{6}{7}$$

$$P(A)=\frac{30}{42}=\boxed{\frac{5}{7}}$$

$$P(E)=\frac{16}{42}=\boxed{\frac{8}{21}}$$

$$P(F)=\frac{12}{42}=\boxed{\frac{2}{7}}$$

(II

❶ تعيين مجموعة قيم المتغير العشوائي X:

$X(\Omega)=\{0;1;2\}$

- قانون احتمال X:

	B_0	B_3	B_5	R_1	R_3	R_7	G_3
B_0		B_3B_0	B_5B_0	R_1B_0	R_3B_0	R_7B_0	G_3B_0
B_3	B_0B_3		B_5B_3	R_1B_3	R_3B_3	R_7B_3	G_3B_3
B_5	B_0B_5	B_3B_5		R_1B_5	R_3B_5	R_7B_5	G_3B_5
R_1	B_0R_1	B_3R_1	B_5R_1		R_3R_1	R_7R_1	G_3R_1
R_3	B_0R_3	B_3R_3	B_5R_3	R_1R_3		R_7R_3	G_3R_3
R_7	B_0R_7	B_3R_7	B_5R_7	R_1R_7	R_3R_7		G_3R_7
G_3	B_0G_3	B_3G_3	B_5G_3	R_1G_3	R_3G_3	R_7G_3	

- اللون الأزرق لما نسحب كريتين سوداويين
- اللون الأصفر لما نسحب كرة سوداء فقط
- اللون الأخضر لما لا نسحب أي كرة سوداء

ومنه:

X	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{12}{42}$	$\frac{24}{42}$	$\frac{6}{42}$

أي:

X	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{7}$

❷ حساب الأمل الرياضياتي، التباين والانحراف للمتغير العشوائي X:

- $E(X)=\sum_{i=1}^{3}x_ip_i=(0)\left(\frac{2}{7}\right)+(1)\left(\frac{4}{7}\right)+(2)\left(\frac{1}{7}\right)$
$\approx\boxed{0.85}$
- $V(X)=\sum_{i=1}^{3}(x_i)^2p_i-\left(E(X)\right)^2$
$=\left[(0)^2\left(\frac{2}{7}\right)+(1)^2\left(\frac{4}{7}\right)+(2)^2\left(\frac{1}{7}\right)\right]-\left(\frac{6}{7}\right)^2$
$=\boxed{2}$
- $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}$
$=\boxed{\sqrt{2}}$

(III

❶ تعيين مجموعة قيم المتغير العشوائي Y:

$Y(\Omega)=\{0;1;2;3;4;5;6;7\}$

الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

- قانون احتمال Y:

	B_0	B_3	B_5	R_1	R_3	R_7	G_3
B_0		3	5	1	3	7	3
B_3	3		2	2	0	4	0
B_5	5	2		4	2	2	2
R_1	1	2	4		2	6	2
R_3	3	0	2	2		4	0
R_7	7	4	2	6	4		4
G_3	3	0	2	2	0	4	

ومنه:

Y	0	1	2	3	4	5	6	7
$P(Y=y_i)$	$\frac{6}{42}$	$\frac{2}{42}$	$\frac{14}{42}$	$\frac{6}{42}$	$\frac{8}{42}$	$\frac{2}{42}$	$\frac{2}{42}$	$\frac{2}{42}$

أي:

Y	0	1	2	3	4	5	6	7
$P(Y=y_i)$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{21}$

❷ حساب الأمل الرياضياتي، التباين والانحراف للمتغير العشوائي Y:

- $E(Y)=\sum_{i=1}^{8} y_i p_i$

$$=(0)\left(\frac{1}{7}\right)+(1)\left(\frac{1}{21}\right)+\cdots+(6)\left(\frac{1}{21}\right)+(7)\left(\frac{1}{21}\right)$$
$$=\frac{1}{21}+\frac{2}{3}+\frac{3}{7}+\frac{16}{21}+\frac{5}{21}+\frac{6}{21}+\frac{7}{21}$$
$$=\frac{58}{21}$$
$$\approx \boxed{2.76}$$

- $V(Y)=\sum_{i=1}^{8}(y_i)^2 p_i-\left(E(Y)\right)^2$

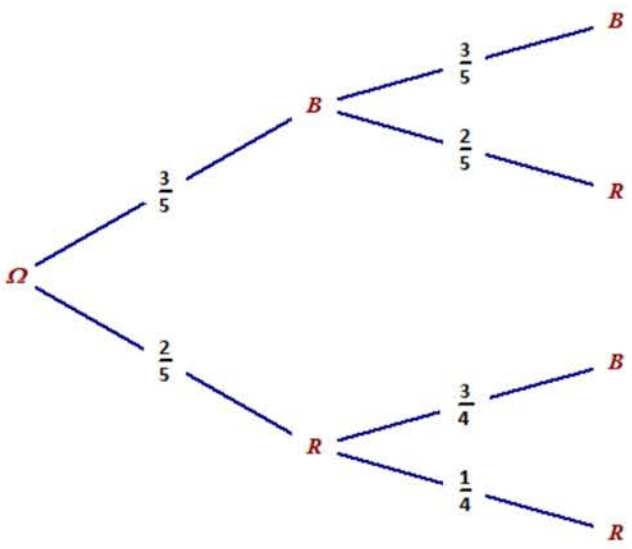
$$=\left[(0)^2\left(\frac{1}{7}\right)+(1)^2\left(\frac{1}{21}\right)+\cdots+(7)^2\left(\frac{1}{21}\right)\right]-\left(\frac{58}{21}\right)^2$$
$$=\frac{1}{21}+\frac{4}{3}+\frac{9}{7}+\frac{64}{21}+\frac{25}{21}+\frac{36}{21}+\frac{49}{21}-\left(\frac{58}{21}\right)^2$$
$$=\frac{1466}{441}$$
$$\approx \boxed{3.32}$$

- $\sigma(Y)=\sqrt{V(Y)}=\sqrt{3.32}\approx \boxed{1.82}$

حل التمرين 38

❶

أ/ نمذجة التجربة بشجرة الاحتمالات:



ب/ حساب احتمال أن تكون الكرية الثانية حمراء:

نسمي: الحدث A: " احتمال أن تكون الكرية المسحوبة الثانية حمراء"

$$p(A)=p(B\cap R)+p(R\cap R)$$
$$=\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{6}{25}+\frac{2}{20}$$
$$=\boxed{\frac{17}{50}}$$

❷

أ/ تعيين مجموعة المتغير العشوائي X:

$$X(\Omega)=\{0;1;2\}$$

ب/ تبيين أنّ $p(X=1)=\frac{27}{50}$:

$$p(X=1)=p(B\cap R)+p(R\cap B)$$
$$=\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}$$
$$=\frac{6}{25}+\frac{6}{20}$$
$$=\boxed{\frac{27}{50}}$$

- تعريف قانون احتمال المتغير العشوائي X:

$$p(X=0)=p(B\cap B)=\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}=\boxed{\frac{9}{25}}$$

$$p(X=2)=p(R\cap R)=\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{2}{20}=\boxed{\frac{1}{10}}$$

ومنه:

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{9}{25}$	$\frac{27}{50}$	$\frac{1}{10}$

ج/ حساب $E(X)$ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X:

$$E(X)=0\frac{9}{25}+1\frac{27}{50}+2\frac{1}{10}$$
$$=\boxed{\frac{37}{50}}\approx 0.74$$

الخليل للرياضيات
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

حل التمرين 39

❶

	H_1	H_2	H_3	F_1	F_2
H_1		H_2H_1	H_3H_1	F_1H_1	F_2H_1
H_2			H_3H_2	F_1H_2	F_2H_2
H_3				F_1H_3	F_2H_3
F_1					F_2F_1
F_2					

أ/ حساب $p(A)$ ، $p(B)$:

$$p(A) = \boxed{\frac{4}{10}}$$

$$p(B) = 1 - p(A) = 1 - \frac{4}{10} = \boxed{\frac{6}{10}}$$

$$p(B) = \boxed{\frac{6}{10}}$$

ب/ تبيين أنّ $p(C)$ احتمال الحادث C يساوي $\frac{2}{5}$:

$$p(C) = \frac{4}{10} = \boxed{\frac{2}{5}}$$

❷

أ/ تبرير أن مجموعة قيم X هي $\{0; 1; 2\}$:

اللجنة تتكون من عضوين فقط، ولدينا عدد الرجال هو 3 ومنه يمكن اختيار اللجنة من:

- رجل ورجل =2 رجل
- رجل وأمرأة = 1 رجل
- إمراة وامراة =0 رجل

ومنه: $X(\Omega) = \{0; 1; 2\}$

ب/ عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضياتي $E(X)$

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{3}{10}$

ج/ حساب $E(X)$ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X:

$$E(X) = 0\frac{1}{10} + 1\frac{6}{10} + 2\frac{3}{10} = \boxed{\frac{6}{5}} \approx 1.2$$

حل التمرين 40

❶ حساب $p(A)$ و $p(B)$ و $p(C)$:

$$p(A) = \frac{3}{9} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

$$p(B) = \boxed{\frac{2}{9}}$$

$$p(C) = \boxed{\frac{2}{9}}$$

❷ حساب احتمال سحب سؤال رقمه مختلف عن الـ 1:

نضع: الحدث D: " سحب سؤال رقمه مختلف عن الـ 1":

$$p(D) = \frac{6}{9} = \boxed{\frac{2}{3}}$$

❸

أ/ التبرير أنّ مجموعة قيم X هي $\{1; 2; 3; 4\}$:

لدينا أسئلة الهندسة مرقمة من 1 إلى 3 وأسئلة الجبر مرقمة من 1 إلى 3 وأسئلة التحليل مرقمة من 1 إلى 2

إذن مجموعة قيم X هي: $\{1; 2; 3; 4\}$

ب/ تعيين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X :

x_i	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	$\frac{3}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$

- حساب $E(X)$:

$$E(X) = 1\frac{3}{9} + 2\frac{3}{9} + 3\frac{2}{9} + 4\frac{1}{9} = \boxed{\frac{19}{9}} \approx 2.1$$

ج/ استنتاج قيمة $E(2021X + 1442)$:

$$\begin{aligned} E(2021X + 1442) &= E(2021X) + 1442 \\ &= 2021E(X) + 1442 \\ &= 2021\frac{19}{9} + 1442 \\ &= \frac{51377}{9} \\ &\approx \boxed{5708.5} \end{aligned}$$

حل التمرين 41

❶

	B	B	B	V	V	V	V
B		BB	BB	VB	VB	VB	VB
B			BB	VB	VB	VB	VB
B				VB	VB	VB	VB
V					VV	VV	VV
V						VV	VV
V							VV
V							

الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

$$P(A) = \frac{12}{21} = \boxed{\frac{4}{7}}$$

$$p(B) = 1 - p(A) = 1 - \frac{4}{7} = \boxed{\frac{3}{7}}$$

❷

أ/ تبرير أن قيم المتغير العشوائي هي $\{100-\alpha; 50-\alpha; -\alpha\}$:

اللاعب يدفع $a(DA)$ ثم يسحب كريتين:

فإذا سحب كريتين بيضاوين يتحصل على $100DA$

ومنه: $X = 100 - \alpha$

اذا سحب كريتين مختلفتين في اللون يتحصل على $50DA$

ومنه: $X = 50 - \alpha$

واذا سحب سحب كريتين خضراوين يخسر ما دفعه

ومنه: $X = -\alpha$

وعليه قيم المتغير العشوائي هي

$\{100-\alpha; 50-\alpha; -\alpha\}$

- تعريف قانون احتمال X:

x_i	$100-\alpha$	$50-\alpha$	$-\alpha$
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{7}$

ب/ تبيين أنّ $E(X) = -\alpha + \frac{300}{7}$:

$$E(X) = (100-\alpha)\frac{1}{7} + (50-\alpha)\frac{4}{7} + (-\alpha)\frac{2}{7}$$

$$= \frac{100 - \alpha + 200 - 4\alpha - 2\alpha}{7} = \frac{300 - 7\alpha}{7}$$

$$= \boxed{-\alpha + \frac{300}{7}}$$

- إيجادأكبر قيمة ممكنة لـ α :

حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب يجب أن يكون:

$$E(X) > 0$$

$$\Rightarrow -\alpha + \frac{300}{7} > 0$$

$$\Rightarrow \alpha < \frac{300}{7}$$

$$\Rightarrow \alpha < 42.85$$

ومنه $\boxed{\alpha = 42DA}$

حل التمرين 42

❶ تبيين أنّ عدد اللجان التي يمكن تشكيلها هو 42:

	H_1	H_2	H_3	F_1	F_2	F_3	F_4
H_1		H_2H_1	H_3H_1	F_1H_1	F_2H_1	F_3H_1	F_4H_1
H_2	H_1H_2		H_3H_2	F_1H_2	F_2H_2	F_3H_2	F_4H_2
H_3	H_1H_3	H_2H_3		F_1H_3	F_2H_3	F_3H_3	F_4H_3
F_1	H_1F_1	H_2F_1	H_3F_1		F_2F_1	F_3F_1	F_4F_1
F_2	H_1F_2	H_2F_2	H_3F_2	F_1F_2		F_3F_2	F_4F_2
F_3	H_1F_3	H_2F_3	H_3F_3	F_1F_3	F_2F_3		F_4F_3
F_4	H_1F_4	H_2F_4	H_3F_4	F_1F_4	F_2F_4	F_3F_4	

من الجدول نجد أن عدد اللجان التي يمكن تشكيلها هو:

$\boxed{42}$

❷

أ/ حساب $p(A)$:

$$p(A) = \frac{18}{42} = \boxed{\frac{3}{7}}$$

- استنتاج $p(B)$:

$$p(B) = 1 - p(A) = 1 - \frac{3}{7} = \boxed{\frac{4}{7}}$$

ب/ حساب $p(C)$ و $p(E)$:

$$p(C) = \frac{6}{42} = \boxed{\frac{1}{7}}$$

$$p(E) = \frac{20}{42} = \boxed{\frac{10}{21}}$$

❸ تعيين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X :

لدينا: $X(\Omega) = \{0; 1; 2\}$ ومنه:

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{7}$

- حساب $E(X)$:

$$E(X) = 0\frac{2}{7} + 1\frac{4}{7} + 2\frac{1}{4} = \frac{0+4+2}{7} = \boxed{\frac{6}{7}}$$

{هذا من فضل ربي}

❤ زكاة العلم نشره ❤

الأستاذ: قويسم الخليل

الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com