najah213.com · نجاح 213

ثانوية أول نوفمبر - الجلفة-

الموسم الدراسي: 2026/2025

المستوى: 3 علوم تجريبية3+4

المدة: 1سا

الفرض الثاني للفصل الأول في مادة الرياضيات

نص التمرين:

I- نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty;1[$ ب : $f(x)=\frac{a}{x-1}e^{\frac{bx}{x-1}}$ ، حيث a و b عددان حقيقيان غير معدومين.

و (C) تمثيلها البياني في معلم ومتعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بقراءة بيانية أوجد:

أ- $f(0)$ ، $f'(0)$ و $\lim_{x\to 1} f(x)$.

ب- فسر بيانيا النتائج المحصل عليها في السؤال 1-أ.

2) أ- بين أنه من أجل كل x من $]-\infty;1[$ فإن:

$$f(x)=\frac{1}{(x-1)^2}e^{\frac{bx}{x-1}}\left(\frac{-ax+a-b}{x-1}\right)$$

ب- أثبت أن $a=1$ و $b=1$.

II- 1) أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$.

2) أ- حدد اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

ب- بين أن المعادلة $f(x)=-\frac{1}{2}$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0;1[$ ثم تحقق أن $0.6<\alpha<0.7$. (فسر بيانيا).

3) أعد رسم (C) ثم استنتج طريقة لرسم المنحنى (C') الممثل للدالة $|f|$.

4) عين قيم الوسط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $|f(x)|=\cos(m)$ حلا وحيدا.

5) تحقق أن المنحنى (C) يقبل لقطتيْ انطاف فاصلتاهما $\frac{1}{\sqrt{2}}$ و $-\frac{1}{\sqrt{2}}$.

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تصحيح الفرض الثاني للفصل الأول

الموضوع : 3 علوم.

I- $f(x) = \frac{a}{x-1} e^{\frac{bx}{x-1}}$; $D_f =]-\infty ; 1[$

1) القراءة البيانية (0,75)

أ- $f(0) = -1$ ، $f'(0) = 0$

ب- $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$

ب/- التفسيرات الهندسية (0,75)

- النقطة $(-1 ; 0)$ نقطة تقاطع (C) مع محور التراتيب.
- المنحنى (C) يقبل مماسا موازيا لحامل محور الفواصل عند النقطة ذات الفاصلة 0.
- المنحنى (C) يقبل نقطة توقف هي $(1 ; 0)$

2) أ- تبين أن: $f'(x) = \frac{1}{(x-1)^2} e^{\frac{bx}{x-1}} \left(\frac{ax+a-ab}{x-1}\right)$ (0,25)

ب- f قابلة للاشتقاق على D_f ولدينا:

$$f'(x) = \frac{-a}{(x-1)^2} e^{\frac{bx}{x-1}} + \frac{a}{x-1} \times \frac{-b}{(x-1)^2} e^{\frac{bx}{x-1}}$$

ومنه

$$f'(x) = \frac{1}{(x-1)^2} e^{\frac{bx}{x-1}} \left(-a - \frac{ab}{x-1}\right)$$

إذن

$$f'(x) = \frac{1}{(x-1)^2} e^{\frac{bx}{x-1}} \left(\frac{-ax+a-ab}{x-1}\right)$$

ب- إثبات أن $a=1$ و $b=1$. (0,25)

لدينا $f(0) = -1$

ومن جهة أخرى $f(0) = -a$

إذن $a = 1$.

ولدينا $f'(0) = 0$

ومن جهة أخرى $f'(0) = -a+ab$

إذن $-a+ab = 0$ ومنه $-1+b = 0$

إذن $b = 1$.

II- 1) حساب النهاية لـ f عند $-\infty$ (0,5)

$$f(x) = \frac{1}{x-1} e^{\frac{x}{x-1}}$$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x-1} e^{\frac{x}{x-1}} = 0$$

www.dzexams.com

Top Maths الأستاذ: بن نعمون

2- اتجاه تغير الدالة f وجدول تغيراتها.

$f'(x) = \frac{1}{x-1} e^{\frac{x}{x-1}} \left(\frac{-x}{x-1}\right)$

إشارة $f'(x)$ من إشارة $\frac{-x}{x-1}$ ولدينا $f'(x) = 0$ من أجل $x = 0$. (0,25)

x	$-\infty$		0		1
$-x$		$+$	0	$-$	
$x-1$		$-$		$-$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

على المجال $]-\infty ; 0]$، الدالة f متناقصة تماما.

على المجال $[0 ; 1[$، الدالة f متزايدة تماما.

ب- تبين أن المعادلة $f(x) = -\frac{1}{2}$ تقبل حلا وحيدا (0,5)

x	$-\infty$		0		1
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	↘	-1	↗	0

الدالة f مستمرة على المجال $]0 ; 1[$ ورتيبة. (0,25)

ولدينا $f(]0 ; 1[) = [-1 ; 0[$ إذن $-1 < -\frac{1}{2} < 0$

ومنه المعادلة $f(x) = -\frac{1}{2}$ تقبل حلا وحيدا α (0,25)

التحقق: $f(0,6) < -\frac{1}{2} < f(0,7)$.

3) إعادة رسم (C) وتمثيل (Γ) المنحنى $|f|$ (0,25)

4) تعيين قيم m حتى تقبل المعادلة $|f(x)| = \cos m$ حلا وحيدا، لدينا $|f(x)| = \cos m$ إذا كان $\cos m = 1$ (0,25)

فإن المعادلة $|f(x)| = \cos m$ تقبل حلا وحيدا وليس مضاعفا ومنه $m = 2k\pi$ مع $k \in \mathbb{Z}$

5) التحقق أن المنحنى (C) يقبل نقطتي انعطاف فاصلتاهما $\frac{1}{\sqrt{2}}$ و $-\frac{1}{\sqrt{2}}$.

f' قابلة للاشتقاق على $]-\infty ; 1[$ ولدينا: (0,5)

$$f''(x) = \frac{2x^2-1}{(x-1)^5} e^{\frac{x}{x-1}}$$ ، $f''(x) = 0$

من أجل $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ أو $x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

لأن $e^{\frac{x}{x-1}} > 0$ وإشارة f'' من إشارة $\frac{2x^2-1}{(x-1)^5}$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{\sqrt{2}}$		$\frac{1}{\sqrt{2}}$		1
$2x^2-1$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$(x-1)^5$		$-$		$-$		$-$	
$f''(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

إذن (C) يقبل نقطتي انعطاف فاصلتاهما $\frac{1}{\sqrt{2}}$ و $-\frac{1}{\sqrt{2}}$.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com