najah213.com · نجاح 213

التاريخ : 2014/11/26 — ثانوية بلحاج قاسم نور الدين الشلف — السنة الدراسية : 2014- 2015
المستوى :3 ثانوي علوم تجريبية — الفرض الثاني المحروس الثلاثي الأول

فرض في مادة الرياضيات – التصحيح اضغط هنا

التمرين الأول : (12 نقطة) - التصحيح

الجزء الأول : لتكن الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g\ x\ = e^x + 2x - e^{-x}$

1) أدرس تغيرات الدالة g.

2) أحسب $0\ g$ ثم استنتج اشارة $x\ g$ في المجموعة $\mathbb{R}$.

الجزء الثاني:

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f\ x\ = x - \dfrac{2x}{e^x + 1}$

وليكن C_f تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $O,\vec{i},\vec{j}$.

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $\dfrac{2x}{e^{-x}+1} = 2x - \dfrac{2x}{e^x+1}$

2) بين أن الدالة f زوجية . ماذا تستنتج بالنسبة للمنحني C_f .

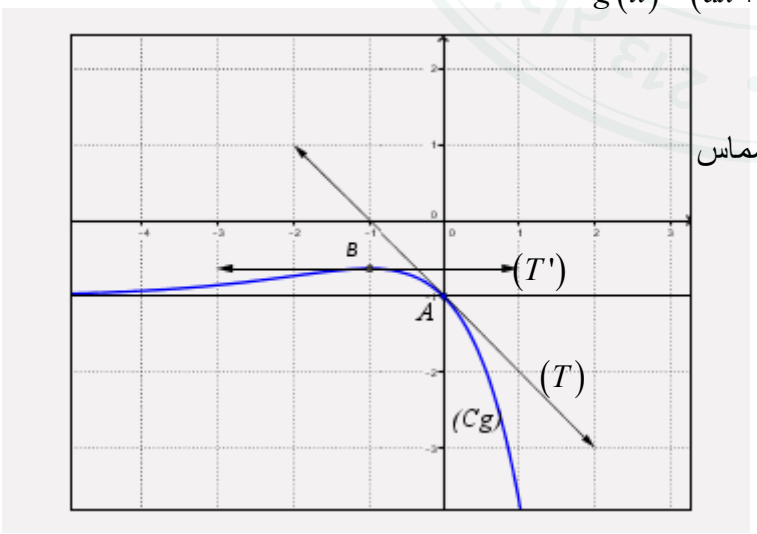
3) أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $f'\ x\ = \dfrac{e^x \times g\ x}{e^x+1^{\ 2}}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها

5) أ) بين ان المستقيم Δ ذي المعادلة $y = -x$ مقارب مائل للمنحني C_f عند $-\infty$ و المستقيم Δ' ذي المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحني C_f عند $+\infty$

ب) أدرس الوضع النسبي لـ C_f بالنسبة الى Δ ثم بالنسبة الى Δ' .

ج) أرسم المستقيمين Δ ، Δ' و C_f .



التمرين الثاني: (08 نقاط) - التصحيح

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=(ax+b)e^x+c$

حيث c,b,a أعداد حقيقية .

(C_g) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل .

(T) المماس لـ (C_g) عند النقطة $A(0;-1)$ و (T') المماس لـ (C_g) عند النقطة $B(-1;e^{-1}-1)$

1- بقراءة بيانية عين : $g(0), g'(0), g'(-1)$.

2- أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T).

3- شكل جدول تغيرات الدالة g.

4- شكل جدول إشارة الدالة g.

5- باستعمال النتائج السابقة عين الأعداد الحقيقية a, b و c.

بالتوفيق في البكالوريا جوان 2015 ☺ أستاذ المادة

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تصحيح الفرض الثاني الثلاثي الأول — المستوى : 3 ثانوي علوم تجريبية — السنة الدراسية : 2014 - 2015

	التنقيط
التصحيح ـ الرجوع الى نص الفرض ـ اضغط هنا	
☜ التمرين الأول : نص التمرين	12 نقطة
☜ الجزء الأول :	
لدينا : $g(x)=e^x+2x-e^{-x}$ $\quad D_g=]-\infty;+\infty[$	
1) دراسة تغيرات الدالة g :	
ب) حساب النهايات :	
• $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(e^x+2x-e^{-x}\right)=-\infty$ لأنَ $\begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty} e^x=0\\ \lim\limits_{x\to-\infty} e^{-x}=+\infty\\ \lim\limits_{x\to-\infty}(2x)=-\infty\end{cases}$	0.5+0.5
• $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(e^x+2x-e^{-x}\right)=+\infty$ لأنَ $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty} e^x=+\infty\\ \lim\limits_{x\to+\infty} e^{-x}=0\\ \lim\limits_{x\to+\infty}(2x)=+\infty\end{cases}$	
ج) حساب المشتقة :	
• لدينا : $g'(x)=e^x+2-\left(-e^{-x}\right)=e^x+2+e^{-x}$ أي $g'(x)=e^x+2+e^{-x}$	0.75
• دراسة إشارة المشتقة :	
لدينا : $g'(x)=0$ يعني $e^x+2+e^{-x}=0$	
أي $e^x+e^{-x}=-2$ (مستحيلة) لانَ $e^x>0$ و $e^{-x}>0$	0.75
• جدول إشارة المشتقة :	

x	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$	+	

ج) جدول تغيرات الدالة g : — 0.75

x	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

2) حساب $g(0)$ واستنتاج إشارة $g(x)$:	
• لدينا : $g(0)=e^0+2(0)-e^0=1-1=0$	0.25+0.5
• استنتاج إشارة $g(x)$:	

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

☜ الجزء الثاني :	
• لدينا : $f(x)=x-\dfrac{2x}{e^x+1}$ $\quad D_f=]-\infty;+\infty[$	
1) تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $\dfrac{2x}{e^{-x}+1}=2x-\dfrac{2x}{e^x+1}$	

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

• لدينا : $\frac{2x}{e^{-x}+1}=\frac{2x}{e^{-x}\left(1+\frac{1}{e^{-x}}\right)}=\frac{2xe^{x}}{1+e^{x}}=\frac{2x+2xe^{x}-2x}{e^{x}+1}$ ومنه $\frac{2x}{e^{-x}+1}=\frac{2x\left(1+e^{x}\right)-2x}{e^{x}+1}=2x-\frac{2x}{e^{x}+1}$ إذن $\frac{2x}{e^{-x}+1}=2x-\frac{2x}{e^{x}+1}$	01
2) تبيان أنّ الدالة f زوجية : • D_f متناظرة بالنسبة إلى 0 أي من أجل $x\in\mathbb{R}$ فإنّ $(-x)\in\mathbb{R}$ • ولدينا : $f(-x)=-x-\frac{-2x}{e^{-x}+1}=-x+\frac{2x}{e^{-x}+1}=-x+2x-\frac{2x}{e^{x}+1}=x-\frac{2x}{e^{x}+1}$ وبالتالي $f(-x)==x-\frac{2x}{e^{x}+1}=f(x)$ ومنه f دالة زوجية • نستنتج أنّ حامل محور التراتيب محور تناظر للمنحنى (C_f)	01
3) حساب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$: • $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x-\frac{2x}{e^{x}+1}\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}x\left(1-\frac{2}{e^{x}+1}\right)=+\infty$ • $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x-\frac{2x}{e^{x}+1}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x-\frac{x}{e^{x}}\left(\frac{2}{1+e^{-x}}\right)\right)=+\infty$ لأنّ $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{e^{x}}=0\\ \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{2}{1+e^{-x}}\right)=2\end{cases}$	0.5+0.5
4) تبيان أنّه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=\frac{e^{x}\times g(x)}{\left(e^{x}+1\right)^{2}}$: لدينا : $f'(x)=1-\frac{2\left(e^{x}+1\right)-2xe^{x}}{\left(e^{x}+1\right)^{2}}=\frac{\left(e^{x}+1\right)^{2}-2e^{x}-2+2xe^{x}}{\left(e^{x}+1\right)^{2}}$ أي $f'(x)=\frac{e^{2x}+2e^{x}+1-2e^{x}-2+2xe^{x}}{\left(e^{x}+1\right)^{2}}=\frac{e^{2x}-1+2xe^{x}}{\left(e^{x}+1\right)^{2}}=\frac{e^{x}\left(e^{x}-\frac{1}{e^{x}}+2x\right)}{\left(e^{x}+1\right)^{2}}$ ومنه $f'(x)=\frac{e^{x}\left(e^{x}-\frac{1}{e^{x}}+2x\right)}{\left(e^{x}+1\right)^{2}}=\frac{e^{x}\left(e^{x}+2x-e^{-x}\right)}{\left(e^{x}+1\right)^{2}}=\frac{e^{x}\times g(x)}{\left(e^{x}+1\right)^{2}}$ إذن $f'(x)=\frac{e^{x}\times g(x)}{\left(e^{x}+1\right)^{2}}$	01
• **استنتاج اتجاه تغير الدالة f :** - جدول إشارة المشتقة : إشارة $f'(x)$ من نفس إشارة $g(x)$ x | $-\infty$ | 0 | $+\infty$ $f'(x)$ | $-$ | 0 | $+$	0.5

• **جدول تغيرات الدالة** f : x | $-\infty$ | 0 | $+\infty$ $f'(x)$ | $-$ | 0 | $+$ $f(x)$ | $+\infty$ ↘ 0 ↗ $+\infty$	0.5
5) أ) تبيان أنَ المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=-x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$: - لدينا: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)-(-x)\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x-\frac{2x}{e^x+1}+x\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2x(e^x+1)-2x}{e^x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2xe^x+2x-2x}{e^x+1}$ ومنه $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)-(-x)\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{2xe^x}{e^x+1}=0$ لانَ $\begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty}2xe^x=0\\ \lim\limits_{x\to-\infty}(e^x+1)=1\end{cases}$ ومنه المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=-x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$.	0.5
• **تبيان أنَ المستقيم (Δ') ذي المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$:** - لدينا : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x-\frac{2x}{e^x+1}-x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{e^x}\times\frac{-2}{1+\frac{1}{e^x}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{e^x}\times\frac{-2}{1+e^{-x}}=0$ ومنه (Δ') ذي المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) لانَ $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{e^x}=0\\ \lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-2}{1+e^{-x}}=-2\\ \lim\limits_{x\to+\infty}(1+e^{-x})=1\end{cases}$ عند $+\infty$	0.5
ب)دراسة الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة إلى (Δ) : - ندرس إشارة الفرق $f(x)-(-x)=f(x)+x=\frac{2xe^x}{e^x+1}$ x | $-\infty$ | 0 | $+\infty$ $f(x)+x$ | $-$ | 0 | $+$ الوضع النسبي | (C_f) تحت (Δ) | (C_f) يقطع (Δ) | (C_f) فوق (Δ)	0.5

• **دراسة الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة إلى (Δ') :**

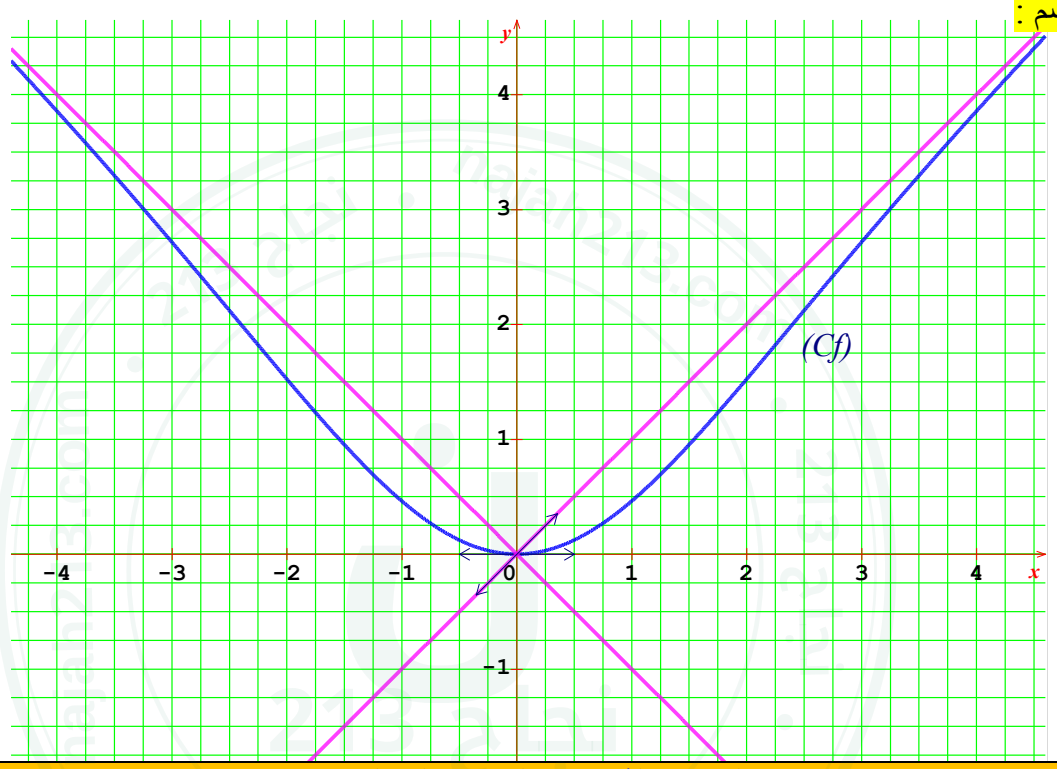
- ندرس إشارة الفرق $f(x)-x=-\dfrac{2x}{e^x+1}$

0.5

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)-x$		$+$	0	$-$	
الوضع النسبي	(C_f) فوق (Δ')		(C_f) يقطع (Δ')		(C_f) تحت (Δ')

01

ج) الرسم :



التمرين الثاني : الرجوع الى النص ☜ — **08 نقاط**

☜ لدينا : $g(x)=(ax+b)e^x+c$

02.5

1) تعيين $g(0),g'(0),g'(-1)$:

- $g(0)=-1$
- $g'(0)=\dfrac{-1-0}{0-(-1)}=-1$
- $g'(-1)=0$

01

2) كتابة معادلة ديكارتية للمماس (T) :

$y=g'(0)(x-0)+g(0)=-x-1$ $\quad (T):y=-x-1$

01.5

3) جدول تغيرات الدالة g :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	-1	↗	$e^{-1}-1$	↘	$-\infty$

4) جدول إشارة الدالة g: x | $-\infty$ | $+\infty$ $g(x)$ | $-$	0.5
5) تعيين الأعداد الحقيقية a,b و c: • لدينا : $g(0)=-1$ يعني $(a\times 0+b)e^0+c=0$ ومنه $b+c=-1$ $\ldots(1)$ • ولدينا : $g'(x)=ae^x+(ax+b)e^x=(ax+a+b)e^x$ $g'(-1)=0$ يعني $(a\times(-1)+a+b)e^{-1}=0$ أي $(-a+a+b)e^{-1}=0$ ومنه $be^{-1}=0$ وبالتالي $b=0$ • من أجل $b=0$ بالتعويض في (1) نجد : $c=-1$ • ولدينا كذلك : $g'(0)=-1$ أي $(a\times 0+a+b)e^0=-1$ ومنه $(a+0)\times 1=-1$ وبالتالي $a=-1$ إذن $g(x)=-xe^x-1$	02.5

✌ مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح في البكالوريا جوان 2015 ☺ أستاذ المادة



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً