najah213.com · نجاح 213

مذكرة رقم:01

الأستاذة :عون الله صورية

ثانوية:الراحل علي كافي

السنة الدراسية:2022/2021

المدة:2ساعة

المستوى:2 عتج 2تر

ميدان التعلم:الحساب

المحور:الإحصاء والإحتمالات

الموضوع:الإحتمالات

المكتسبات القبلية:التواتر الوسط الحسابي

الكفاءة المستهدفة:ممارسة الحساب الإحتمالي على فضاء إحتمال منته –تذكير بمحاكاة تجربة عشوائيةبسيطة إبراز مفهوم ميل التواترات نحو الإستقرار من خلال أمثلة متنوعة

المراحل	سير الدرس	ملاحظات

الإنطلاق

نشاط:

I أكتب على 6 قصاصات متماثلة الأرقام من 1 إلى 6 ثم اطوها جيدا ,إسحب واحدة تلو الأخرى 10 مرات وفي كل مرة سجل الرقم الذي تحصلت عليه مع إعادة القصاصة المسحوبة في كل مرة

-أحسب تواتر كل نتيجة ,(نأخذ نتائج 10 تلاميذ) ونحسب التواتر لـ 3 عينات

-أنشىء مضلع التواترات لـ 3 عينات

-أحسب الوسط الحسابي لكل عينة من العينات الثلاث السابقة

II ندمج نتائج العينات العشر 10 مع بعض فنحصل على عينة مقاسها 100

أكمل الجدول التالي:

النتائج						
التكرار						
التواتر						

ملاحظة 1:

النتائج الممكنة لهذه التجربة هي: $\{1;2;3;4;5;6\}$

-لا يمكننا توقع الرقم الذي سنسحبه

مناقشة النشاط

العينة 1	3	6	6	2	2	6	3	2	3	2
العينة 2	3	3	4	4	2	6	3	4	1	3
العينة 3	3	3	4	5	1	2	1	1	1	5
العينة 4	4	2	4	6	6	2	1	6	5	1
العينة 5	5	1	6	6	4	1	3	2	4	2
العينة 6	6	6	1	4	5	4	1	3	3	4
العينة 7	1	2	4	1	1	4	2	6	6	6
العينة 8	2	4	5	2	2	1	4	6	2	4
العينة 9	1	3	1	5	6	6	3	6	1	5
العينة 10	3	5	6	3	3	1	2	4	1	5

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

ملاحظة 2:

عند ملاحظة النتائج يتبين لنا ببساطة تذبذبها من عينة إلى أخرى وبالتالي فإن كل ما يمكن قوله أن حظوظ ظهور كل رقم تتراوح بين 0,1 و 0,4

النتائج	1	2	3	4	5	6
العينة1	0,4	0,1	0,2	0,1	0,2	0
العينة 2	0,2	0,2	0	0,2	0,1	0,3
العينة 3	0,2	0,1	0,3	0,1	0,2	0,1

ملاحظة 3:

أنجزنا نفس التجربة في نفس الظروف ولم نتحصل على نفس النتائج تسمى هذه الظاهرة بـ: تذبذب العينات

نظريا: كل النتائج لها نفس حظ الظهور لكن التجربة أعطت خلاف ذلك

حساب الوسط الحسابي لكل عينة:

$$\overline{X_1} = 1\times0.1+2\times0.1+3\times0.2+4\times0.1+5\times0.2+6\times0 = 2.6$$

$$\overline{X_2} = 4.7$$

$$\overline{X_3} = 3.3$$

تتمة الجدول:

النتائج	1	2	3	4	5	6
التكرار	20	17	17	17	11	18
التواتر	0,2	0,17	0,17	0,17	0,11	0,2

ملاحظة 4:

نلاحظ أن التواترات تميل نحو الإستقرار في القيمة 0,17

مفهوم التجربة العشوائية:

هي كل تجربة تتوزع فيها مجموعة نتائجها مسبقا دون الجزم بإحداها

البناء والترسيخ

مثال:

رمي زهرة نرد سداسي الأوجه مرقمة من 1 إلى 6 وتسجيل الرقم الظاهر على الوجه العلوي

-لايمكن الجزم بالحصول على الرقم 1 في الرمية الأولى

-لايمكن الجزم في الحصول على الرقم 2 في الرمية الثانية

إذن فهي تجربة عشوائية

ملاحظة:

نرمز لمجموعة النتائج الممكنة بـ Ω ونسميها مجموعة الإمكانات الممكنة أو 'المخارج'

كل عنصر من Ω يسمى إمكانية أو حادث

خاصية: قانون الأعداد الكبرى lois des grandes nombres:

إذا أعدنا تجربة ما في نفس الشروط k مرة فإنه كلما كان k إقترب تواتر كل مخرج من مخارجها أكثر نحو إحتمال تحقق هذا المخرج عندما نجري التجربة مرة واحدة أي

- توزيع التواترات للسلاسل ذات القاس n تميل للاستقرار نحو قيمة ثابتة p كلما كان n كبيرا أي : $f_i \simeq p_i$.

najah213.com · نجاح 213

مذكرة رقم:02

الأستاذة :عون الله صورية

ثانوية: الرئيس الراحل علي كافي

السنة الدراسية: 2022/2021

المدة: 3ساعة

المستوى: 2 عتج 2تر

ميدان التعلم: الحساب

المحور: الإحصاء والإحتمالات

الموضوع: الإحتمالات

المكتسبات القبلية: التواتر الوسط الحسابي

الكفاءة المستهدفة: ممارسة الحساب الإحتمالي على فضاء إحتمال منته-وصف تجربة عشوائية بسيطة عدد النتائج فيها منته-نمذجة بعض الوضعيات البسيطة

المراحل	سير الدرس	ملاحظات
الإنطلاق	**نشاط:** نضع في كيس 10 كريات مرقمة من 21 إلى 30 نسحب عشوائيا كرة واحدة ونسجل رقمها 1-عين مجموعة النتائج الممكنة Ω 2-عين مجموعة إمكانيات كلا من الحادثتين التاليتين: ا-'A' الرقم المسجل على الكرة المسحوبة مضاعف للعدد 3 ب-'B'الرقم المسجل على الكرة السحوبة مضاعف للعدد 4 جـ-'C' الرقم المسجل على الكرة المسحوبة يساوي العدد 12 جـ- عين مجموعة الإمكانيات لكل من الحادثتين: ا-الرقم المسجل على الكرة المسحوبة مضاعف للعدد 3 و4 في آن واحد ب-الرقم المسجل على الكرة المسحوبة مضاعف للعدد 3 أو 4 **الحل:** **مجموعة الإمكانات الممكنة:** $\Omega = \{21;22;23;24;25;26;27;28;29;30\}$ **حادثة ظهور رقم مضاعف للعدد 3:** $A = \{21;24;27;30\}$ **حادثة ظهور رقم مضاعف للعدد 4:** $B = \{24;28\}$ **حادثة ظهور الرقم 12:** $C = \phi$ **حادثة ظهور رقم مضاعف للعدد 3 و4 في آن واحد:** $A \cap B = \{24\}$ **حادثة ظهور رقم مضاعف لـ 3 أو 4:** $A \cup B = \{21;24;27;28;30\}$ **مفهوم الحادثة:** نسمي حادثة كل مجموعة جزئية من مجموعة الإمكانيات Ω **أمثلة:** رمي قطعة نقدية	

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

البناء والترسيخ

$\Omega = \{P; F\}$

الحوادث الممكنة هي: $\{P\}; \{F\}; \phi; \{P; F\}$

أنماط الحوادث:

الحادث المستحيل: هو الحادث الذي سستحيل وقوعه ونرمز له بالرمز ϕ

الحادث البسيط: هو الحادث الذي يحتوي على نتيجة واحدة

مثال: رمي قطعة نقدية حادثة ظهور وجه $\{F\}$ حادث بسيط

الحادث المركب: هو الحادث الذي يحتوي على الأقل على نتيجتين

مثال: رمي زهرة نرد غير مزيف مرقمة من 1 إلى 6

حادثة ظهور رقم مضاف للعدد 3 على الوجه العلوي $\{3;6\}$ حادث مركب

حادثة ظهور رقم زوجي على الوجه العلوي $\{2;4;6\}$ هي حادث مركب

الحادثة العكسية: إذا كانت A حادثة يسمى الحادث المرموز له $\overline{A}$ الحادث العكسي للحادثة A ويطلق عليه أيض متممة A

حيث: $\overline{A} = \Omega / A$

مثال: نرمي زهرة نرد غير مزيف ونسجل الرقم الظاهر على الوجه العلوي

A هي حادثة ظهور رقم زوجي ومنه $\overline{A} = \Omega / A$

$\overline{A} = \{1;3;5\}$

الحادث $A \cap B$: هو الحادث الذي يقع بوقوع A و B معاً:

الحادث $A \cup B$: هو الحادث الذي يقع بوقوع A أو B

الكتابة $A \subset B$ تعني وقوع الحادث A يستلزمه وقوع الحادث B

الإنطلاق

نشاط:

كيس به 14 كرية لا نميز بينها باللمس منها 5 كرات بيضاء و 3 سوداء و 6 حمراء

-أحسب تواتر الحصول على: لون أبيض ثم تواتر الحصول على لون أحمر ثم تواتر الحصول على لون أسود

الحل:

$\Omega = \{B_1; B_2; B_3; B_4; B_5; N_1; N_2; N_3; R_1; R_2; R_3; R_4; R_5; R_6\}$

تواتر الحصول على كرة بيضاء:

$f_1 = \frac{5}{14}$

تواتر الحصول على كرة سوداء:

$f_2 = \frac{3}{14}$

تواتر الحصول على كرة حمراء:

$f_3 = \frac{6}{14}$

ملاحظة:

$f_1 + f_2 + f_3 = 1$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

البناء والترسيخ

تعريف:

لتكن Ω مجموعة النتائج الممكنة و $P(\Omega)$ مجموعة الحوادث ,نسمي إحتمالا على Ω كل تطبيق P لمجموعة من الحوادث في المجموعة $\mathbb{R}$ يحقق مايلي: $P(A)=\frac{cardA}{card\Omega}$

$cardA$: عدد عناصر المجموعة **A**

$card\Omega$:عدد عناصر Ω

1- من أجل كل حادثة **A** فإن $0\le P(A)\le 1$

2- $P(\Omega)=1$ و $P(\varnothing)=0$

3- إذا كانت **A** و **B** حادثتين كيفيتين فإن : $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

4- إذا كانت **A** و **B** حادثتين غير متلائمتين ($A\cap B=\varnothing$) فإن $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

5- $P(\bar{A})=1-P(A)$ حيث $\bar{A}$ الحاثة العكسية للحادثة **A**

6- إذا كانت الحادثة **A** جزءا من الحادثة **B** ($A\subset B$) فإن $P(A)\le P(B)$

إعادة الإستثمار

تطبيق:

نعتبر تجربة سحب رقم من علبة تحتوي على الأرقام: $1;2;3;4;5;6$

ونسجل الرقم المسحوب في كل مرة,لتكن الحوادث التالية:

" A " حادثة ظهور رقم أكبر من 5

"B" حادثة سحب رقم أصغر من 6

"C" حادثة سحب رقم زوجي

1-عين عناصر Ω

2-عين الحوادث : $\overline{A\cup B};\bar{A}\cup\bar{B};\bar{B};\bar{A};A\cup B;A\cap B;C;B;A$

3-أحسب إحتمال كل حادثة من الحوادث المذكورة في السؤال 2

الحل:

$\Omega=\{1;2;3;4;5;6\}$

$A=\{4;5;6\};\bar{A}=\{1;2;3\}$

$B=\{1;2;3;4;5\};\bar{B}=\{6\}$

$C=\{2;4;6\}$

$A\cup B=\{1;2;3;4;5;6\}$

$A\cap B=\{4;5\}$

$\overline{A\cup B}=\phi$

$\bar{A}\cup\bar{B}=\{1;2;3;6\}$

حساب احتمال كل حادثة من الحوادث السابقة:

$$P(A)=\frac{1}{2};$$

$$P(B)=\frac{5}{6};$$

$$P(\overline{A})=1-P(A)=\frac{1}{2}$$

$$P(\overline{B})=1-P(B)=\frac{1}{6}$$

$$P(A\cap B)=\frac{1}{3}$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$P(A\cap B)=1$$

$$P(\overline{A\cup B})=P(\phi)=0$$

$$P(\overline{A}\cup\overline{B})=\frac{2}{3}$$

بناء

قانون الإحتمال:

لتكن Ω مجموعة ذات n إمكانية لتجربة عشوائية $\Omega=\{x_1;x_2;...;x_i;...;x_n\}$ يعرف قانون إحتمال P على E بإرفاق كل إمكانية x_i بعدد موجب P_i حيث مجموع الأعداد P_i يساوي 1 $\sum_{i=1}^{n}P_i=1;P_i\le 1$

x_1	x_2	...	x_n
P_1	P_2	...	P_n

هذا الجدول يسمى قانون الإحتمال

إذا كان : $P_1=P_2=P_3=...=P_n=\alpha$ فإن: $n\alpha=1$ ومنه: $\alpha=\frac{1}{n}$

ملاحظة: نقول عن تجربة أنها متساوية الإحتمال عندما يكون لكل الحوادث الأولية نفس الإحتمال ونقول قانون الإحتمال متساوي التوزيع

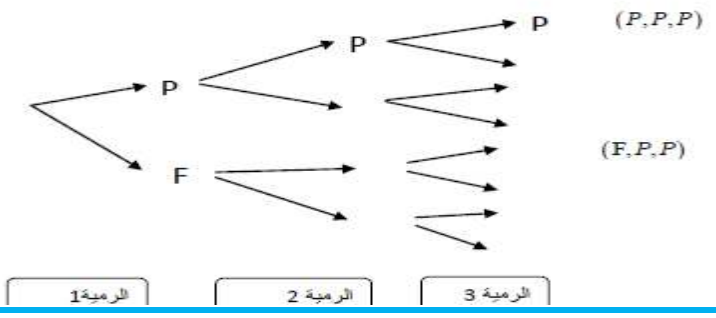
مثال: رمي زهرة نرد متوازنة بما أن الحوادث الأولية لها نفس حظوظ الظهور فإن:

$$P(\{1\})=P(\{2\})=P(\{3\})=P(\{4\})=P(\{5\})=P(\{6\})=\frac{1}{6}$$

إستثمار

تمرين :

في تجربة عشوائية نرمي قطعة نقدية ثلاث مرات متتالية ونسجل الوجه العلوي في كل مرة نرمز إلى الوجه بـ F وللظهر بـ P لتكن النتائج كما هو موضح أدناه:

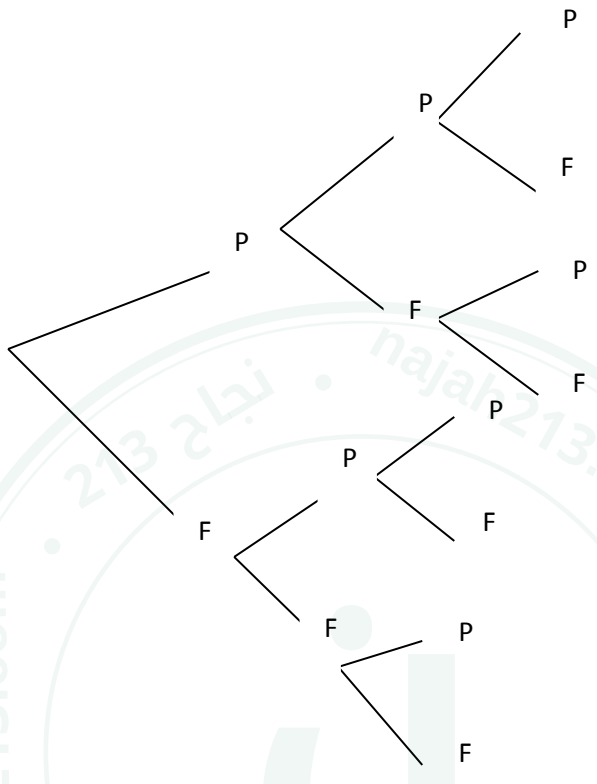


1-أكمل المخطط(يسمى هذا المخطط بشجرة الإمكانيات)

2-ماهي مجموعة الامكانيات Ω

3-عين الحدث A ظهور وجهين وظهر

الحل:



مجموعة الامكانيات هي :

$$\Omega=\{(P,P,P),(P,P,F),(P,F,P),(P,F,F),(F,P,P),(F,P,F),(F,F,P),(F,F,F)\}$$

الحدث A : $A=\{(P,F,F),(F,P,F),(F,F,P)\}$

تمرين:

زهرتي نرد غير مزيفتين أوجه كل منهما مرقمة من 1 إلى 6 أحدهما خضراء والأخرى حمراء، نرمي كل منهما في آن واحد ثم نسجل الرقم الظاهر على الوجه العلوي لكل منهما

1-عين مجموعة الإمكانات الممكنة Ω

2-عين قانون إحتمال التجربة

3-أحسب إحتمال الحصول على رقمين متساويين

4-أحسب إحتمال أن يكون الرقم الظاهر على زهرة النرد الخضراء أكبر من الرقم الظاهر على زهرة النرد الحمراء

الحل:

لتكن مجموعة الإمكانات Ω هي مجموعة الثنائيات المرتبة $(a;b)$ حيث: $1\le a\le 6;1\le b\le 6$

مجموعة الإمكانات الممكنة موضحة في الجدول أدناه:

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

V / R	1	2	3	4	5	6
1	(1;1)	(1;2)	(1;3)	(1;4)	(1;5)	(1;6)
2	(2;1)	(2;2)	(2;3)	(2;4)	(2;5)	(2;6)
3	(3;1)	(3;2)	(3;3)	(3;4)	(3;5)	(3;6)
4	(4;1)	(4;2)	(4;3)	(4;4)	(4;5)	(4;6)
5	(5;1)	(5;2)	(5;3)	(5;4)	(5;5)	(5;6)
6	(6;1)	(6;2)	(6;3)	(6;4)	(6;5)	(6;6)

ومنه $card\Omega = 36$ حيث إحتمال كل مخرج هو : $\frac{1}{36}$ هنا قانون الإحتمال متساوي التوزيع واحتمال كل مخرج يساوي $\frac{1}{36}$

A حادثة ظهور رقمين متساويين:

$$A = \{(1;1);(2;2);(3;3)(4;4);(5;5);(6;6)\}$$

ومنه: $P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

B حادثة ظهور رقم أخضر أكبر تماما من الرقم الأحمر:

$$B = \{(4;3);(5;2);(5;3);(5;4);(6;2);(6;3);(6;4);(6;5)$$
$$(2;1);(3;1);(4;1);(5;1);(6;1);(3;2);(4;2)\}$$

إحتمال الحادثة B :

$$P(B) = \frac{15}{36}$$

$$P(B) = \frac{5}{12}$$

يمكن التدرب أكثر على تمارين الكتاب المدرسي ص390 و391

najah213.com · نجاح 213

مذكرة رقم:03

الأستاذة :عون الله صورية

ثانوية: الرئيس الراحل علي كافي

السنة الدراسية: 2022/2021

المدة: 3ساعة

المستوى: 2 عتج 2تر

ميدان التعلم: الحساب

المحور: الإحصاء والإحتمالات

الموضوع: الإحتمالات

المكتسبات القبلية: مجموعة الإمكانات الممكنة لتجربة عشوائية- حساب إحتمال حادثة- قانون إحتمال

الكفاءة المستهدفة: ممارسة الحساب الإحتمالي على فضاء إحتمال منته-حساب الأمل الرياضياتي-التباين –الإنحراف المعياري لمتغير عشوائي

المراحل	سير الدرس	ملاحظات

معارف

المتغير العشوائي:

ليكن الفضاء E حيث: $E=\{x_1;x_2;...;x_n\}$ نسمي متغيرا عشوائيا كل دالة معرفة على E

لتكن $\{t_1;t_2;t_3;...;t_k\}$ مجموعة صور عناصر E بالدالة T حيث: $k\leq n$

نرمز بـ: $(T=t_i)$ للحادثة المكونة من الإمكانيات التي صورها t_i حيث: $1\leq i\leq k$ فيكون قانون الإحتمال:

القيم	t_1	t_2	...	t_k
الإحتمال	$P(T=t_1)$	$P(T=t_2)$	...	$P(T=t_k)$

ترسيخ

مثال:

يحتوي كيس على 5 كرات مرقمة من 1 إلى 5 نسحب في آن واحد كريتان ونفرض أن جميع السحبات متساوية الإحتمال

ليكن T المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع الرقمين الناتجين

-ماهي قيم المتغير العشوائي T ثم عين قانون الإحتمال للمتغيرالعشوائي T

الحل:

السحبات الممكنة:

$$\{(1;2);(1;3);(1;4);(1;5);(2;3);(2;4);(2;5);(3;4);(3;5);(4;5)\}$$

وعددها 10 وعليه: عند سحب كرتين مجموع الرقمين هو أحد هذه الأعداد: 3,4,5,6,7,8,9

إذن: $T=\{3;4;5;6;7;8;9\}$

$$P(T=3)=\frac{1}{10};P(T=4)=\frac{1}{10};P(T=5)=\frac{2}{10}$$

ومنه: $$P(T=6)=\frac{2}{10};P(T=7)=\frac{2}{10};P(T=8)=\frac{1}{10}$$

$$P(T=9)=\frac{1}{10}$$

ويكون قانون الاحتمال للمتغير العشوائي T كما يلي:

T	3	4	5	6	7	8	9
$P(T)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

معارف

الأمل الرياضياتي:

نضع $P(T=t_i)=P_i$ نجد الأمل الرياضي كما يلي: $E=\sum_{i=1}^{k} t_i P_i$

في المثال السابق لدينا:

$$E=3\times\frac{1}{10}+4\times\frac{1}{10}+5\times\frac{2}{10}+6\times\frac{2}{10}+7\times\frac{2}{10}+8\times\frac{1}{10}+9\times\frac{1}{10}=6$$

التباين:

$$\mathbf{V(t)=\sum_{i=1}^{n}(t_i-E(t))^2 p_i}$$

في المثال السابق:

$$V=\frac{1}{10}(3-6)^2+\frac{1}{10}(4-6)^2+\frac{2}{10}(5-6)^2+\frac{2}{10}(6-6)^2+\frac{2}{10}(7-6)^2+\frac{1}{10}(8-6)^2+\frac{1}{10}(9-6)^2=2.8$$

الإنحراف المعياري:

$$\sigma(T)=\sqrt{V(T)}$$

في المثال السابق:

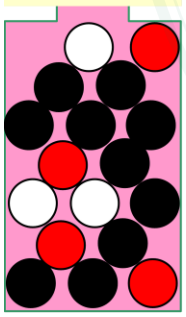
$$\sigma(T)=\sqrt{V(T)}=1.67$$

إعادة إستثمار وترسيخ

تمرين:

يحتوي كيس على 3 كريات بيضاء ، 4 كريات حمراء و 10 كريات سوداء لا نميز بينها باللمس .
تُسحب عشوائيا كرية من الصندوق فيربح الساحب دينارا واحدا إذا كانت الكرية سوداء ،
يربح ثلاثة دنانير إذا كانت حمراء و عشرة دنانير إذا كانت الكرية بيضاء .
نعرف المتغير العشوائي X الذي يأخذ قيمة الربح المحتمل في اللعبة

1- عين القيم الممكنة للمتغير X -2- عرّف قانون الاحتمال للمتغير X
3- أحسب الأمل الرياضياتي للمتغير X -4- أحسب الانحراف المعياري للمتغير X



- قيم X الممكنة هي : 1 ، 3 ، 10

2- الحادثة "X=1" هي " سحب كرية سوداء " عدد الكريات السوداء 10 و عدد كل الكريات 17

ومنه $\mathbf{P(X=1)=\frac{10}{17}}$ (حالة تساوي احتمال)

بنفس الطريقة نجد : $\mathbf{P(X=3)=\frac{4}{17}}$ و $\mathbf{P(X=10)=\frac{3}{17}}$

تجمع النتائج في الجدول التالي :

X_i	1	3	10
$P(X=X_i)$	$\frac{10}{17}$	$\frac{4}{17}$	$\frac{3}{17}$

3- $\mathbf{E(X)=\frac{10}{17}+3\times\frac{4}{17}+10\times\frac{3}{17}=\frac{52}{17}\simeq 3,06}$ و يمثل هذا العدد متوسط الربح في اللعبة

4- $\mathbf{V(X)=1^2\times\frac{10}{17}+3^2\times\frac{4}{17}+10^2\times\frac{3}{17}-\left(\frac{52}{17}\right)^2=\frac{3178}{289}}$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

و بالتالي : $\sigma(X) = \frac{\sqrt{3178}}{17} \simeq 3,32$

مسألة:

يحتوي صندوق على 90 كرية حيث :

- ألوان الكريات هي : الأحمر ، الأسود و الأبيض .
- 30 كرية على الأقل حمراء .
- عدد الكريات الحمراء و السوداء معا هو 60 على الأقل

يشارك شخص في لعبتين و قبل البدء في أية لعبة يُخيّر بين قاعدتين :

اللعبة الأولى

يسحب اللاعب كرية واحدة و حسب لونها

و القاعدة المختارة يربح اللاعب :

	كرية حمراء	كرية بيضاء	كرية سوداء
القاعدةA	100 DA	0 DA	0 DA
القاعدةB	0 DA	100DA	0 DA

اللعبة الثانية

يسحب اللاعب كرية واحدة و حسب لونها

و القاعدة المختارة يربح اللاعب :

	كرية حمراء	كرية بيضاء	كرية سوداء
القاعدةC	100DA	0 DA	100 DA
القاعدةD	0 DA	100 DA	100 DA

1- ماهي القاعدة المناسبة للرّبح أكثر بالنسبة للعبة الأولى ؟

2- ماهي القاعدة المناسبة للرّبح أكثر بالنسبة للعبة الثانية ؟

الحل:

عموما يختار المشاركون بالنسبة للعبة الأولى القاعدة A و بالنسبة للعبة الثانية للقاعدة D بتوظيف الأمل الرياضياتي يتبين أن الإختيار مناسب

نرمز بالرموز (N) ,P(R) P(B) لاحتمالات سحب كرية حمراء ، سوداء و بيضاء على الترتيب .

حسب المعطيات لدينا :

$$P(R) \geq \frac{1}{3} \quad \text{و} \quad P(R)+P(N) \geq \frac{2}{3} \quad \text{و} \quad P(R)+P(N)+P(B)=1$$

بالنسبة للعبة الأولى

نعتبر x_1 و x_2 المتغيرين العشوائيين المناسبين

للربح حسب القاعدتين A و B على الترتيب

$$E(x_1) = 100 \times P(R) \geq \frac{100}{3}$$

$$E(x_2) = 100 \times P(B)$$

$$P(B) = 1 - (P(R) + P(N)\ )$$

$P(B) \leq \frac{1}{3}$ أي أن $P(B) \leq 1 - \frac{2}{3}$

و منه $E(x_2) \leq \frac{100}{3}$

اختيار القاعدة A أفضل

بالنسبة للعبة الثانية

نعتبر y_1 و y_2 المتغيرين العشوائيين المناسبين

للربح حسب القاعدتين C و D على الترتيب

$$E(y_1) = 100(P(R) + P(N)) \geq \frac{200}{3}$$

$$E(y_2) = 100(P(B) + P(N))$$

$$P(B) + P(N) = 1 - P(R) \leq 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

و منه $E(y_2) \leq \frac{200}{3}$

اختيار القاعدة D أفضل

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً