najah213.com · نجاح 213

ثانوية: المجاهد صديقي نوري | الموسم الدراسي: 2021 / 2022

# الواجب المنزلي رقم ②

المستوى: 2 ثانوي شعبة رياضيات | الأستاذ: قويسم براهيم الخليل

سُلم يوم: 04|11|2021 | يُعاد يوم: 16|11|2021

## ◄ التمرين 01:

لتكن الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^2 - 2x$، و$(C_f)$ منحناها البياني في مستوي $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ على كل من المجالين $]1;+\infty[$ و $]-\infty;1]$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.
2. بالاستعانة بمنحنى الدالة مربع، ارسم $(C_f)$.
3. أنشئ في نفس المعلم السابق منحنى الدالة $g$ حيث:

$$g(x) = |f(x)|$$

4. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي حلول المعادلتين $(E)$ و$(F)$ حيث:

$$f(x) = m \dots (E) \quad \text{و} \quad g(x) = m \dots (F)$$

## ◄ التمرين 02:

ليكن $P$ كثير الحدود حيث: $P(x) = 2x^3 - 13x^2 + 27x - 18$

1. بيّن أنّ $\frac{3}{2}$ جذر لـ $P$
2. أوجد الأعداد الحقيقية $a$، $b$ و $c$ بحيث يكون من أجل كل $x \in \mathbb{R}$

$$P(x) = (2x-3)(ax^2+bx+c)$$

3. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$.
4. ادرس إشارة $P(x)$، ثم استنتج إشارة: $P\left(\frac{2022}{2021}\right)$
5. عيّن حلول المتراجحة:

$$2x - 13 < -\frac{27}{x} + \frac{18}{x^2}$$

## ◄ التمرين 03:

نعتبر كثير الحدود $P_m$ حيث:

$$f_m(x) = (2m-1)x^3 + (5m-5)x^2 + (4m-8)x + m - 4$$

1. بيّن أنّ $P_m$ يقبل القسمة على $x+1$ مهما كانت قيمة $m$.
2. أوجد كثير الحدود $Q_m$ الذي يحقق: $P_m(x) = (x+1)Q_m$
3. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة:

$$\frac{P_4(x)}{P_1(x)} \geq 0$$

4. عين قيم $m$ في كل حالة مما يلي:

أ/ المعادلة $P_m(x) = 0$ تقبل 3 حلول متمايزة.

ب/ المعادلة $P_m(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا.

ج/ المعادلة $P_m(x) = 0$ تقبل 3 حلول سالبة.

www.dzexams.com



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

ثانوية: المجاهد صديقي نوري | الموسم الدراسي: 2021 / 2022

المستوى: 2 ثانوي رياضيات | الأستاذ: قويسم براهيم الخليل

# تصحيح الواجب المنزلي رقم ②

## ◄ حل التمرين 01: [7 نقطة]

❶ دراسة اتجاه تغير الدالة $f$:

$$f(x)=x^2-2x=\left(x+\frac{-2}{2}\right)^2-\frac{2^2}{4(1)}=(x-1)^2-1$$

• لما $x\in[1;+\infty[$: نفرض أن $x_1>x_2$

ومنه: $x_1-1<x_2-1$

ومنه: $(x_1-1)^2<(x_2-1)^2$

ومنه: $(x_1-1)^2-1<(x_2-1)^2-1$

ومنه: $f(x_1)<f(x_1)$

إذن الدالة $f$ متزايدة على المجال $[1;+\infty[$

• لما $x\in\ ]-\infty;1]$: نفرض أن $x_1>x_2$

ومنه: $x_1-1<x_2-1$

ومنه: $(x_1-1)^2>(x_2-1)^2$

ومنه: $(x_1-1)^2-1>(x_2-1)^2-1$

ومنه: $f(x_1)>f(x_1)$

إذن الدالة $f$ متناقصة على المجال $]-\infty;1]$

وعليه:

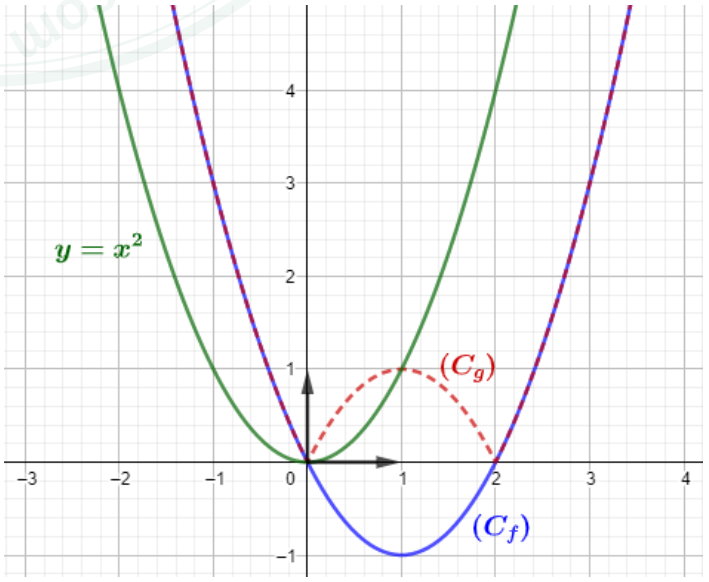
| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | ↘ | $-1$ | ↗ | |

❷ رسم $(C_f)$، بالاستعانة بمنحنى الدالة مربع:

لدينا: $f(x)=(x-1)^2-1$

$(C_f)$ هو صورة منحنى الدالة مربع بشعاع إنسحاب $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$

❸ إنشاء منحنى الدالة $g$ حيث: $g(x)=|f(x)|$:




❹ المناقشة البيانية:

◆ المناقشة البيانية لعدد حلول المعادلة $(E)$:

• لما $m<-1$ المعادلة لا تقبل حلول

• لما $m=-1$ المعادلة تقبل حل مضاعف

• لما $m>-1$ المعادلة تقبل حلين

◆ المناقشة البيانية لعدد حلول المعادلة $(F)$:

• لما $m<0$ المعادلة لا تقبل حلول

• لما $m=0$ المعادلة تقبل حلين

• لما $0<m<1$ المعادلة تقبل أربع حلول

• لما $m=1$ المعادلة تقبل حلين وحل مضاعف

• لما $m>1$ المعادلة تقبل حلين

## ◄ حل التمرين 02: [6.5 نقطة]

❶ تبيين أنّ $\frac{3}{2}$ جذر لـ $P$:

$$P\left(\frac{3}{2}\right)=2\left(\frac{3}{2}\right)^3-13\left(\frac{3}{2}\right)^2+27\left(\frac{3}{2}\right)-18=0$$

❷ ايجاد الأعداد الحقيقية $a$، $b$ و $c$:

$$P(x)=(2x-3)(ax^2+bx+c)$$
$$\Rightarrow P(x)=2ax^3+2bx^2+2cx-3ax^2-3bx-3c$$
$$\Rightarrow P(x)=2ax^3+(2b-3a)x^2+(2c-3b)x-3c$$

بالمطابقة نجد: $\begin{cases}2a=2\\2b-3a=-13\\2c-3b=27\\-3c=-18\end{cases}$ ومنه: $\begin{cases}a=1\\b=-5\\c=6\end{cases}$

❸ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$:

$$P(x)=0\Rightarrow\begin{cases}2x-3=0\\x^2-5x+6=0\end{cases}$$

• لدينا: $2x-3=0$ معناه $x=\frac{3}{2}$

• نحل المعادلة $x^2-5x+6=0$:

لدينا: $\Delta=1$ ومنه: $x=2$ أو $x=3$ إذن: $s=\left\{\frac{3}{2};2;3\right\}$

❹ دراسة إشارة $P(x)$:

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{3}{2}$ | | $2$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2x-3$ | $-$ | $0$ | $+$ | $+$ | | $+$ | | $+$ | |
| $x^2-5x+6$ | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | | |
| $P(x)$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | | |

- استنتاج إشارة $P\left(\frac{2022}{2021}\right)$:

لدينا: $\frac{3}{2}<\frac{2022}{2021}<2$ إذن $P\left(\frac{2022}{2021}\right)<0$

❺ تعيين حلول المتراجحة: $2x-13<-\frac{27}{x}+\frac{18}{x^2}$:

$$2x-13<-\frac{27}{x}+\frac{18}{x^2}$$
$$\Rightarrow 2x^3-13x^2<-27x+18\Rightarrow P(x)<0$$

إذن: $s=\ ]-\infty;\frac{3}{2}[\ \cup\ ]2;3[$

www.dzexams.com



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

## ◄ حل التمرين 03: [6.5 نقطة]

❶ تبيين أنّ $P_m$ يقبل القسمة على $x+1$ مهما كان $m$:

$P_m$ يقبل القسمة على $x+1$ معناه $-1$ جذر له:

$$P_m(-1) =$$
$$= -(2m-1)+(5m-5)-(4m-8)+m-4$$
$$= -2m+1+5m-5-4m+8+m-4$$
$$= 0$$

إذن $P_m$ يقبل القسمة على $x+1$ مهما كانت قيمة $m$

❷ ايجاد كثير الحدود $Q_m$ :

من القسمة الاقليدية وجدنا أنّ:

$$Q_m(x) = (2m-1)x^2+(3m-4)x+(m-4)$$

❸ حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة: $\frac{P_4(x)}{P_1(x)} \geq 0$

لدينا: $\frac{P_4(x)}{P_1(x)} \geq 0$

تكافئ: $\frac{7x^3+15x^2+8x}{x^3-4x-3} \geq 0$

ومنه: $\frac{x(7x^2+15x+8)}{x^3-4x-3} \geq 0$

• نحلل $(7x^2+15x+8)$

لدينا: $\Delta = 1$

ومنه: $x=-1$ أو $x=-\frac{8}{7}$

ومنه: $7x^2+15x+8 = 7(x+1)\left(x+\frac{8}{7}\right)$

إذن: $7x^2+15x+8 = (x+1)(7x+8)$

• نلاحظ أنّ $-1$ جذر لـ $x^3-4x-3$

إذن: $x^3-4x-3 = (x+1)(ax^2+bx+c)$

بعد النشر والمطابقة

نجد أنّ: $x^3-4x-3 = (x+1)(x^2-x-3)$

نحلل: $(x^2-x-3)$

لدينا: $\Delta = 13$ ومنه: $x=\frac{1+\sqrt{13}}{2}$ أو $\frac{1-\sqrt{13}}{2}$

إذن: $x^3-4x-3 = (x+1)\left(x-\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)\left(x-\frac{1-\sqrt{13}}{2}\right)$

إذن: $\frac{x(7x^2+15x+8)}{x^3-4x-3} \geq 0$

تكافئ:

$$\frac{x(x+1)(7x+8)}{(x+1)\left(x-\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)\left(x-\frac{1-\sqrt{13}}{2}\right)} \geq 0$$

أي: $$\frac{x(7x+8)}{\left(x-\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)\left(x-\frac{1-\sqrt{13}}{2}\right)} \geq 0$$

ومنه جدول الإشارة:

نضع:

$$x(7x+8) \dots (*)$$
$$\left(x-\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)\left(x-\frac{1-\sqrt{13}}{2}\right) \dots (**)$$

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{1-\sqrt{13}}{2}$ | | $\frac{-8}{7}$ | | $0$ | | $\frac{1+\sqrt{13}}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $*$ | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | | |
| $**$ | $+$ | | $-$ | | $-$ | | $-$ | | $+$ | | |
| $\frac{P_4(x)}{P_1(x)}$ | $+$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | | $+$ | | |

إذن:

$$s = \left]-\infty;\frac{1-\sqrt{13}}{2}\right[ \cup \left[-\frac{8}{7};0\right] \cup \left]\frac{1+\sqrt{13}}{2};+\infty\right[$$

❹ تعيين قيم $m$ في كل حالة مما يلي:

أ/ المعادلة $P_m(x)=0$ تقبل 3 حلول متمايزة:

المعادلة $P_m(x)=0$ تقبل 3 حلول متمايزة

معناه المعادلة $Q(x)=0$ تقبل حلين

أي: $\Delta > 0$

أي: $(3m-4)^2-4(2m-1)(m-4) > 0$

أي: $m^2+12m > 0$ أي: $m(m+12) > 0$

| $x$ | $-\infty$ | | $-12$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\Delta$ | $+$ | | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

إذن: $s = ]-\infty;-12[ \cup ]0;+\infty[$

ب/ المعادلة $P_m(x)=0$ تقبل حلا وحيدا:

المعادلة $P_m(x)=0$ تقبل حلا وحيدا

معناه المعادلة $Q(x)=0$ لا تقبل حلولا في $\mathbb{R}$

أي: $\Delta < 0$ إذن: $s = ]-12;0[$

ج/ المعادلة $P_m(x)=0$ تقبل 3 حلول سالبة تماما:

المعادلة $P_m(x)=0$ تقبل 3 حلول سالبة تماما

معناه المعادلة $Q(x)=0$ تقبل حلين سالبين تماما

أي: $\Delta > 0$ و $\frac{m-4}{2m-1} > 0$ و $\frac{-(3m-4)}{2m-1} < 0$

لدينا: $\Delta > 0$ لما: $m \in ]-\infty;-12[ \cup ]0;+\infty[ \dots (1)$

ولدينا: $\frac{m-4}{2m-1} > 0$

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{1}{2}$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $m-4$ | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | |
| $2m-1$ | $-$ | | $+$ | | $+$ | | |
| $\frac{m-4}{2m-1}$ | $+$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | |

لما: $m \in \left]-\infty;\frac{1}{2}\right[ \cup ]4;+\infty[ \dots (2)$

ولدينا: $\frac{-(3m-4)}{2m-1} < 0$ أي $\frac{3m-4}{2m-1} > 0$

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{1}{2}$ | | $\frac{4}{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $3m-4$ | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | |
| $2m-1$ | $-$ | | $+$ | | $+$ | | |
| $\frac{3m-4}{2m-1}$ | $+$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | |

لما: $m \in \left]-\infty;\frac{1}{2}\right[ \cup \left]\frac{4}{3};+\infty\right[ \dots (3)$

تقاطع المجالات (1) و (2) و (3) هو:

$$m \in ]-\infty;-12[ \cup ]4;+\infty[$$



www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com