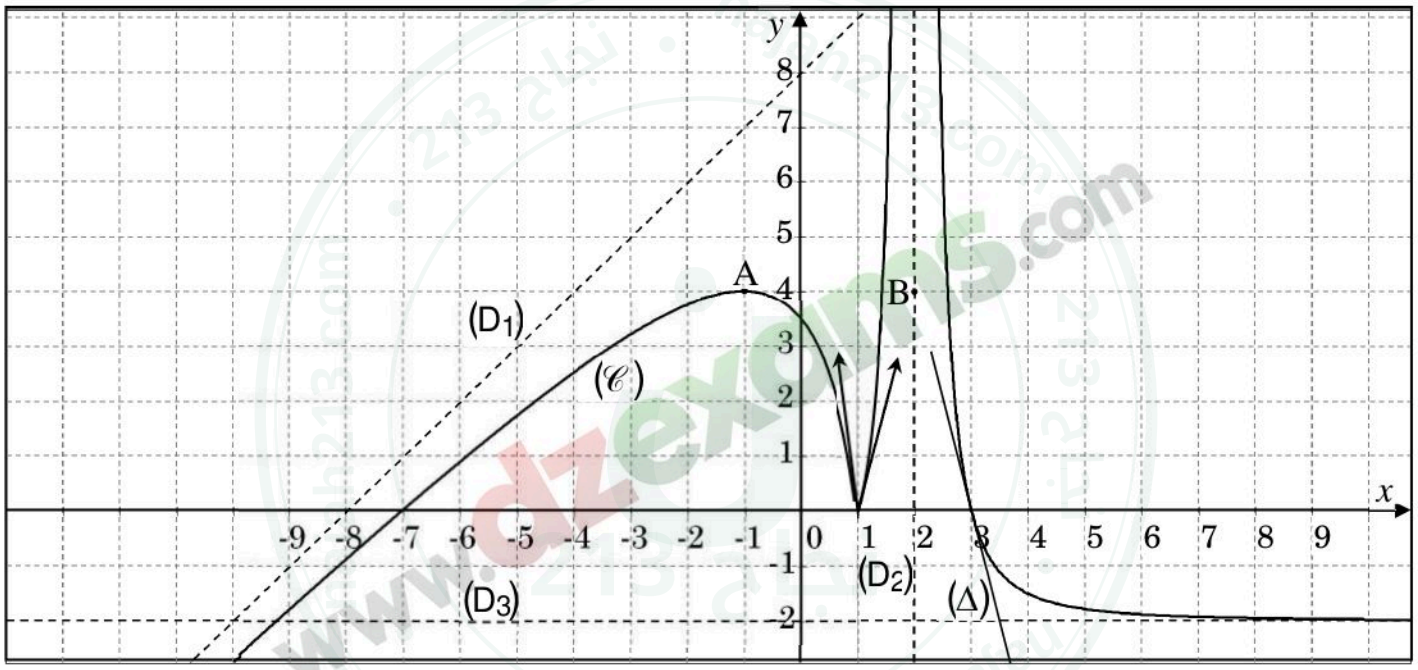
najah213.com · نجاح 213

الثانوية الخاصّة: الرّجاء والتفوّق (بوزريعة) المستوى: ثالثة ثانوي "علوم تجريبية" المادة: رياضيات	**فرض** **الفصل الأول**	الموسم الدراسي: 2025/2026م المدة: ساعتان (2سا) إعداد: عبد المطلب مدرسة "الرجاء والتفوق" الخاصة Ecole Erradja wa Tafaouk ÉCOLE PRIVÉE

تمرين 1 (09نقاط)

في الشّكل المرفق: التمثيل البياني $(\mathscr{C})$ للدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}-\{2\}$. (D_1) المستقيم المقارب المائل لـ $(\mathscr{C})$ بجوار $-\infty$، (D_2) المستقيم المقارب لـ $(\mathscr{C})$ يوازي حامل محور التراتيب، و(D_3) المستقيم المقارب لـ $(\mathscr{C})$ يوازي حامل محور الفواصل. (Δ) هو المماس لـ $(\mathscr{C})$ عند النقطة التي فاصلتها 3، كما يوجد نصفي مماسين عند الفاصلة 1 أحدهما يقطع (Δ) في النقطة $B(2;4)$ والآخر يقطع (D_1) عند الترتيبة 8، $(\mathscr{C})$ يقبل مماسا موازيا لحامل محور الفواصل في النقطة $A(-1;4)$، كما يقطع حامل محور الفواصل في ثلاث نقاط حيث $f(-7)=f(1)=f(3)=0$ ويقطع حامل محور التراتيب عند $\frac{7}{2}$.



1) اكتب معادلة لكل من المستقيمات التالية: (D_1)، (D_2)، (D_3) و (Δ).

2) احسب النهايات التالية: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$، $\lim\limits_{x\to2} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)-x-8)$، ثم استنتج حساب النهايات التالية: $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x^2)}{x}$، $\lim\limits_{x\to2}(f\circ f(x))$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)-x}{f(x)+x}$.

3) احسب: $\lim\limits_{x\to1^<}\frac{f(x)}{x-1}$، $\lim\limits_{x\to1^>}\frac{f(x)}{x-1}$ و $\lim\limits_{x\to-1}\frac{f(x)-4}{x+1}$. هل f قابلة للاشتقاق عند كل من 1 و 1-؟ علّل إجابتك.

4) ادرس إشارة $f'(x)$، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f على $\mathbb{R}-\{2\}$.

5) عيّن القيمة المقرّبة للعدد $f(2{,}99)$، باستعمال التقريب التآلفي للدالة f.

6) احسب ما يلي: $f([3;+\infty[)$، $f([1;2[)$، $f([-1;0[)$ و $f(]-\infty;-1[)$.

7) عيّن قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $f(x)=m^2$ أربعة حلول متمايزة.

8) g الدالة المعرّفة على المجال $[3;+\infty[$ بـ: $g(x)=xf(x)$. بيّن أنّ الدالة g متناقصة تماما على $[3;+\infty[$.

9) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=k$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $[1;2[$، حيث k عدد حقيقي موجب تماما.

10) إذا علمت أنّ: $f(x)=a+\frac{b}{(x-2)^2}$ على $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$، عيّن العددين الحقيقيين a و b.

اقلب الورقة

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

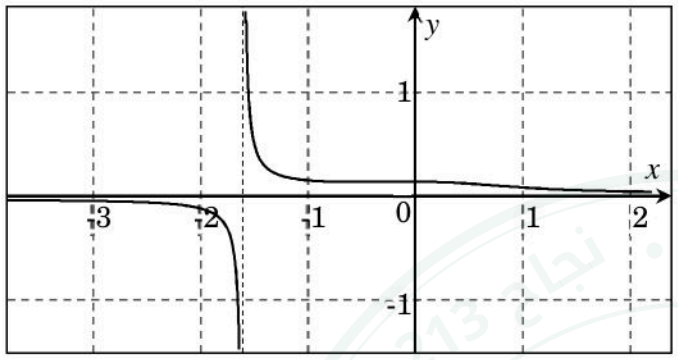
تمرين2 (11نقطة)

I- 1) إليك جدول تغيرات الدالة g المعرّفة على $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	$\frac{37}{4}$	↘	9	↗	$+\infty$

بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]-\infty;-\frac{1}{2}[$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

2) إليك التمثيل البياني للدالة h المعرّفة على $]-\infty;\alpha[\cup]\alpha;+\infty[$ بـ: $h(x)=\frac{1}{g(x)}$.



أ) بقراءة بيانية، خمّن اتّجاه تغيّر الدالة h على كل من المجالين $]-\infty;\alpha[$ و $]\alpha;+\infty[$.

ب) باستعمال جدول تغيرات الدالة g أنشئ جدول تغيرات الدالة h على $]-\infty;\alpha[\cup]\alpha;+\infty[$.

ج) هل تخمينك لتغيرات h كان صحيحا؟ علّل إجابتك.

3) إذا علمت أنّ: $g(x)=4x^3+3x^2+9$ ، تحقّق أنّ: $-1,7<\alpha<-1,6$.

II- f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{g(x)}{4x^2}-2x$.

ليكن $(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول 2cm)

1) احسب النهايات التالية: $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)+x-\frac{3}{4}\right)$.

2) استنتج أنّ المنحني $(\mathscr{C})$ يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائلا (Δ). ادرس وضعية المنحني $(\mathscr{C})$ بالنسبة للمستقيم (Δ).

3) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$: $f'(x)=-\frac{2x^3+9}{2x^3}$ ، استنتج اتّجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

4) برهن على وجود مماس (T) للمنحني $(\mathscr{C})$ يقطع حامل محور التراتيب عند الترتيبة $\frac{15}{2}$. اكتب معادلة للمماس (T).

5) بيّن أنّ $f(-\alpha)=0$ ، ثم ارسم المستقيم المقارب المائل (Δ)، المماس (T) والمنحني $(\mathscr{C})$.

6) K الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $K(x)=f(|x|)$.

ليكن $(\mathscr{C}')$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

أ) بيّن أنّ الدالة K زوجية، ثم اشرح كيفية رسم $(\mathscr{C}')$ انطلاقا من $(\mathscr{C})$، وارسم $(\mathscr{C}')$ في المعلم السابق.

ب) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $K(x)=-x+m$.

www.dzexams.com

بالتّوفيق

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تصحيح فرض الفصل 1 : 2025م

تمرين 1 : "عبد المطلب"

1) $(D_1) : y = ax+b$ يشمل $(0;8)$ و $(-8;0)$

$(D_1): y = x+8$ $\begin{cases} a=1 \\ b=8 \end{cases}$ و $\begin{cases} 8 = 0+b \\ 0 = -8a+b \end{cases}$

$(D_2): x=2$ $(D_3): y=-2$

$(\Delta) : y = ax+b$ يشمل $(3;0)$ و $B(2;4)$

$(\Delta): y=-4x+12$ $\begin{cases} a=-4 \\ b=12 \end{cases}$ $\begin{cases} 0 = 3a+b \\ 4 = 2a+b \end{cases}$

2) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -2$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ $\lim\limits_{x\to-\infty} (f(x)-x-8) = 0$

$\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x^2)}{x} = \dfrac{-2}{-\infty} = 0$

$\lim\limits_{x\to 2} (fof(x)) = \lim\limits_{x\to 2} (f(f(x))) = \lim\limits_{X\to+\infty} f(X) = -2$

لدينا : $\lim\limits_{x\to-\infty} (f(x)-x-8) = 0$ ؛ إذن :

$\lim\limits_{x\to-\infty} (f(x)-x) = 8$ ؛ ومنه :

$\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)-x}{f(x)+x} = \dfrac{8}{-\infty} = 0$

3) نضع : $C(1;0)$ و $D(0;8)$

$\lim\limits_{x\le 1} \dfrac{f(x)}{x-1} = \lim\limits_{x\le 1} \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1} = f'_g(1)$

$\lim\limits_{x\le 1} \dfrac{f(x)}{x-1} = \dfrac{y_D-y_C}{x_D-x_C} = \dfrac{8-0}{0-1} = -8$

$\lim\limits_{x\ge 1} \dfrac{f(x)}{x-1} = \lim\limits_{x\ge 1} \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1} = f'_d(1)$

$\lim\limits_{x\ge 1} \dfrac{f(x)}{x-1} = \dfrac{y_B-y_C}{x_B-x_C} = \dfrac{4-0}{2-1} = 4$

$\lim\limits_{x\to-1} \dfrac{f(x)-4}{x+1} = \lim\limits_{x\to-1} \dfrac{f(x)-f(-1)}{x+1} = f'(-1) = 0$

لأن المماس عند A يوازي (Ox).

$f'_g(1) \neq f'_d(1)$: f غير قابلة للاشتقاق عند 1

$f'(-1) = 0$: f قابلة للاشتقاق عند -1

4) إشارة $f'(x)$:

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$ ‖	$+$	‖ $-$
$f(x)$	$-\infty \nearrow$	$4 \searrow$	$0 \nearrow$	$+\infty$ ‖ $+\infty \searrow$	-2

5) لدينا : $(\Delta): y = -4x+12$

$f(2,99) \simeq -4(2,99)+12 \simeq 0,04$

6) $f([1;2[) = [0;+\infty[$ ؛ $f([3;+\infty[) =]-2;0]$

$f(]-\infty;-1]) =]-\infty;4]$ ؛ $f([-1;0[) =]3,5;4]$

7) حلول هذه المعادلة هي فواصل نقط تقاطع $(\mathcal{C})$ مع المستقيمات الأفقية : $y = m^2$. 4 حلول متمايزة :

يعني : $0 < m^2 < 4$: $m \in]-2;0[\cup]0;2[$

8) $g(x) = xf(x)$ ؛ $g'(x) = f(x)+xf'(x)$

f و f' سالبتان على $[3;+\infty[$ يعني :

ومنه : g متناقصة تماما و $g'(x) < 0$

9) f متزايدة تماما على $[1;2[$ ؛ $f(1) = 0 < k$

إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن $f(x) = k$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1 \le \alpha < 2$.

10) $f(x) = a + \dfrac{b}{(x-2)^2}$ و $f'(x) = \dfrac{-2b}{(x-2)^3}$

$\begin{cases} a+b=0 \\ -2b=-4 \end{cases}$ $\begin{cases} f(1)=0 \\ f'(3)=-4 \end{cases}$

نجد : $b=2$ و $a=-2$

ومنه : $f(x) = -2 + \dfrac{2}{(x-2)^2}$

يمكن استعمال : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

عبد المطلب

www.dzexams.com

najah213.com · نجاح 213

تمرين 2:

I- 1) g مستمرة ومتزايدة تماما على $]-\infty ; -0,5[$ و $g(-0,5)=\frac{37}{4}>0$ و $\lim_{x\to-\infty} g(x)=-\infty$

أي $g(\alpha)\in]-\infty ; \frac{37}{4}[$ حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α، حيث: $\alpha \in]-\infty ; -0,5[$.

إشارة $g(x)$:

x	$-\infty$		α		0	$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$		

2) أ) h متناقصة تماما على $]-\infty ; \alpha[$ و h متناقصة تماما على $]\alpha ; +\infty[$.

ب) $h'(x)=\frac{-g'(x)}{(g(x))^2}$ $(x\neq\alpha)$

x	$-\infty$		α		$-0,5$		0		$+\infty$
$h'(x)$		$-$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$h(x)$	0	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{4}{37}$	$\nearrow$	$\frac{1}{9}$	$\searrow$	0
		$-\infty$							

ج) التخمين كان خاطئا، لأن h ليست متناقصة على كل من $]-\infty ; \alpha[$ و $]\alpha ; 0[$ حسب الجدول أعلاه.

3) $g(-1,6)\simeq 0,3>0$ ؛ $g(-1,7)\simeq -2<0$

II- 1) $f(x)=\frac{4x^3+3x^2+9}{4x^2}-2x=\frac{-4x^3+3x^2+9}{4x^2}$

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} -4x=-\infty$ و $\lim_{x\to 0} f(x)=+\infty$

$\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)+x-\frac{3}{4}\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{9}{4x^2}=0$

2) $(\mathcal{C})$ يقبل مستقيم مقارب عمودي معادلته $x=0$ و (Δ) هو المستقيم المقارب المائل الذي معادلته $y=-x+\frac{3}{4}$.

$x>0$ لدينا (Δ) أعلى $(\mathcal{C})$ ومنه $f(x)-y=\frac{9}{4x^2}>0$

3) $f(x)=-x+\frac{3}{4}+\frac{9}{4x^2}$

$f'(x)=-1-\frac{9}{2x^3}=\frac{-2x^3-9}{2x^3}<0$

ومنه: f متناقصة تماما على $]0;+\infty[$

x	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$

$y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ 14

مماس يشمل النقطة $A(0;\frac{15}{2})$ يعني:

$\frac{15}{2}=f'(x_0)(0-x_0)+f(x_0)$

$\frac{15}{2}=\left(\frac{-2x_0^3-9}{2x_0^3}\right)(-x_0)+\frac{-4x_0^3+3x_0^2+9}{4x_0^2}$

$\frac{15}{2}=\frac{4x_0^2+18-4x_0^3+3x_0^2+9}{4x_0^2}$

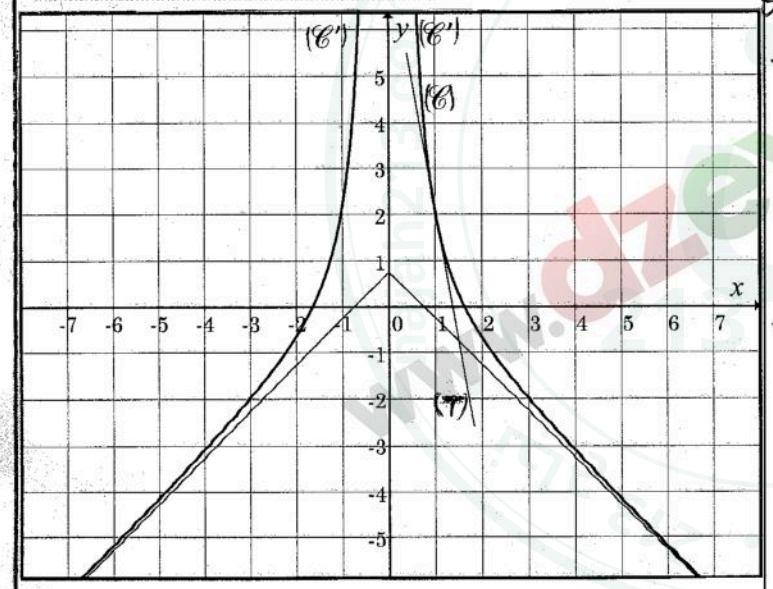
$30x_0^2=3x_0^2+27$ ؛ $\frac{15}{2}=\frac{3x_0^2+27}{4x_0^2}$

ومنه $x_0^2-1=0$ ($x_0=1$) مرفوض $x_0=-1$

15) $f(-\alpha)=\frac{-4(-\alpha)^3+3(-\alpha)^2+9}{4(-\alpha)^2}$

$f(-\alpha)=\frac{4\alpha^3+3\alpha^2+9}{4\alpha^2}=\frac{g(\alpha)}{4\alpha^2}=0$

(T): $y=-5,5x+7,5$ معادلة المماس



16) $x\in\mathbb{R}^*$ كذلك $-x\in\mathbb{R}^*$

$K(-x)=f(|-x|)=f(|x|)=K(x)$

ومنه الدالة K زوجية

$x>0$: $K(x)=f(x)$ ومنه $(\mathcal{C}')$ يطابق $(\mathcal{C})$

$x<0$: $K(x)=f(-x)$ وبما أن K زوجية، نناظر الجزء المطابق بالنسبة لمحور التراتيب

ب) حلول المعادلة $K(x)=-x+m$ هي فواصل نقط تقاطع $(\mathcal{C}')$ مع المستقيمات التي ميلها -1.

$m\leq\frac{3}{4}$: حل وحيد سالب

$m>\frac{3}{4}$: حلان مختلفان في الإشارة.

شبه المطلب

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com