

سنة **ثانية** ثانوي

الشعب:

رياضيات | علوم تجريبية | تقني رياضي

سلسلة تمارين حول:

الإحتمالات



[مع حلول مقترحة]

+ ملخص حول الاحتمالات

إعداد الأستاذ:

قويسم إبراهيم الخليل

آخر تحديث:

[03 جانفي 2022]

1.
ملخص حول الاحتمالات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

مصطلحات وتعاريف

◆ **التجربة العشوائية:** هي كل تجربة لا يمكن توقع نتيجتها رعم معرفة مجموعة النتائج الممكنة

◆ **مجموعة الإمكانيات Ω:** هي مجموعة الإمكانيات في تجربة عشوائية ولها تسميات أخرى مثل (الحادثة الأكيدة، المجموعة الشاملة، مجموعة المخارج)

◆ **الحادثة:**
هي جزء من المجموعة Ω

- **الحادثة الأولية (البسيطة):** تحتوي على عنصر وحيد.
- **الحادثة الأكيدة:** هي الحادثة التي تحتوي على جميع عناصر Ω
- **الحادثة المستحيلة $\emptyset$:** هي المجموعة الخالية
- **الحادثة العكسية $\overline{A}$:** هي الحادثة التي تحوي جميع عناصر Ω ما عدا عناصر المجموعة A

قانون الاحتمال

◆ **احتمال حادثة:** $P(A)$ هو احتمال الحصول الحادثة A حيث: $\begin{cases} P(A) = \frac{Card(A)}{Card(\Omega)} \\ 0 \leq P(A) \leq 1 \end{cases}$

$Card(A)$ هو عدد عناصر المجموعة A ، $Card(\Omega)$ هو عدد عناصر المجموعة Ω

- $P_1 + P_2 + \cdots + P_n = 1$ أي: $\sum_{i=1}^{n} P_i = 1$
- احتمال الحادثة الأكيدة هو 1 أي $P(\Omega) = 1$
- احتمال الحادثة المستحيلة هو 0 أي $P(\emptyset) = 0$

خواص الاحتمال

◆ **لتكن A و B حادثتان من Ω:**

- $A \cup B$: هي العناصر المشتركة وغير المشتركة بين A و B
- $A \cap B$: هي العناصر المشتركة بين A و B (بدون تكرار)
- A و B **غير متلائمتين** معناه $A \cap B = \emptyset$
- A و B **حادثتان مستقلتان** معناه $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$
- إذا كان $A \cap \overline{A} = \emptyset$ و $A \cup \overline{A} = \Omega$ فإنّ $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
- إذا كانت A و B حادثتين كيفيتين فإنّ: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- إذا كان $A \subset B$ فإنّ $P(A) \leq P(B)$

تساوي الاحتمال

◆ **تجربة متساوية الإحتمال:** هي تجربة عشوائية حيث **كل الحوادث لها نفس الاحتمال**

◆ **مصطلحات تساوي الإحتمال:** "زهرة نرد غير مزيفة" ، "قطعة نقود غير مزيفة" ، "كريات لا نفرق بينها عند اللمس"

◆ **ملاحظة مهمة:** لا تكفي هذه المصطلحات لاعتبار **تساوي الاحتمال** بل يتعلق بالسؤال المطروح أيضا.

المتغير العشوائي X

◆ **المتغير العشوائي X:** هو دالة معرفة على I حيث $I = \{x_1; x_2; \ldots; x_n\}$ والتي ترفق بكل قيمة x_i العدد الحقيقي الموجب $P(X = x_i)$، ونعرفه بالجدول التالي:

x_i	x_1	x_2	...	x_n
$P(X = x_i)$	P_1	P_2	...	P_n

◆ **الأمل الرياضياتي:**
$E(X)$

$$E(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i P_i$$

◆ **التباين:**
$V(X)$

$$V(x) = \sum_{i=1}^{n} (x_i)^2 P_i - \big(E(X)\big)^2 = \sum_{i=1}^{n} P_i \big(x_i - E(X)\big)^2$$

◆ **الانحراف المعياري:**
$\sigma(X)$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(x)}$$

الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

2.
التمارين

انقر على كلمة الحل في كل تمرين للانتقال إليه

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

التمرين 01 — الحل

عيّن التجارب **متساوية الاحتمال** من بين التجارب العشوائية التالية:

1. رمي زهرة نرد حقيقية مرتين.
2. رمي قطعة نقدية غير متوازنة ثلاث مرات متتالية
3. سحب في آن واحد كرتين من كيس يحوي 4 كرويات لا نميز بينها باللمس (كريتان لونهما أبيض وكرية سوداء وكرية زرقاء)
4. رمي قطعة نقدية متوازنة ونسجل النتيجة:
   P: ظهر، F: وجه
5. رمي قطعة نقدية مزيفة

التمرين 02 — الحل

نرمي زهرة نرد متوازنة، أوجهها مرقمة من 1 إلى 6

1. عين مجموعة الإمكانيات Ω
2. عين الحوادث التالية واحسب احتمالها:
   A: "الحصول على رقم فردي"
   B: "الحصول على رقم أولي"
   C: "الحصول على رقم أكبر تماما من 3"
   D: "الحصول على رقم أكبر تماما من 7"
   E: "الحصول على رقم أصغر من أو يساوي 6"
3. كيف نسمي الحدثين D و E؟
4. احسب $P(B \cup C)$، $P(A \cap C)$ و $P(\overline{A})$

التمرين 03 — الحل

يحتوي كيس 15 كرية مرقمة من 1 إلى 15، نسحب عشوائيا كرية احدة ونسجل رقمها.

1. عيّن المجموعة الشاملة
2. عيّن الحادثة A: "الحصول على رقم مضاعف للعدد 5"
3. عيّن الحادثة B: "الحصول على رقم مضاعف للعدد 3"
4. عيّن الحوادث التالية: $A \cap B$، $\overline{A}$ و $\overline{B}$، ثم استنتج الحادثتين $\overline{A} \cap \overline{B}$ و $\overline{A \cap B}$

التمرين 04 — الحل

لتكن A، B و C ثلاث حوادث من المجموعة Ω حيث:

$P(A) = 0.3$ $\quad P(B) = 0.4$ $\quad P(C) = 0.7$

$P(A \cap B) = 0.2$ $\quad P(A \cup B) = 0.7$

$P(A \cap C) = 0.2$ $\quad P(B \cup C) = 0.7$

- احسب $P(A \cup C)$ و $P(B \cap C)$

التمرين 05 — الحل

لتكن A و B حادثتين حيث: $P(A) = 0.45$ و $P(B) = 0.37$ و $P(A \cup B) = 0.82$

- اثبت أنّ A و B غير متلائمتين

التمرين 06 — الحل

زهرة نرد وجوهها مرقمة من 1 إلى 6، احتمال ظهور الأوجه الستة يحقق العلاقة:

$$P(1) = P(2) = 2P(3) = 3P(4) = P(5) = P(6)$$

- احسب احتمال ظهور كل وجه.

التمرين 07 — الحل

نظّم خمس لاعبين A، B، C، D و E منافسة في لعبة الشطرنج، نفرض أنّ اللاعبين A، B و C لهم نفس الاحتمال للربح واللاعبين D و E لهما نفس الاحتمال للربح، وأنّ اللاعب A له مرتين حظوظ الربح بالنسبة للاعب D

1. احسب احتمال الربح لكل لاعب
2. احسب احتمال الربح لـ D أو E
3. ما احتمال ربح A أو B أو C
4. ما احتمال ألاّ يربح B

التمرين 08 — الحل

تكتب التلميذة "عهد" الحروف A، D، H في قصصات ورقية صغيرة ثم تضعها في كيس، تسحب عشوائيا بدون ارجاع حرف وتضعه في الجدول الآتي

الثالث	الثاني	الأول

- حساب احتمال أن تكتب اكرام اسمها هكذا AHD

التمرين 09 — الحل

نرمي زهرة نرد حيث وجه واحد يحمل الرقم 1، وجهان يحملان الرقم 2، ثلاثة أوجه تحمل الرقم 3

1. هل هناك تساوي احتمال؟
2. عين مجموعة الإمكانيات التي من أجلها تساوي احتمال

الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين 10 — الحل

الجدول الآتي يعرف قانون احتمال متغير عشوائي X:

x_i	-2	-1	α	3
$P(X=x_i)$	0.12	0.5	β	0.3

- عيّن قيمة α و β حتى يكون الأمل الرياضياتي مساويا لـ0.44

التمرين 11 — الحل

الجدول التالي يمثل نتائج امتحان لتلاميذ مؤسسة ما حسب صفتهم داخلي أو خارجي

	خارجي	داخلي
ناجح	195	212
راسب	43	80

1. نختار عشوائيا تلميذ من هاته المؤسسة، ما احتمال أن يكون:
   أ/ داخلي وناجح؟
   ب/ خارجي؟
   ج/ راسب؟
2. نختار عشوائيا تلميذا داخليا، ما احتمال أن يكون ناجحا؟
3. نختار عشوائيا تلميذا راسبا، ما احتمال أن يكون خارجيا؟

التمرين 12 — الحل

يحتوي كيس على 3 قريصات بيضاء و 5 قريصات سوداء، نسحب قريصتين من الكيس على التوالي بحيث نعيد إلى الكيس القريصة المسحوبة قبل سحب القريصة الثانية.

1. مثل النتائج بمخطط (شجرة)
2. ما احتمال الحصول على نفس اللون؟
3. أعد نفس الأسئلة السابقة ومع اعتبار أننا لا نعيد القريصة الأولى قبل السحب الثاني.

التمرين 13 — الحل

يحتوي صندوق 7 كرات منها ثلاث كرات سوداء مرقمة 1، 2، 3 وأربع كرات حمراء مرقمة 1، 2، 3، 4، نسحب عشوائيا كرة من الصندوق

احسب احتمال الحوادث الآتية:

- A: "الكرة المسحوبة سوداء"
- B: "الكرة المسحوبة حمراء"
- C: "الكرة المسحوبة تحمل رقما فرديا"

التمرين 14 — الحل

A و B حادثتان حيث: $P(\overline{A})=0.44$، $P(\overline{B})=0.63$ و$P(\overline{A\cup B})=0.52$

- احسب $P(A\cap B)$

التمرين 15 — الحل

نفرض أنه في عيادة ولادة هناك نفس الحظوظ حتى يكون كل مولود ولد أو بنت، باعتبار الترتيب في الولادات:

1. عيّن كل الإمكانيات لعائلة بثلاث أطفال
2. احسب احتمال أن تكون عائلة بثلاث أطفال تتضمن بنتين

التمرين 16 — الحل

يحتوي كيس على 4 كرات مرقمة 1، 2، 5، 7

نسحب كرتين من الكيس بحيث نعيد الكرة إلى الكيس قبل السحب الموالي، نضع: X رقم الكرة الأولى، Y رقم الكرة الثانية

1. هات قائمة الإمكانيات الـ 16 لهذه التجربة
2. احسب احتمال الأحداث التالية:
   - A: "$X=5$"
   - B: "$X+3Y\leq 3$"
   - C: "$X=2Y$"
   - D: "$X+Y$ عدد فردي"

التمرين 17 — الحل

نرمي قطعة نقد مزيفة مرة واحدة، نسمي P الحادث: "الحصول على ظهر" وF الحادث: "الحصول على وجه"

1. علما أنّ الحصول على ظهر هو $P(P)=\frac{1}{3}$، احسب $P(F)$
2. نرمي هاته القطعة ثلاث مرات:
   أ/ ضع مخططا توضح فيه جميع الحالات الممكنة لهاته التجربة.
   ب/ ما احتمال: الحصول على "وجه"
   ج/ ما احتمال الحصول على "مرتين وجه"

التمرين 18 — الحل

في قسم 45 تلميذا، 14 تلميذا في نادي الموسيقى و10 تلاميذ في نادي الرسم و5 تلاميذ في كلا الناديين.

1. نختار عشوائيا تلميذ من هذا القسم، ما احتمال أن يكون هذا التلميذ:
   أ/ من نادي الموسيقى؟

الخليل للرياضيات
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

ب/ من النواديين؟

❷ نختار تلميذا من نادي الرسم، ما هو احتمال أن يكون من نادي الموسيقى؟

التمرين 19 الحل

في حقيبة السفر لخليل يوجد سروالان، واحد أبيض والآخر أسود، معطفان واحد أبيض والآخر أسود وثلاثة أقمصة: إثنان بيضاوان والآخر أسود، أخذ خليل بطريقة عشوائية سروالا ومعطفا وقميصا.

❶ بواسطة شجرة، عيّن كل الإمكانيات التي تسمح لأحمد بارتداء سروال ومعطف وقميص.

❷ لتكن الحادثة A: "لباس أحمد أسود"

• بيّن أنّ $P(A) = \frac{1}{12}$

❸ احسب احتمال أن يكون أحمد مرتديا سروالا ومعطفا من لونيين مختلفين.

❹ احسب احتمال ألاّ يكون أحمد مرتديا قميصا أسودا ولا معطفا أبيضا.

التمرين 20 الحل

ليكن X متغيرا عشوائيا قانون احتماله موزع كالآتي:

x_i	-5	-2	3	4	7
$P(X = x_i)$	0.2	0.35	0.1	0.15	0.2

❶ احسب الأمل الرياضياتي لـ X

❷ عيّن تبيان X

التمرين 21 الحل

يحتوي كيس على كريتين حمراويتين وثلاث كريات خضراء وكرية زرقاء (لا يمكن التفريق بينها باللمس)، نسحب عشوائيا كريتين على التوالي من الكيس بدون إرجاع، ونعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة عدد الكريات الخضراء المسحوبة.

❶ مثل النتائج باستعمال:

أ/ شجرة الاحتمالات

ب/ جدول

❷ عيّن قانون الاحتمال X باستعمال:

أ/ شجرة الاحتمالات

ب/ جدول

❸ احسب كلا من $E(X)$، $V(X)$ و $\sigma(X)$

التمرين 22 الحل

يحتوي كيس على 8 كريات مرقمة من 1 إلى 8، نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من الكيس:

❶ ما عدد الحالات الممكنة للسحب

❷ ما عدد الطرق للحصول على:

أ/ كريتين تحملان رقما زوجيا

ب/ كريتين تحملان عددين مجموعهما عدد زوجي

ج/ كريتين تحملان عددين حاصل جدائهما عدد زوجي

التمرين 23 الحل

زهرة نرد غير مزيفة مكعبة نسميها A، بها وجه يحمل الرقم 1، وجهان يحملان الرقم 2، ثلاثة أوجه تحمل الرقم 3، وزهرة نرد أخرى غير مزيفة مكعبة نسميها B، بها وجه يحمل الرقم 1، وجهان يحملان الرقم 2، وجه يحمل الرقم 3، وجهان يحملان الرقم 4.

نرمي الزهرتان في آن واحد، ما احتمال أن يكون الرقمان المسجلان على الوجهين العلويين للزهرتين:

❶ زوجيين

❷ فرديين

التمرين 24 الحل

يحتوي كيس على 3 كريات بيضاء، كرتان خضروان وكرتان حمراوان، نسحب كرتين على التوالي بدون ارجاع.

نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكريات البيضاء المسحوبة، وY المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة.

❶ عيّن القيم الممكنة لـ X

❷ عين قانون احتمال المتغير X

❸ احسب الأمل الرياضياتي والتباين للمتغير X

❹ أجب عن نفس الأسئلة السابقة بالنسبة للمتغير Y

❺ نعتبر المتغير العشوائي Z حيث: $Z = X + Y$، وليكن N المتغير عشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الخضراء المسحوبة

أ/ عبر عن Z بدلالة N

ب/ استنتج قانون احتمال Z

ج/ احسب $E(Z)$ و $\sigma(Z)$

الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

التمرين 25 الحل

يحتوي صندوق على 5 كرات لا نفرق بينها باللمس.

منها 2 كرات بيضاء تحمل الرقم a و 2 كرات حمراء تحمل الرقم $2-a$، وكرة واحدة خضراء تحمل الرقم 2 حيث a عدد حقيقي موجب تماما.

I) نسحب كرتين من الصندوق على التوالي وبدون ارجاع الكرة الأولى:

1. مثل التجربة بمخطط -شجرة الاماكانيات-
2. عين مجموع الإمكانيات Ω، ثمّ عرّف عليها قانون احتمال التجربة.
3. احسب احتمال الحوادث التالية:

أ/ A: "الحصول على كرتين من نفس اللون"

ب/ B: "الحصول على كرة خضراء"

ج/ C: "الحصول على كرة بيضاء أو كرة حمراء"

II) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة جداء الرقمين المتحصل عليهما.

1. عين جميع القيم الممكنة للمتغير X، ثم عرّف قانون احتماله
2. بيّن أنّ الأمل الرياضياتي للمتغير X يعطى بالعلاقة التالية:

$$E(X)=\frac{6a^2+2a-3}{10}$$

3. عيّن قيم العدد الحقيقي a حتى يكون الأمل الرياضياتي عادلا.

التمرين 26 الحل

نختار عشوائيا عدد محصور بين 0 و 60، ليكن X المتغير العشوائي المناسب لرقم الآحاد، وY المتغير العشوائي المناسب لرقم العشرات

1. عين قانون احتمال X وقانون احتمال Y
2. احسب $P(X=Y)$
3. احسب $P(XY>17)$
4. احسب $P(2X+Y=13)$

التمرين 27 الحل

تتكون باقة ورود من 3 ورود حمراء وورديتين صفراوين ووردة بيضاء، نختار عشوائيا على التوالي وردتين من الباقة دون ارجاع

1. مثل الوضعية بشجرة الاحتمال
2. احسب احتمال الحوادث التالية:

أ/ A: "الحصول على وردتين حمراوين"

ب/ B: "الحصول على وردة صفراء على الأقل"

ج/ C: "الحصول على وردتين ليس لهما نفس اللون"

• قرر بائع هذه الباقة أن يقترح اللعبة التالية:

يدفع الزبون m دينار ويختار وردتين بصفة عشوائية ودون ارجاع، يربح الزبون 10 دينار إذا كانت الوردتين حمراوين، ويربح 30 دينار إذا كانت إحدى الوردتين بيضاء، ويربح 110 إذا كانت الوردتين صفراويتين، ولا يربح أي دينار إذا لم يتحقق أي شرط من الشروط الثلاث السابقة.

X هو المتغير العشوائي الذي يمثل الربح.

3. عيّن بدلالة m القيم التي يأخذها المتغير X
4. عيّن قانون احتمال المتغير X
5. احسب بدلالة m الأمل الرياضياتي للمتغير X
6. عيّن قيمة m حتى تكون اللعبة عادلة
7. إذا دفع الزبون 20 دينار، هل المشاركة في هاته اللعبة من مصلحته.
8. احسب الانحراف المعياري للمتغير X في حالة $m=20$

التمرين 28 الحل

I) اقترح أستاذ على تلاميذ استجواب متكون من سؤالين، واحتمال أن يجيب التلميذ إجابة صحيحة هو $\frac{1}{2}$ واحتمال أن تكون الإجابة خاطئة يساوي احتمال عدم الإجابة عن السؤال

1. مثّل هذه التجربة على شجرة الاحتمالات.
2. احسب احتمال الحواث التالية:

A: "أن يجيب التلميذ على السؤالين"

B: " ألاّ يجيب التلميذ على السؤال الثاني فقط "

C: "يجيب التلميذ إجابة واحدة صحيحة على الأكثر"

II) يتحصل التلميذ على $(+2)$ لكل إجابة صحيحة وعلى (-1) لكل إجابة خاطئة، وفي حالة عدم الإجابة يتحصل على (0). وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق لكل

الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

مخرج مجموع النقاط المتحصل عليها. وإذا كان $X < 0$ يحصل التلميذ على 0

1. ماهي القيم الممكنة للمتغير العشوائي X
2. عرّف قانون الاحتمال X
3. احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$، ماذا تستنتج؟

التمرين 29 الحل

زهرة نرد مزيفة وجوهها مرقمة من 1 إلى 6، نرمي الزهرة مرّة واحدة ونهتم بالرقم الذي يظهر على الوجه العلوي

نسمّي P_i احتمال الحصول على الوجه الذي يحمل الرقم i

يُعطى: $P_1 = P_5$، $P_3 = 2P_1$، $P_5 = 2P_6$، $P_2 = 0.15$ و $P_4 = 2P_3$

1. بيّن أنّ $P_1 = 0.1$، ثم استنتج P_3، P_4، P_5، P_6
2. عيّن احتمال الحوادث الآتية:

A: "النتيجة تظهر رقم فردي"

B: "النتيجة تظهر رقم أصغر أو يساوي 3"

C: "النتيجة تظهر الرقم 2 أو 5"

D: "$A \cap C$"

E: "$A \cup C$"

F: "$\overline{A}$"

التمرين 30 الحل

جهاز الكتروني يحتوي على شاشة مكونة من 9 خانات مرقمة كما هو في الجدول:

0	10	30
0	20	0
10	0	10

عند وضع الجهاز في حالة تشغيل تضيء إحدى الخانات باللون الأحمر بصفة عشوائية (جميع الخانات لها نفس حظوظ الإضاءة). للعب جولة بالجهاز، على اللاعب أن يضع 10 دينار لتشغيل الجهاز، فيتحصل اللاعب على مبلغ يساوي الرقم الظاهر في الخانة المضيئة

1. نرمز بـ X للمتغير العشوائي الذي يعطينا الربح المالي الصافي بالدينار للاعب في كل جولة

أ/ عيّن القيم الممكنة للمتغير X

ب/ عيّن قانون احتمال X

ج/ احسب $P(X > 0)$

د/ احسب $E(X)$

2. إذا علمت أنّ تكلفة الجهاز هي 250 دينار، جد أصغر عدد من الجولات التي يمكن تنظيمها حتى لا تكون هناك خسارة مالية لمنظم اللعبة (بفرض أنّ جميع الحالات يخسر فيها اللاعب)
3. نريد تغيير رقم الخانة التي في الأعلى على اليمين بحيث يكون معدل الربح المالي للاعب مساويا لـ 0، ما الرقم الذي يجب وضعه في هذه الخانة.

التمرين 31 الحل

يحتوي كيس على n قريصة (n عدد طبيعي أكبر من أو يساوي 7)، منها 7 قريصات بيضاء والباقي حمراء. نسحب قريصتين على التوالي وبدون ارجاع.

1. نفرض في هذا السؤال أنّ $n = 10$:
   - احسب احتمال الحوادث التالية:

A: "القريصة الأولى بيضاء والثانية حمراء"

B: "قريصة بيضاء وقريصة حمراء"

C: "القريصتان بيضاوان"

D: "القريصتان من نفس اللون"

2. في هذا السؤال n عدد طبيعي أكبر من أو يساوي 8 وP_n هو احتمال أن تكون القريصتان المسحوبتان من لونيين مختلفين.

أ/ أثبت أنّ:

$$P_n = \frac{14(n-7)}{n^2 - n}$$

ب/ عيّن قيّم العدد الطبيعي n الذي يكون من أجلها لـ P_n قيمة حدية عظمى، ثم عيّن قيمة P_n المناسبة.

بالتوفيق

♥ لا تنسونا من صالح دعائكم ♥

الأستاذ: قويسم براهيم الخليل



الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

3. الحلول [حلول مقترحة]

انقر على كلمة التمرين في كل حل للانتقال إليه

najah213.com · نجاح 213

حل التمرين 01

التجارب **متساوية الاحتمال** هي:

- رمي زهرة نرد حقيقية مرتين.
- رمي قطعة نقدية متوازنة P: ظهر، F: وجه

حل التمرين 02

❶ تعيين مجموعة الإمكانيات Ω:

$$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$$

❷ تعيين الحوادث وحساب احتمالها:

$$A = \{1; 3; 5\} \quad ; \quad P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$B = \{2; 3; 5\} \quad ; \quad P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$C = \{4; 5; 6\} \quad ; \quad P(C) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$D = \emptyset \quad ; \quad P(D) = \frac{0}{6} = 0$$

$$E = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \quad ; \quad P(E) = \frac{6}{6} = 1$$

❸ نسمي الحدث D: بالحدث المستحيل

والحدث E بالحدث الأكيد

❹ حساب $P(B \cup C)$، $P(A \cap C)$ و $P(\overline{A})$:

لدينا: $B \cup C = \{2; 3; 4; 5; 6\}$

ومنه:

$$P(B \cup C) = \frac{5}{6}$$

لدينا: $A \cap C = \{3; 5\}$

$$P(A \cap C) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

ولدينا:

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

حل التمرين 03

❶ تعيين المجموعة الشاملة:

$$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15\}$$

❷ تعيين الحادثة A: "الحصول على رقم مضاعف للعدد 5":

$$A = \{5; 10; 15\}$$

❸ تعيين الحادثة B: "الحصول على رقم مضاعف للعدد 3"

$$B = \{3; 6; 9; 12; 15\}$$

❹

- تعيين الحادثة $A \cap B$:

$$A \cap B = \{5; 15\}$$

- تعيين الحادثة $\overline{A}$:

$$\overline{A} = \{1; 2; 3; 4; 6; 7; 8; 9; 11; 12; 13; 14\}$$

- تعيين الحادثة $\overline{B}$:

$$\overline{B} = \{1; 2; 4; 5; 7; 8; 10; 11; 13; 14\}$$

- استنتاج الحادثة $\overline{A} \cap \overline{B}$:

$$\overline{A} \cap \overline{B} = \{1; 2; 4; 7; 8; 11; 13; 14\}$$

- استنتاج الحادثة $\overline{A \cap B}$:

$$\overline{A \cap B} = \{1; 2; 3; 4; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14\}$$

حل التمرين 04

• حساب $P(B \cap C)$:

$$\begin{aligned} P(B \cap C) &= P(B) + P(C) - P(B \cup C) \\ &= 0.4 + 0.7 - 0.7 \\ &= 0.4 \end{aligned}$$

• حساب $P(A \cup C)$:

$$\begin{aligned} P(A \cup C) &= P(A) + P(C) - P(A \cap C) \\ &= 0.3 + 0.7 - 0.2 \\ &= 0.8 \end{aligned}$$

حل التمرين 05

• اثبات أنّ A و B غير متلائمتين:

A و B غير متلائمتين معناه $P(A \cap B) = 0$

لدينا:

$$\begin{aligned} &P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ \Longrightarrow\ &0.82 = 0.45 + 0.37 - P(A \cap B) \\ \Longrightarrow\ &0.82 = 0.82 - P(A \cap B) \\ \Longrightarrow\ &0 = P(A \cap B) \end{aligned}$$

حل التمرين 06

• حساب احتمال ظهور كل وجه:

نضع $P(1) = x$ ومنه:

$$P(1) = x \qquad P(2) = x \qquad P(3) = 2x$$
$$P(4) = 3x \qquad P(5) = x \qquad P(6) = x$$

لدينا:

$$\sum_{i=1}^{6} p_i = 1 \Longrightarrow x + x + 2x + 3x + x + x = 1$$

$$\Longrightarrow 9x = 1$$

$$\Longrightarrow x = \frac{1}{9}$$

إذن:

$$P(1) = \frac{1}{9} \qquad P(2) = \frac{1}{9} \qquad P(3) = \frac{2}{9}$$

الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

$$P(6)=\frac{1}{9} \qquad P(5)=\frac{1}{9} \qquad P(4)=\frac{3}{9}$$

حل التمرين 07
التمرين

❶ حساب احتمال الربح لكل لاعب:

لدينا:

$$P(A)=P(B)=P(C)$$
$$P(D)=P(E)$$
$$2P(A)=P(D)$$

نضع: $P(D)=x$

ومنه:

$$P(A)=P(B)=P(C)=2x$$
$$P(D)=P(E)=x$$

لدينا:

$$\sum_{i=1}^{5} p_i=1 \Longrightarrow 2x+2x+2x+x+x=1$$
$$\Longrightarrow 8x=1$$
$$\Longrightarrow x=\frac{1}{8}$$

إذن:

$$P(A)=\frac{1}{4}$$
$$P(B)=\frac{1}{4}$$
$$P(E)=\frac{1}{4}$$
$$P(D)=\frac{1}{8}$$
$$P(E)=\frac{1}{8}$$

❷ حساب احتمال الربح لـ D أو E:

D أو E معناه:

$$P(D)+P(E)=\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{1}{4}$$

❸ حساب احتمال ربح A أو B أو C:

$$P(A)+P(B)+P(C)=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

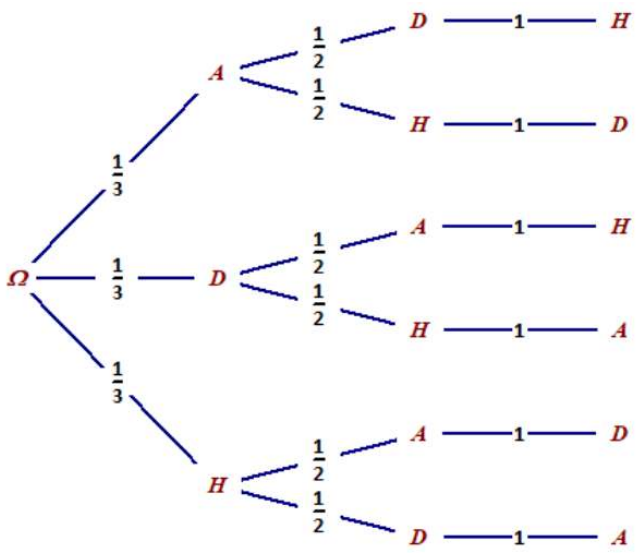
❹ حساب احتمال ألاّ يربح B:

$$P(\overline{B})=1-P(B)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

حل التمرين 08
التمرين

• حساب احتمال أن تكتب اكرام اسمها هكذا AHD

نشكل شجرة الاحتمالات:



مجموعة الإمكانيات هي:

$$\Omega=\{ADH;AHD;DAH;DHA;HAD;HDA\}$$

إذن احتمال أن تكتبها التلميذة "AHD" إسمها هو: $\frac{1}{6}$

حل التمرين 09
التمرين

❶ ليس هناك تساوي احتمال، لأنّ:

$$P(1)=\frac{1}{6}$$
$$P(2)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$
$$P(3)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

ومنه:

$$P(1)\neq(2)\neq P(3)$$

❷ مجموعة الإمكانيات التي من أجلها تساوي احتمال هي:

$$\Omega=\{1;2;3\}$$

حل التمرين 10
التمرين

• تعيين قيمة α و β :

لدينا:

$$\sum_{i=1}^{4} P_i=1 \Longrightarrow 0.12+0.4+\beta+0.3=1$$
$$\Longrightarrow \boxed{\beta=0.18}$$

ولدينا:

$$E(X)=0.32$$
$$\Longrightarrow -2(0.12)-1(0.4)+\alpha(\beta)+3(0.3)=0.44$$
$$\Longrightarrow \alpha(0.18)=0.18$$
$$\Longrightarrow \boxed{\alpha=1}$$

حل التمرين 11
التمرين

لدينا:

الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

	خارجي	داخلي	المجموع
ناجح	195	212	407
راسب	43	80	123
المجموع	238	292	530

❶ احتمال أن يكون:

أ/ A: "داخلي وناجح":

$$P(A)=\frac{212+80}{530}=\boxed{\frac{212}{530}}$$

ب/ B: "خارجي":

$$P(B)=\frac{195}{530}+\frac{43}{530}=\boxed{\frac{238}{530}}$$

ج/ C: "راسب":

$$P(C)=\frac{43}{530}+\frac{80}{530}=\boxed{\frac{123}{530}}$$

❷ D: نختار عشوائيا تلميذا داخليا، احتمال أن يكون ناجحا:

$$P(D)=\boxed{\frac{212}{292}}$$

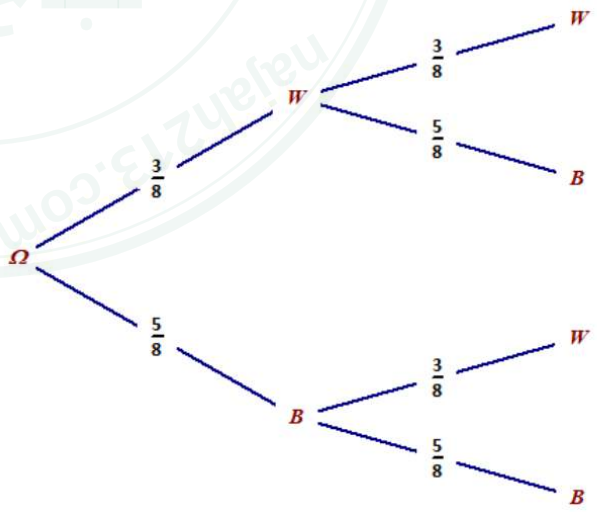
❸ E: "نختار عشوائيا تلميذا راسبا احتمال أن يكون خارجيا":

$$P(E)=\boxed{\frac{43}{123}}$$

حل التمرين 12
التمرين

❶ تمثيل النتائج بمخطط (شجرة):

نضع: W: القريصات البيضاء، B: القريصات السوداء

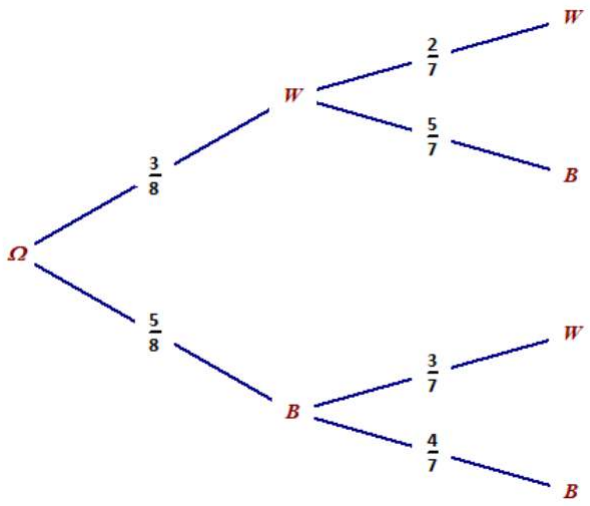


❷ A: "احتمال الحصول على نفس اللون":

$$P(A)=\frac{3}{8}\times\frac{3}{8}+\frac{5}{8}\times\frac{5}{8}=\frac{34}{64}=\boxed{\frac{17}{32}}$$

❸ إعادة نفس الأسئلة السابقة ومع اعتبار أننا لا نعيد القريصة الأولى قبل السحب الثاني:

أ/ تمثيل النتائج بمخطط (شجرة):



ب/ B: "احتمال الحصول على نفس اللون":

$$P(B)=\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}+\frac{5}{8}\times\frac{4}{7}=\boxed{\frac{13}{28}}$$

حل التمرين 13
التمرين

• حساب احتمال الحوادث الآتية:

- A: "الكرة المسحوبة سوداء":

$$P(A)=\frac{3}{7}$$

- B: "الكرة المسحوبة حمراء"

$$P(A)=\frac{4}{7}$$

- C: "الكرة المسحوبة تحمل رقما فرديا"

$$P(A)=\frac{4}{7}$$

حل التمرين 14
التمرين

• حساب $P(A\cap B)$:

$$P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$$
$$=1-P(\overline{A})+1-P(\overline{B})-\left(1-P(\overline{A\cup B})\right)$$
$$=0.45$$

حل التمرين 15
التمرين

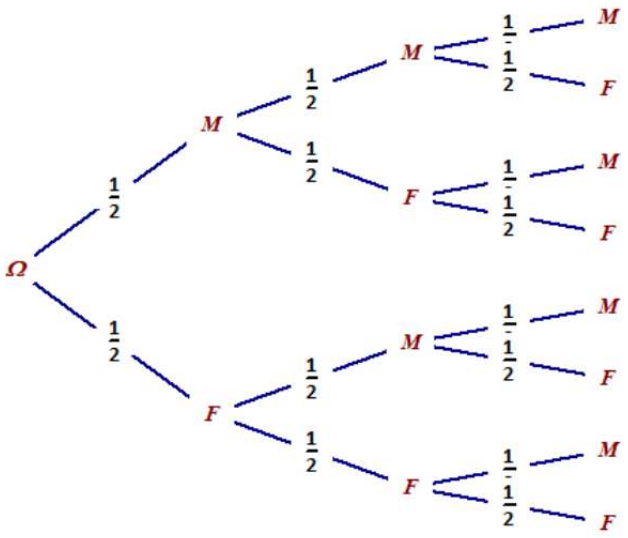
❶ تعيين كل الإمكانيات لعائلة بثلاث أطفال:

نستعين بشجرة الاحتمالات

نضع: M: ذكر F: أنثى

الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com



ومنه كل الإمكانيات هي:

$$\Omega = \{MMM; MMF; MFM; MFF; FMM; FMF; FFM; FFF\}$$

❷ حساب احتمال أن تكون عائلة بثلاث أطفال تتضمن بنتين:

نسمي هاته الحادثة بـ: A

$$P(A) = \frac{4}{8} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

حل التمرين 16

❶ هات قائمة الإمكانيات الـ 16 لهذه التجربة

Y \ X	1	2	5	7
1	(1; 1)	(2; 1)	(5; 1)	(7; 1)
2	(1; 2)	(2; 2)	(5; 2)	(7; 2)
5	(1; 5)	(2; 5)	(5; 5)	(7; 5)
7	(1; 7)	(2; 7)	(5; 7)	(7; 7)

قائمة الإمكانيات هي:

$$\Omega = \{(1;1); (1;2); (1;5); (1;7); (2;1); (2;2); (2;5); (2;7); (5;1); (5;2); (5;5); (5;7); (7;1); (7;2); (7;5); (7;7)\}$$

❷ حساب احتمال الأحداث التالية A، B، C و D:

$$P(A) = \frac{4}{16} = \boxed{\frac{1}{4}}$$

$$P(B) = \frac{0}{16} = \boxed{0}$$

$$P(C) = \boxed{\frac{1}{16}}$$

$$P(D) = \frac{0}{16} = \boxed{\frac{6}{16}}$$

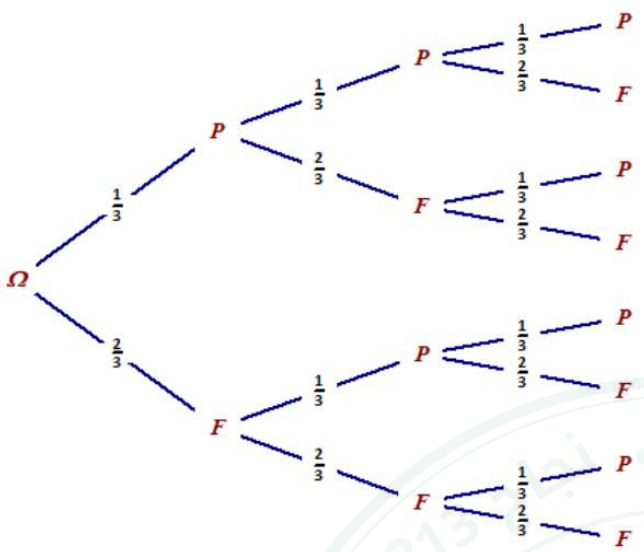
حل التمرين 17

❶ حساب $P(F)$:

$$P(F) = 1 - P(\overline{F}) = 1 - P(P) = 1 - \frac{1}{3} = \boxed{\frac{2}{3}}$$

❷

أ/ وضع مخططا نوضح فيه جميع الحالات الممكنة:



$$\Omega = \{PPP; PPF; PFP; PFF; FPP; FPF; FFP; FFF\}$$

ب/ نضع: A: "احتمال: الحصول على "وجه""، حساب $P(A)$:

$$P(A) = \frac{1}{3}\frac{1}{3}\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\frac{1}{3}\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\frac{2}{3}\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\frac{2}{3}\frac{2}{3} + \frac{2}{3}\frac{1}{3}\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\frac{1}{3}\frac{2}{3} + \frac{2}{3}\frac{2}{3}\frac{1}{3} = \boxed{\frac{19}{27}}$$

ج/ نضع: B: "الحصول على "مرتين وجه"، حساب $P(B)$:

$$P(B) = \frac{1}{3}\frac{2}{3}\frac{2}{3} + \frac{2}{3}\frac{1}{3}\frac{2}{3} + \frac{2}{3}\frac{2}{3}\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\frac{2}{3}\frac{1}{3} = \boxed{\frac{16}{27}}$$

حل التمرين 18

❶

أ/ نضع: A: "احتمال: التلميذ من نادي الموسيقى"، حساب $P(A)$:

$$P(A) = \frac{14}{45} + \frac{5}{45} = \boxed{\frac{19}{45}}$$

ب/ نضع: B: "احتمال: التلميذ من الناديين"، حساب $P(B)$:

$$P(B) = \frac{14}{45} + \frac{10}{45} + \frac{5}{45} = \boxed{\frac{29}{45}}$$

❷ نضع: C " نختار تلميذا من نادي الرسم، احتمال أن يكون من نادي الموسيقى"، حساب $P(C)$:

$$P(C) = \frac{5}{15} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

حل التمرين 19

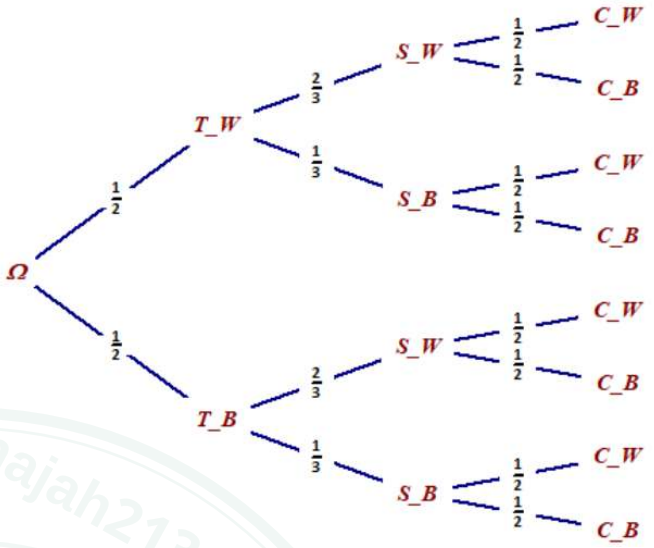
❶ تعيين كل الإمكانيات:

الخليل للرياضيات
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

نضع:

T: سروال S: قميص C: معطف

W: أبيض B: أسود



❷ تبيين أنّ $P(A) = \frac{1}{12}$:

$$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \boxed{\frac{1}{12}}$$

❸ نضع D: "أحمد مرتديا سروالا ومعطفا من لونيين مختلفين"، حساب D:

$$P(D) = \frac{1}{2}\frac{2}{3}\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\frac{2}{3}\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2} = \frac{6}{12} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

❹ نضع E: " ألاّ يكون أحمد مرتديا قميصا أسودا ولا معطفا أبيضا "، حساب E:

$$P(E) = \frac{1}{2}\frac{2}{2}\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\frac{2}{2}\frac{1}{2} = \frac{4}{12} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

حل التمرين 20

❶ حساب الأمل الرياضياتي لـ X:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{5} x_i p_i$$
$$= (-5)(0.2) + (-2)(0.35) + (3)(0.1) + (4)(0.15) + (7)(0.2)$$
$$= \boxed{0.6}$$

❷ تعيين تباين X:

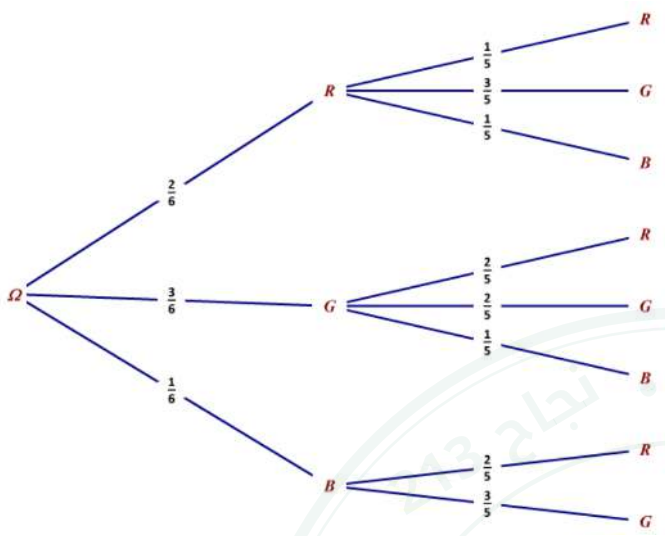
$$V(X) = \sum_{i=1}^{5} x_i^2 p_i - E(X)$$
$$= (-5)^2(0.2) + (-2)^2(0.35) + (3)^2(0.1) + (4)^2(0.15) + (7)^2(0.2) - 0.6^2$$
$$= \boxed{19.14}$$

حل التمرين 21

❶ تمثيل النتائج باستعمال

أ/ شجرة الاحتمالات:

نضع: R: الكرة الحمراء، G: الكرة الخضراء، B: الكرة الزرقاء

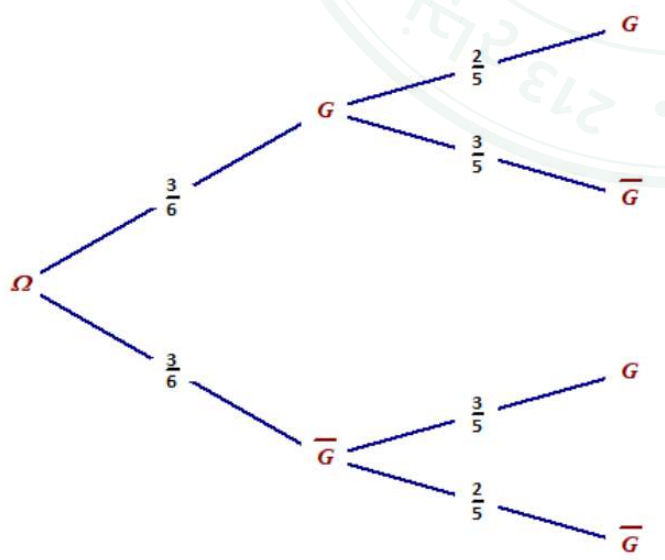


ب/ جدول:

السحبة 1 / السحبة 2	R	G	B
R	$\frac{2}{30}$	$\frac{6}{30}$	$\frac{2}{30}$
G	$\frac{6}{30}$	$\frac{6}{30}$	$\frac{3}{30}$
B	$\frac{2}{30}$	$\frac{3}{30}$	0

❷ تعيين قانون الاحتمال X باستعمال:

أ/ شجرة الاحتمالات:



ب/ جدول:

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{6}{30}$	$\frac{18}{30}$	$\frac{6}{30}$

الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

❸ حساب كلا من $E(X)$، $V(X)$ و $\sigma(X)$:

$$E(X) = 0\frac{6}{30} + 1\frac{18}{30} + 2\frac{6}{30}$$
$$= \frac{30}{30} = \boxed{1}$$
$$V(X) = 0^2\frac{6}{30} + 1^2\frac{18}{30} + 2^2\frac{6}{30}$$
$$= \frac{42}{30} - 1 = \frac{12}{30} = \boxed{\frac{2}{5}}$$
$$\sigma(X) = \sqrt{V(x)} = \boxed{\sqrt{\frac{2}{5}}} \approx 0.63$$

حل التمرين 22
التمرين

❶ تعيين عدد الحالات الممكنة للسحب:

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	/	(2; 1)	(3; 1)	(4; 1)	(5; 1)	(6; 1)	(7; 1)	(8; 1)
2	/	/	(3; 2)	(4; 2)	(5; 2)	(6; 2)	(7; 2)	(8; 2)
3	/	/	/	(4; 3)	(5; 3)	(6; 3)	(7; 3)	(8; 3)
4	/	/	/	/	(5; 4)	(6; 4)	(7; 4)	(8; 4)
5	/	/	/	/	/	(6; 5)	(7; 5)	(8; 5)
6	/	/	/	/	/	/	(7; 6)	(8; 6)
7	/	/	/	/	/	/	/	(8; 7)
8	/	/	/	/	/	/	/	/

من الجدول نجد أنّ عدد الحالات الممكنة للسحب هو 28

❷ تعيين عدد الطرق للحصول على:

أ/ A: "كريتين تحملان رقما زوجيا":

$$P(A) = \frac{6}{28} = \boxed{\frac{3}{14}}$$

ب/ B: "كريتين تحملان عددين مجموعهما عدد زوجي":

$$P(B) = \frac{12}{28} = \boxed{\frac{3}{7}}$$

ج/ C: "كريتين تحملان عددين حاصل جدائهما عدد زوجي":

$$P(C) = \frac{21}{28} = \boxed{\frac{3}{4}}$$

حل التمرين 23
التمرين

• نلخص جميع الحالات الممنة في جدول:

A \ B	1	2	2	3	3	3
1	(1; 1)	(2; 1)	(2; 1)	(3; 1)	(3; 1)	(3; 1)
2	(1; 2)	(2; 2)	(2; 2)	(3; 2)	(3; 2)	(3; 2)
2	(1; 2)	(2; 2)	(2; 2)	(3; 2)	(3; 2)	(3; 2)
3	(1; 3)	(2; 3)	(2; 3)	(3; 3)	(3; 3)	(3; 3)
4	(1; 4)	(2; 4)	(2; 4)	(3; 4)	(3; 4)	(3; 4)
4	(1; 4)	(2; 4)	(2; 4)	(3; 4)	(3; 4)	(3; 4)

• احتمال أن يكون الرقمان المسجلان على الوجهين العلويين للزهرتين:

❶ A: "زوجيين":

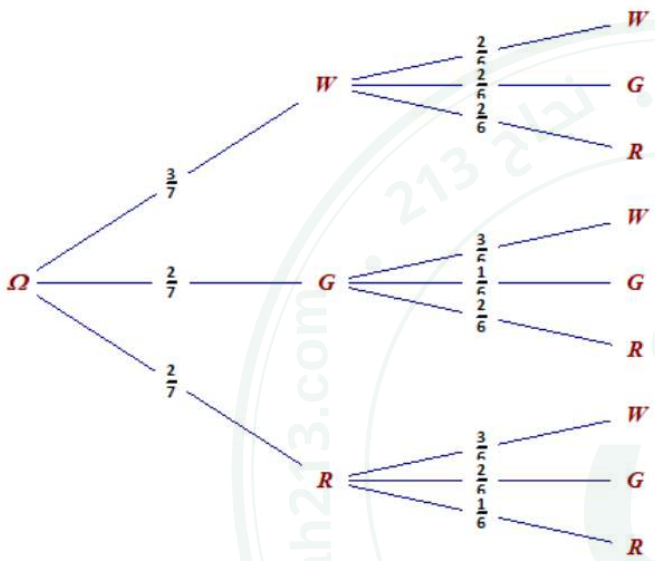
$$P(A) = \frac{8}{36} = \boxed{\frac{2}{9}}$$

❷ B: "فرديين":

$$P(B) = \frac{8}{36} = \boxed{\frac{2}{9}}$$

حل التمرين 24
التمرين

نستعين بشجرة الاحتمالات:



❶ تعيين القيم الممكنة لـ X:

$$X(\Omega) = \{0; 1; 2\}$$

❷ تعيين قانون احتمال المتغير X:

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{7}$

❸ حساب الأمل الرياضياتي والتباين للمتغير X:

• $E(X) = \sum_{i=1}^{3} x_i p_i = 0\frac{2}{7} + 1\frac{4}{7} + 2\frac{1}{7}$
$$= \boxed{\frac{6}{7}} \approx 0.8$$

• $V(X) = \sum_{i=1}^{3} (x_i^2 p_i) - \left(E(X)\right)^2$
$$= 0^2\frac{2}{7} + 1^2\frac{4}{7} + 2^2\frac{1}{7} - \left(\frac{6}{7}\right)^2$$
$$= \boxed{\frac{20}{49}} \approx 0.4$$

❹ الاجابة عن نفس الأسئلة السابقة بالنسبة للمتغير Y:

أ/ تعيين القيم الممكنة لـ Y:

$$Y(\Omega) = \{0; 1; 2\}$$

الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

ب/ تعيين قانون احتمال المتغير Y:

x_i	0	1	2
$P(Y=x_i)$	$\frac{10}{21}$	$\frac{10}{21}$	$\frac{1}{21}$

ج/ حساب الأمل الرياضياتي والتباين للمتغير Y:

- $E(Y)=0\frac{10}{21}+1\frac{10}{21}+2\frac{1}{21}=\boxed{\frac{4}{7}}\approx 0.57$
- $V(Y)=0^2\frac{10}{21}+1^2\frac{10}{21}+2^2\frac{1}{21}-\left(\frac{4}{7}\right)^2$
$=\boxed{\frac{50}{147}}\approx 0.34$

❺ نعتبر المتغير العشوائي Z حيث: $Z=X+Y$، وليكن N المتغير عشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الخضراء المسحوبة

أ/ التعبير عن Z بدلالة N:

لدينا عدد الكرات المسحوبة هو 2

ومنه: $Z+N=2$

إذن: $\boxed{Z=2-N}$

ب/ استنتاج قانون احتمال Z:

لدينا: $N(\Omega)=\{0;1;2\}$

إذن:

لما $N=0$ نجد: $Z=2$ أي: $P(N=0)=P(Z=2)$

لما $N=1$ نجد: $Z=1$ أي: $P(N=1)=P(Z=1)$

لما $N=2$ نجد: $Z=0$ أي: $P(N=2)=P(Z=0)$

ومنه:

$$Z(\Omega)=\{0;1;2\}$$

لدينا:

x_i	0	1	2
$P(N=x_i)$	$\frac{10}{21}$	$\frac{10}{21}$	$\frac{1}{21}$

ومنه:

x_i	0	1	2
$P(Z=x_i)$	$\frac{1}{21}$	$\frac{10}{21}$	$\frac{10}{21}$

ج/ حساب $E(Z)$ و $\sigma(Z)$:

- $E(Z)=0\frac{1}{21}+1\frac{10}{21}+2\frac{10}{21}=\boxed{\frac{10}{7}}\approx 1.42$

لدينا:

- $V(Z)=0^2\frac{1}{21}+1^2\frac{10}{21}+2^2\frac{10}{21}-\left(\frac{10}{7}\right)^2$
$=\frac{50}{147}\approx 0.34$

ومنه:

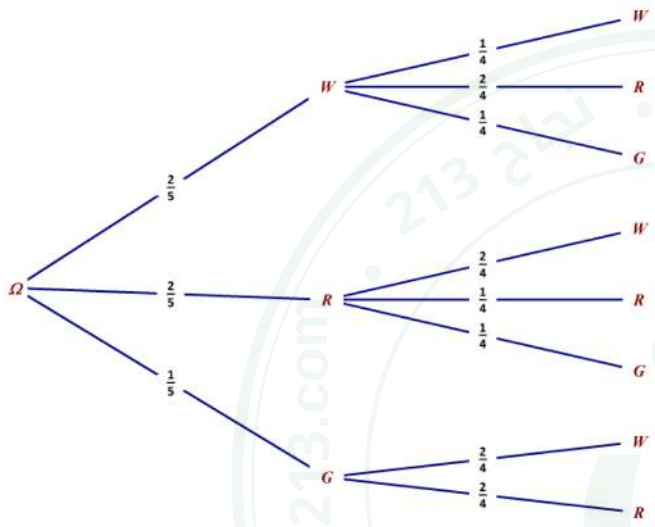
- $\sigma(Z)=\sqrt{V(Z)}=\boxed{\sqrt{\frac{50}{147}}}\approx 0.58$

حل التمرين 25

I)

❶ تمثيل التجربة بمخطط -شجرة الاماكانيات-:

نضع: R: الكرة الحمراء، W: الكرة البيضاء، G: الكرة الخضراء



❷ تعيين مجموع الإمكانيات Ω:

$$\Omega=\{WW;WR;WG;RW;RR;RG;GW;GR\}$$

- تعريف قانون احتمال التجربة:

x_i	WW	WR	WG	RW	RR	RG	GW	GR
p_i	$\frac{2}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{2}{20}$

❸ حساب احتمال الحوادث التالية:

أ/ A: "الحصول على كرتين من نفس اللون":

$$P(A)=P(WW)+P(RR)$$
$$=\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{4}{20}=\boxed{\frac{1}{5}}$$

ب/ B: "الحصول على كرة خضراء":

$$P(B)=P(WG)+P(RG)+P(GW)+P(GR)$$
$$=\frac{2}{5}\frac{1}{4}+\frac{2}{5}\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\frac{2}{4}+\frac{1}{5}\frac{2}{4}=\frac{8}{20}=\boxed{\frac{2}{5}}$$

ج/ C: "الحصول على كرة بيضاء أو كرة حمراء":

$$P(C)=P(\Omega)=\boxed{1}$$

II)

❶ تعيين جميع القيم الممكنة للمتغير X:

الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

x_i	a^2	$a(a-1)$	$2a$	$(a-1)^2$	$2(a-1)$
$P(X=x_i)$	$\frac{2}{20}$	$\frac{8}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{4}{20}$

❷ تبيين أنّ الأمل لـ X يعطى بـ $E(X)=\frac{6a^2+2a-3}{10}$:

$$E(X)=\sum_{i=1}^{5}x_ip_i$$
$$=\frac{2a^2}{20}+\frac{8a(a-1)}{20}+\frac{8a}{20}+\frac{2(a-1)^2}{20}+\frac{8(a-1)}{20}$$
$$=\frac{2a^2+8a^2-8a+8a+2a^2+2-4a+8a-8}{20}$$
$$=\frac{12a^2+4a-6}{20}$$
$$=\frac{6a^2+2a-3}{10}$$

❸ تعيين قيم a حتى يكون الأمل الرياضياتي عادلا:

يكون الأمل الرياضياتي عادلا لما $E(X)=0$:

$$E(X)=0\Longrightarrow\frac{6a^2+2a-3}{10}=0$$
$$\Longrightarrow 6a^2+2a-3=0$$

لدينا: $\Delta=4-4(6)(-3)=79=\left(2\sqrt{19}\right)^2$

ومنه:

$$a_1=\frac{-2+2\sqrt{19}}{12}=-\frac{1}{6}+\frac{\sqrt{19}}{6}$$
$$a_1=\frac{-2-2\sqrt{19}}{12}=-\frac{1}{6}-\frac{\sqrt{19}}{6}$$

a_2 مرفوض لأن $a\in\mathbb{R}_+^*$

إذن قيم a حتى يكون الأمل الرياضياتي عادلا هي $\{a_1\}$

حل التمرين 26

❶ تعيين قانون احتمال X وقانون احتمال Y:

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

x_i	0	1	2	3	4	5	6
$P(Y=x_i)$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$

❷ حساب $P(X=Y)$:

لدينا: $card(\Omega)=61$

نضع $X=Y$: A

$$A=\{00;11;22;33;44;55\}$$
$$P(A)=P(X=Y)=\boxed{\frac{6}{61}}$$

❸ حساب $P(XY>17)$:

$$P(XY>17)=1-P(XY\leq 17)$$
$$=1-\frac{45}{61}=\boxed{\frac{16}{61}}$$

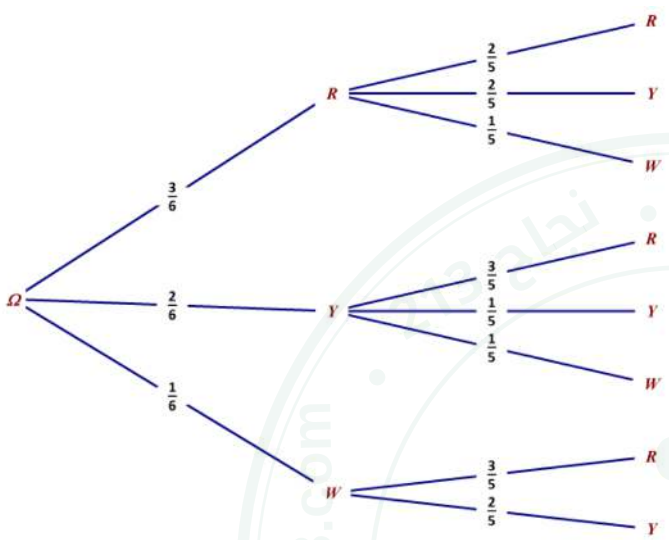
❹ حساب $P(2X+Y=13)$:

$$P(2X+Y=13)=\boxed{\frac{3}{61}}$$

حل التمرين 27

❶ تمثيل الوضعية بشجرة الاحتمال:

نضع: R: الوردة الحمراء، Y الوردة صفراء، W: الوردة بيضاء



❷ حساب احتمال الحوادث التالية:

أ/ A: "الحصول على وردتين حمراوين":

$$P(A)=P(RR)=\frac{3}{6}\frac{2}{5}=\frac{6}{30}=\boxed{\frac{1}{5}}$$

ب/ B: "الحصول على وردة صفراء على الأقل":

$$P(A)=P(RY)+P(YR)+P(YY)+P(YW)+P(WY)$$
$$=\frac{3}{6}\frac{2}{5}+\frac{2}{6}\frac{3}{5}+\frac{2}{6}\frac{1}{5}+\frac{2}{6}\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\frac{2}{5}=\frac{18}{30}=\boxed{\frac{3}{5}}$$

ج/ C: "الحصول على وردتين ليس لهما نفس اللون":

$$P(C)=1-\left(P(RR)+P(YY)\right)$$
$$=1-\left(\frac{3}{6}\frac{2}{5}+\frac{2}{6}\frac{1}{5}\right)=\frac{30}{30}-\frac{8}{30}=\frac{22}{30}=\boxed{\frac{11}{15}}$$

❸ تعيين بدلالة m القيم التي يأخذها المتغير X:

$$X=\{10-m;30-m;110-m;-m\}$$

❹ تعيين قانون احتمال المتغير X:

x_i	$10-m$	$30-m$	$110-m$	$-m$
$P(X=x_i)$	$\frac{6}{30}$	$\frac{10}{30}$	$\frac{2}{30}$	$\frac{12}{30}$

❺ حساب بدلالة m الأمل الرياضياتي للمتغير X:

الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

$$E(X)=\frac{6(10-m)}{30}+\frac{10(30-m)}{30}+\frac{2(110-m)}{30}+\frac{12(-m)}{30}$$
$$=\frac{60-6m+300-10m+220-2m-12m}{30}$$
$$=\frac{-30m+580}{30}$$
$$=\boxed{-m+\frac{58}{3}}$$

❻ تعيين قيمة m حتى تكون اللعبة عادلة:

$$E(X)=0\Longrightarrow -m+\frac{58}{3}=0$$
$$\Longrightarrow \boxed{m=\frac{58}{3}}$$

❼ إذا دفع الزبون 20 دينار، هل المشاركة في هاته اللعبة من مصلحته:

$$E(X)=-20+\frac{58}{3}=\frac{-60+58}{3}=-\frac{2}{3}<0$$

إذن إذا دفع 20 دينار اللعبة ليست في صالحه

❽ حساب الانحراف المعياري للمتغير X في حالة $m=20$:

لدينا:

$$V(X)=\frac{6(-10)^2}{30}+\frac{10(10)^2}{30}+\frac{2(90)^2}{30}+\frac{12(-20)^2}{30}-\left(-20+\frac{58}{3}\right)^2$$
$$=\frac{22600}{30}-\left(-\frac{2}{3}\right)^2=\frac{6776}{9}$$

ومنه:

$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{6776}{9}}=\boxed{\frac{22\sqrt{14}}{3}}\approx 27.43$$

حل التمرين 28

I)

❶ تمثيل هذه التجربة على شجرة الاحتمالات:

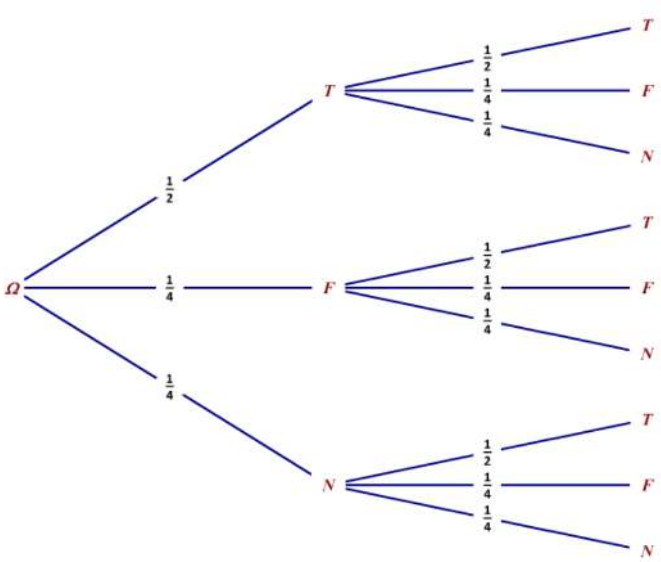
نحسب أولا احتمال الإجابة الخاطئة:

نضع x احتمال الإجابة الخاطئة أو عد الإجابة على السؤال

لدينا:

$$\sum p_i=1\Longrightarrow \frac{1}{2}+x+x=1\Longrightarrow x=\frac{1}{4}$$

نضع: T: إجابة صحيحة، F: إجابة خاطئة، N: عدم الاجابة



❷ حساب احتمال الحوادث التالية:

- A: "أن يجيب التلميذ على السؤالين":

$$P(A)=P(TT)=\frac{1}{2}\frac{1}{2}=\boxed{\frac{1}{4}}$$

- B: " ألاّ يجيب التلميذ على السؤال الثاني فقط "

$$P(B)=P(TN)+P(FN)+P(NN)$$
$$=\frac{1}{2}\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\frac{1}{4}=\boxed{\frac{1}{4}}$$

- C: "يجيب التلميذ إجابة واحدة صحيحة على الأكثر"

$$P(C)=P(TT)+P(TF)+P(TN)+P(FT)+P(NT)$$
$$=\frac{1}{2}\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\frac{1}{2}=\boxed{\frac{3}{4}}$$

II)

❶ القيم الممكنة للمتغير العشوائي X:

$$X(\Omega)=\{0;1;2;4\}$$

❷ تعريف قانون الاحتمال X:

x_i	0	1	2	4
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

❸ حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$:

$$E(X)=0\frac{1}{4}+1\frac{1}{4}+2\frac{1}{4}+4\frac{1}{4}=\boxed{\frac{7}{4}}$$

• لدينا $E(X)>0$ ومنه: نستنتج أنّ احتمال تحصل التلميذ على نقاط جيدة كبير

حل التمرين 29

❶ تبيين أنّ $P_1=0.1$:

لدينا:

- $P_5=2P_6\Longrightarrow P_1=2P_6\Longrightarrow P_6=\frac{1}{2}P_1$

الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

- $P_4 = 2P_3 \Longrightarrow P_4 = 2(2P_1) \Longrightarrow P_4 = 4P_1$

$$\sum p_i = 1 \Longrightarrow P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 = 1$$

$$\Longrightarrow P_1 + P_2 + 2P_1 + 4P_1 + P_1 + \frac{1}{2}P_1 = 1$$

$$\Longrightarrow \frac{17}{2}P_1 + 0.15 = 1$$

$$\Longrightarrow P_1 = \frac{0.85}{\frac{17}{2}}$$

$$\Longrightarrow \boxed{P_1 = 0.1}$$

- استنتاج P_3، P_4، P_5، P_6:

$$2P_1 = \boxed{P_3 = 0.2}$$

$$2P_3 = \boxed{P_4 = 0.4}$$

$$P_1 = \boxed{P_5 = 0.1}$$

$$P_5 = 2P_6 \Longrightarrow P_6 = \frac{1}{2}P_5 \Longrightarrow \boxed{P_6 = 0.05}$$

❷ تعيين احتمال الحوادث الآتية:

- A: "النتيجة تظهر رقم فردي":

$$P(A) = P_1 + P_3 + P_5 = 0.1 + 0.2 + 0.1 = \boxed{0.4}$$

- B: "النتيجة تظهر رقم أصغر أو يساوي 3"

$$P(B) = P_1 + P_2 + P_3 = 0.1 + 0.15 + 0.2 = \boxed{0.45}$$

- C: "النتيجة تظهر الرقم 2 أو 5":

$$P(C) = P_2 + P_5 = 0.15 + 0.1 = \boxed{0.25}$$

- D: "$A \cap C$":

$$P(A \cap C) = P_5 = 0.1 = \boxed{0.1}$$

- E: "$A \cup C$":

$$P(A \cup C) = P_1 + P_2 + P_3 + P_5$$
$$= 0.1 + 0.15 + 0.2 + 0.1 = \boxed{0.55}$$

أو:

$$P(A \cup C) = P(A) + P(C) - P(A \cap C)$$
$$= 0.4 + 0.25 - 0.1 = \boxed{0.55}$$

- F: "$\overline{A}$":

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.4 = \boxed{0.6}$$

حل التمرين 30

❶

أ/ تعيين القيم الممكنة للمتغير X:

$$X(\Omega) = \{(0-10); (10-10); (20-10); (30-10)\}$$

أي: $X(\Omega) = \{-10; 0; 10; 20\}$

ب/ تعيين قانون احتمال X:

x_i	-10	0	10	20
$P(X = x_i)$	$\frac{4}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$

ج/ حساب $P(X > 0)$:

$$P(X > 0) = P(X = 10) + P(X = 20)$$
$$= \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \boxed{\frac{2}{9}}$$

د/ حساب $E(X)$:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{4} P_i x_i = -10\frac{4}{9} + 0\frac{3}{9} + 10\frac{1}{9} + 20\frac{1}{9}$$

$$= \boxed{\frac{-10}{9}}$$

❷ ايجاد أصغر عدد من الجولات التي يمكن تنظيمها حتى لا تكون هناك خسارة مالية لمنظم اللعبة:

- نضع n هو عدد الجولات
- مبلغ الجهاز هو 250 أي أنّ صاحب الجهاز رصيـــــــده -250 دينار

بفرض أنّ جميع الحالات يخسر فيها اللاعب أي أحتمال

$$P(-10) = 1$$

ومنه:

$$-10n = -250 \Longrightarrow \boxed{n = 25}$$

❸ تعيين الرقم الذي يجب وضعه في هذه الخانة:

الربح المالي للاعب مساوي لـ 0 معناه $E(X) = 0$

نضع m هو رقم الخانة التي نبحث عن قيمتها

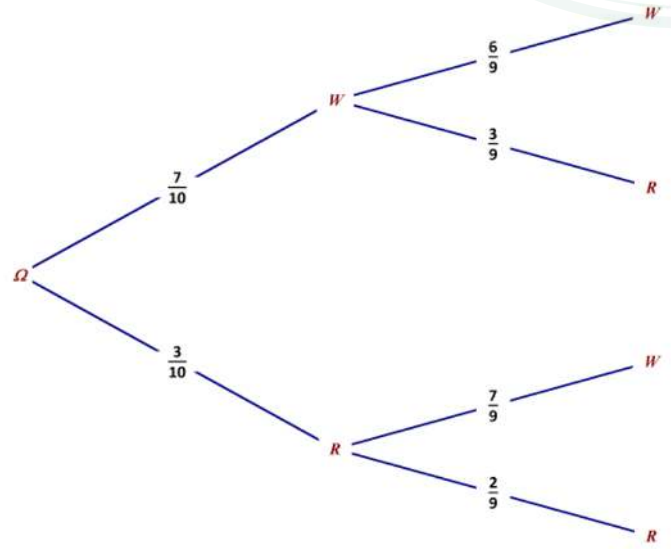
$$E(X) = 0 \Longrightarrow -10\frac{4}{9} + 0\frac{3}{9} + 10\frac{1}{9} + (m-10)\frac{1}{9} = 0$$

$$\Longrightarrow \frac{-40}{9} + \frac{10}{9} + \frac{m}{9} - \frac{10}{9} = 0$$

$$\Longrightarrow \frac{m}{9} = \frac{40}{9} \Longrightarrow \boxed{m = 40}$$

حل التمرين 31

❶ نضع: W: قريصة بيضاء، R قريصة حمراء



الخليل للرياضيات
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

- A: "القريصة الأولى بيضاء والثانية حمراء":

$$P(A) = P(WR) = \frac{7}{10}\frac{3}{9} = \frac{21}{90} = \boxed{\frac{7}{30}}$$

- B: "قريصة بيضاء وقريصة حمراء":

$$P(B) = P(WR) + P(RW)$$
$$= \frac{7}{10}\frac{3}{9} + \frac{3}{10}\frac{7}{9} = \frac{21+21}{90} = \boxed{\frac{7}{15}}$$

- C: "القريصتان بيضاوان":

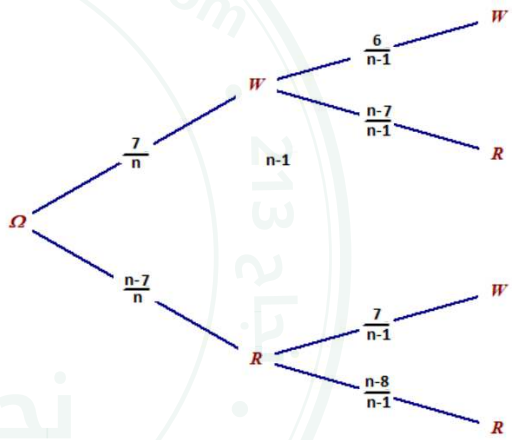
$$P(C) = P(WW) = \frac{7}{10}\frac{6}{9} = \frac{21}{90} = \boxed{\frac{7}{15}}$$

- D: "القريصتان من نفس اللون":

$$P(A) = P(WW) + P(RR)$$
$$= \frac{7}{10}\frac{6}{9} + \frac{3}{10}\frac{2}{9} = \frac{42+6}{90} = \boxed{\frac{8}{15}}$$

❷

أ/ اثبات أنّ $P_n = \frac{14(n-7)}{n^2-n}$:



$$P_n = P(WR) + P(RW)$$
$$= \frac{7}{n} \times \frac{n-7}{n-1} + \frac{n-7}{n} \times \frac{7}{n-1}$$
$$= \frac{7(n-7)+7(n-7)}{n(n-1)}$$
$$= \frac{14(n-7)}{n^2-n}$$

ب/ قيم n التي يكون من أجلها لـ P_n قيمة حدية عظمى:

نضع

$$f(x) = \frac{14(x-7)}{x^2-x}$$

لدينا:

$$f'(x) = \frac{14x^2 - 14x - (2x-1)14(x-7)}{(x^2-x)^2}$$
$$= \frac{14x^2 - 14x - 14(2x^2-15x+7)}{(x^2-x)^2}$$
$$= \frac{14(x^2 - x - 2x^2 + 15x - 7)}{(x^2-x)^2}$$
$$= \frac{14(-x^2+14x-7)}{(x^2-x)^2}$$

لدينا: $(x^{-x})^2 > 0$ إذن إشارة $f'(x)$ من البسط:

$$-x^2 + 14x - 7 = 0$$

لدينا: $\Delta = 168 = \left(2\sqrt{42}\right)^2$

ومنه:

$$x_1 = \frac{-14 - 2\sqrt{42}}{-2} = 7 + \sqrt{42} \approx 13.48$$

أو

$$x_2 = \frac{-14 + 2\sqrt{42}}{-2} = 7 - \sqrt{42} \approx 0.5$$

الدالة تبلغ قيمة حدية عظمة لما $x \approx 13.48$

وبما أن $n \in \mathbb{N}$ إذن قيم n لتي يكون من أجلها لـ P_n قيمة حدية عظمى هي $n \in \{13; 14\}$

- تعيين قيمة P_n المناسبة:

$$P_{13} = \frac{14(13-7)}{13^2-13} = \frac{7}{13}$$
$$P_{14} = \frac{14(14-7)}{14^2-14} = \frac{7}{13}$$

إذن قيمة P_n المناسبة هي: $\boxed{\frac{7}{13}}$

بالتوفيق

❤ لا تنسونا من صالح دعائكم ❤

الأستاذ: قويسم براهيم الخليل



الخليل للرياضيات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com