najah213.com · نجاح 213

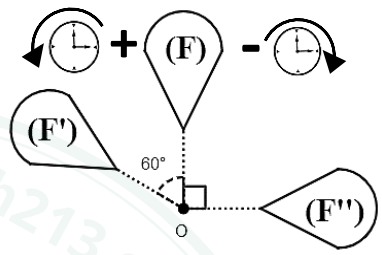
المستوى: رابعة متوسط	الدوران و المضلعات المنتظمة	الأستاذ عدو.م

مفهوم الدوران:
تحويل شكل بدوران هو تدويره حول نقطة ثابتة و زاوية معينة في إتجاه معين.

عناصره:
يتميز الدوران بمركز و زاوية و إتجاه.

إصطلاح:
- **الإتجاه الموجب (المباشر) هو الإتجاه المعاكس لحركة عقارب الساعة.**
- **الإتجاه السالب (غير المباشر) هو الإتجاه الموافق لحركة عقارب الساعة.**

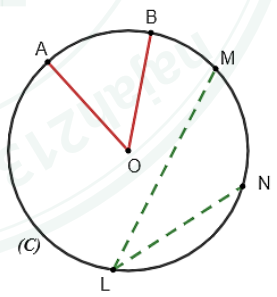
مثال:
- **الشكل (F') صورة الشكل (F) بالدوران الذي مركزه O و زاويته $60°$ في الإتجاه الموجب(المباشر).**
- **الشكل (F'') صورة الشكل (F) بالدوران الذي مركزه O و زاويته $90°$ في الإتجاه السالب(غير المباشر).**



ملاحظات:
- **نأخذ عامة الإتجاه الموجب كإتجاه للدوران ما لم يطلب عكس ذلك.**
- **الدوران الذي مركزه O و زاويته $180°$ هو تناظر مركزي مركزه O.**

خواص الدوران: الدوران يحافظ على:
- **إستقامية النقط.**
- **أقياس الزوايا.**
- **الأطوال.**
- **المساحات.**

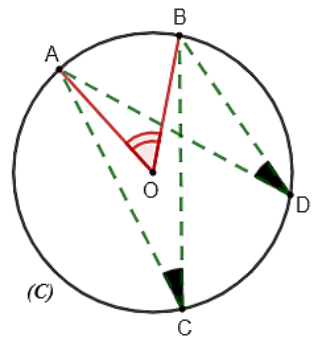
الزاوية المركزية و الزاوية المحيطية:
(C) دائرة مركزها O.
- **نسمي زاوية مركزية في الدائرة (C) كل زاوية رأسها المركز O.**
- **نسمي زاوية محيطية في الدائرة (C) كل زاوية رأسها ينتمي لمحيط هذه الدائرة، و ضلعاها يقطعان هذه الدائرة.**

مثال:


(C) دائرة مركزها O .
- **$\widehat{AOB}$ زاوية مركزية (رأسها O مركز الدائرة (C)) و تحصر القوس $\overset{\frown}{AB}$**
- **$\widehat{MLN}$ زاوية محيطية (رأسها L ينتمي للدائرة (C)) و تحصر القوس $\overset{\frown}{MN}$**

خاصية:
1- قيس الزاوية المحيطية في دائرة هو نصف قيس الزاوية المركزية التي تحصر معها نفس القوس.
2- كل زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس في دارة، فهما متقايستان.

مثال:
(C) دائرة مركزها O.
- **$\widehat{AOB}$ زاوية مركزية و $\widehat{ACB}$ زاوية محيطية تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{AB}$**
  و منه: $\widehat{ACB} = \frac{1}{2}\widehat{AOB}$
- **$\widehat{ACB}$ و $\widehat{ADB}$ زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{AB}$**
  و منه: $\widehat{ADB} = \widehat{ACB}$



المضلعات المنتظمة:
نقول عن مضلع أنه منتظم، إذا كانت كل زواياه متقايسة و كل أضلاعه لها نفس الطول.

خاصية1
توجد دائرة تشمل كل رؤوس المضلع المنتظم، و تسمى الدائرة المحيطة بهذا المضلع و مركزها هو مركز المضلع المنتظم.

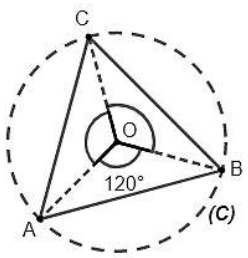
خاصية2
الزوايا المركزية التي كل منها تحصر ضلعا في المضلع المنتظم متقايسة، و كل منها يساوي $\frac{360°}{n}$ حيث n عدد الأضلاع.

خاصية 3
A و B رأسان متتاليان لمضلع منتظم و O مركزه، صورة هذا المضلع بالدوران الذي مركزه O و زاويته $\widehat{AOB}$ هو المضلع نفسه.

ملاحظة:
زوايا المضلع المنتظم تساوي $180° - \frac{360°}{n}$ حيث n عدد الأضلاع.

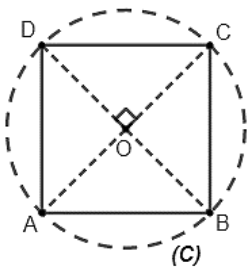
أمثلة:
المثلث متقايس الأضلاع هو مضلع منتظم

$$\widehat{AOB} = \frac{360°}{3} = 120°$$
$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 180° - 120° = 60°$$



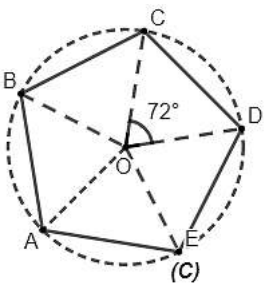
المربع هو مضلع منتظم

$$\widehat{AOB} = \frac{360°}{4} = 90°$$
$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 180° - 90° = 90°$$



الخماسي المنتظم

$$\widehat{AOB} = \frac{360°}{5} = 72°$$
$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = \hat{E} = 180° - 72° = 108°$$



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

المستوى: رابعة متوسط	الإحصـــــــــــاء	الأستاذ عدوم

التكرار

في سلسلة إحصائية، تكرار قيمة هو عدد مرات ظهور هذه القيمة في السلسلة الإحصائية.

التكرار المجمع:

في سلسلة إحصائية مرتبة ترتيبا تصاعديا:

التكرار المجمع الصاعد لقيمة في سلسلة إحصائية:	التكرار المجمع النازل لقيمة في سلسلة إحصائية:
هو مجموع تكرار لهذه القيمة و تكرارات القيم الأصغر منها (تكرارات القيم التي تسبقها).	هو مجموع تكرار لهذه القيمة و تكرارات القيم الأكبر منها (تكرارات القيم التي تليها).

التكرار النسبي (التواتر)

التكرار النسبي (التواتر)لقيمة في سلسلة إحصائية هو حاصل قسمة تكرار هذه القيمة على مجموع التكرارات.

$$\frac{\text{تكرار القيمة}}{\text{مجموع التكرارات}}$$

التكرار النسبي المجمع (التواتر المجمع):

في سلسلة إحصائية مرتبة ترتيبا تصاعديا:

التكرار النسبي المجمع الصاعد لقيمة في سلسلة إحصائية:	التكرار النسبي المجمع النازل لقيمة في سلسلة إحصائية: يسمى
يسمى أيضا التواتر المجمع الصاعد، هو مجموع تكرار النسبي لهذه القيمة و التكرارات النسبية للقيم الأصغر منها (التكرارات النسبية للقيم التي تسبقها).	أيضا التواتر المجمع النازل، هو مجموع تكرار النسبي لهذه القيمة و التكرارات النسبية للقيم الأكبر منها (التكرارات النسبية للقيم التي تليها).

مدى سلسلة إحصائية:	وسيط سلسة إحصائية:	الوسط الحسابي:
مدى سلسلة إحصائية هو الفرق بين أكبر قيمة و أصغر قيمة لهذه السلسلة.	وسيط سلسلة إحصائية هي القيمة التي تجزئ السلسلة إلى سلسلتين لهما نفس التكرار. ملاحظة: في سلسلة إحصائية، الوسيط ليس بالضرورة قيمة من قيم هذه السلسلة.	المتوسط في سلسلة حسابية، هو حاصل قسمة مجموع قيم هذه السلسلة على عدد قيمها. $\frac{\text{مجموع قيم السلسلة}}{\text{عدد القيم}}$

مثال: السلسلة التالية هي علامات 21 تلميذا، المتحصل عليها في إستجواب الرياضيات:

$3\ ;\ 8\ ;\ 5\ ;\ 8\ ;10\ ;\ 7\ ;\ 4\ ;\ 2\ ;\ 3\ ;\ 5\ ;\ 6\ ;\ 7\ ;\ 9\ ;\ 6\ ;\ 6\ ;\ 10\ ;\ 8\ ;\ 9\ ;\ 4\ ;\ 3\ ;6$

نرتب السلسلة ترتيبا تصاعديا: $2\ ;\ 3\ ;\ 3\ ;\ 3\ ;4\ ;\ 4\ ;\ 5\ ;\ 5\ ;\ 6\ ;\ 6\ ;\ 6\ ;\ 6\ ;\ 7\ ;\ 7\ ;\ 8\ ;\ 8\ ;\ 8\ ;\ 9\ ;\ 9\ ;\ 10\ ;10$

العلامة	2	3	4	5	6	7	8	9	10	المجموع
التكرار	1	3	2	2	4	2	3	2	2	21
التكرار المجمع الصاعد	1	4	6	8	12	14	17	19	21	/
التكرار المجمع النازل	21	20	17	15	13	9	7	4	2	/
التكرار النسبي (التواتر)	$\frac{1}{21}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{2}{21}$	$\frac{2}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{2}{21}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{2}{21}$	$\frac{2}{21}$	1
التكرار النسبي المجمع الصاعد	$\frac{1}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{6}{21}$	$\frac{8}{21}$	$\frac{12}{21}$	$\frac{14}{21}$	$\frac{17}{21}$	$\frac{19}{21}$	$\frac{21}{21}=1$	/
التكرار النسبي المجمع النازل	$\frac{21}{21}=1$	$\frac{20}{21}$	$\frac{17}{21}$	$\frac{15}{21}$	$\frac{13}{21}$	$\frac{9}{21}$	$\frac{7}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{2}{21}$	/

المدى	أصغر قيمة − أكبر قيمة $10-2=8$
الوسط الحسابي	$m=\frac{2+(3\times3)+(4\times2)+(5\times2)+(6\times4)+(7\times2)+(8\times3)+(9\times2)+(10\times2)}{21}$ $m\approx6{,}14$
الوسيط	$\underbrace{2\ ;\ 3\ ;\ 3\ ;\ 3\ ;4\ ;\ 4\ ;\ 5\ ;\ 5\ ;\ 6\ ;\ 6}_{10\text{ تكرارات}}\ ;\ \underbrace{6}_{\text{الوسيط } Med}\ ;\ \underbrace{6\ ;\ 7\ ;\ 7\ ;\ 8\ ;\ 8\ ;\ 8\ ;\ 9\ ;\ 9\ ;\ 10\ ;10}_{10\text{ تكرارات}}$

ملاحظـــات:

N هو التكرار الكلي لسلسلة إحصائية:	**مثال سابق:**
1) إذا كان N فردي، فإن الوسيط هو القيمة التي رتبتها $\frac{N+1}{2}$ في هذه السلسلة (القيمة المركزية).	التكرار الكلي هو 21 (عدد فردي) الوسيط هو القيمة التي رتبتها $\frac{21+1}{2}$ أي 11 و هي: 6 2 ; 3 ; 3 ; 3 ; 4 ; 4 ; 5 ; 5 ; 6 ; 6 ; **6** ; 6 ; 7 ; 7 ; 8 ; 8 ; 8 ; 9 ; 9 ; 10 ; 10 الرتبة 1 — الرتبة 11
2) إذا كان N زوجي، فإن الوسيط هو نصف مجموع القيمتين التي رتبتيهما $\frac{N}{2}$ و $\frac{N}{2}+1$ في هذه السلسلة.	**مثال:** إليك السلسلة التالية: 30 ; 30 ; 31 ; 31 ; 32 ; 32 ; 33 ; 33 ; 34 ; 34 ; 35 ; 35 6 قيم — 6 قيم الرتبة 6 — الرتبة 7 التكرار الكلي هو 12 (عدد زوجي) القيمة التي رتبتها $\frac{N}{2}$ أي $\frac{12}{2}$ أي الرتبة 6 هي: 32 القيمة التي رتبتها $\frac{N}{2}+1$ أي $\frac{12}{2}+1$ أي الرتبة 7 هي: 33 وسيط هذه السلسلة هو $\frac{32+33}{2}$ أي 32,5

سلسلة إحصائية مجمعة في فئات: في سلسلة إحصائية مجمعة في فئات:

- الفئة الوسيطية هي الفئة التي تحتوي على الوسيط.
- الوسط الحسابي هو مجموع جداءات مراكز الفئات في تكراراتها على عدد الفئات.
- مركز الفئة هو: $\frac{\text{القيمة الكبرى} + \text{القيمة الصغرى}}{2}$

مثـــال: السلسلة التالية تمثل أعمار لاعبي نادي ملاكمة:

12 ; 22 ; 14 ; 19 ; 24 ; 14 ; 11 ; 16 ; 21 ; 11 ; 10 ; 14 ; 10 ; 20 ; 13 ; 15 ; 18

نرتب هذه السلسلة تصاعديا: 10 ; 10 ; 11 ; 11 ; 12 ; 13 ; 14 ; 14 ; 14 ; 15 ; 16 ; 18 ; 19 ; 20 ; 21 ; 22 ; 24

فئات الأعمار	$10 \leq$ السن < 15	$15 \leq$ السن < 20	$20 \leq$ السن ≤ 25	المجموع
مركز الفئة	$\frac{15+10}{2} = 12,5$	17,5	22,5	/
التكرارات	9	4	4	17

عدد التكرارات هو 17 (عدد فردي).

الوسيط هو القيمة التي رتبتها $\frac{17+1}{2} = 9$ أي القيمة 14

القيمة 14 تنتمي للفئة $10 \leq$ السن < 15

إذن الفئة الوسيطية هي $10 \leq$ السن < 15.

الوسط الحسابي هو:

$$m = \frac{12,5 \times 9 + 17,5 \times 4 + 22,5 \times 4}{17} \approx 16,029$$

وزارة التربية و التعليم
الأستاذ عـــدو.م
π للرياضيات π