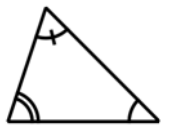
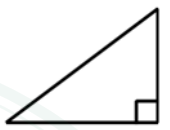
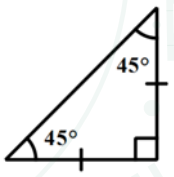
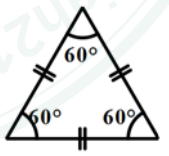
najah213.com · نجاح 213



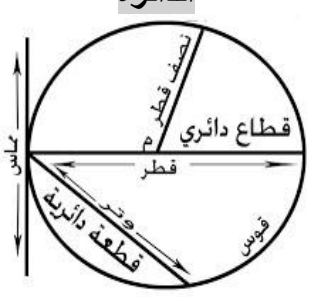
# الهندسة المستوية

Prof Mustapha
KdHA-LDJ

## I]. المثلثات

| الشكل | | خواصه |
|---|---|---|
| المثلث الكيفي  | المثلثات | ❶ مجموع زواياه الداخلية = 180°<br>❷ مجموع زواياه الخارجية = 360° |
| المثلث القائم  | | ❶ مجموع زواياه = 180°<br>❷ له ضلعان متعامدان<br>❸ لديه زاوية قائمة = 90°<br>❹ مربع الوتر = مجموع مربع الضلعان القائمان<br>❺ طول المتوسط المتعلق بالوتر = نصف طول الوتر<br>(الوتر هو أكبر ضلع و يقابل الزاوية القائمة) |
| المثلث متساوي الساقين  | | ❶ مجموع زواياه = 180°<br>❷ له ضلعان متقايسان<br>❸ زاويتا القاعدة متقايستان<br>❹ الارتفاع المتعلق بالقاعدة هو منصف زاوية الرأس ويقطع القاعدة في المنتصف |
| المثلث القائم ومتساوي الساقين   | | ❶ مجموع زواياه = 180°<br>❷ له ضلعان متعامدان و متقايسان<br>❸ لديه زاوية قائمة = 90°<br>❹ زاويتا القاعدة متقايستان = 45°<br>❺ مربع الوتر = مجموع مربع الضلعان القائمان<br>❻ الارتفاع المتعلق بالوتر هو منصف الزاوية القائمة ويقطع الوتر في المنتصف |
| المثلث متقايس الأضلاع   | | ❶ مجموع زواياه = 180°<br>❷ كل أضلاعه متقايسة<br>❸ كل زواياه متقايسة = 60°<br>❹ كل الارتفاعات تنصف الزاوية المنطلقة منها وتقطع الضلع المقابل لها في المنتصف |

## II]. الدائرة

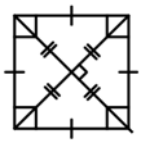
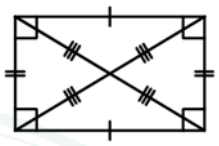
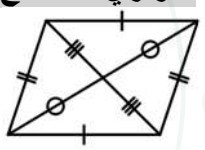
| | |
|---|---|
| الدائرة   | ❶ الدائرة تشكل زاوية قدرها 360°<br>❷ إذا كان AB قطر للدائرة و M نقطة من محيط الدائرة فإن ABM مثلث قائم في M (مهما كان موضع M)<br>❸ جميع أقطارها متساوية<br>❹ جميع أنصاف أقطارها متساوية |



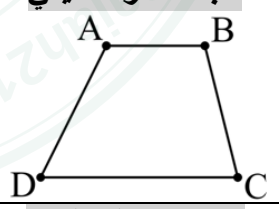
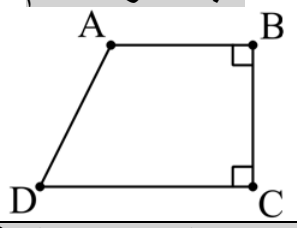
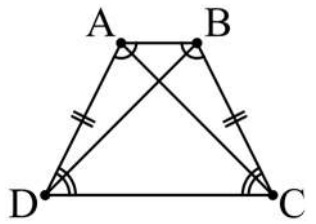
www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

Prof Mustapha
KHALDI

## III]. متوازيات الأضلاع

| | الشكل | خواصه وشروطه |
|---|---|---|
| متوازيات الأضلاع | المربع  | ❶ كل ضلعان متقابلان متوازيان<br>❷ كل أضلاعه متقايسة<br>❸ له أربع زوايا قائمة<br>❹ قطراه متساويان<br>❺ قطراه متعامدان<br>❻ قطراه متناصفان<br>❼ كل قطر ينصف الزاويتين المتعلق بهما |
| | المستطيل  | ❶ كل ضلعان متقابلان متوازيان<br>❷ كل ضلعان متقابلان متقايسان<br>❸ له أربع زوايا قائمة<br>❹ قطراه متساويان<br>❺ قطراه متناصفان |
| | المعين  | ❶ كل ضلعان متقابلان متوازيان<br>❷ كل أضلاعه متقايسة<br>❸ كل زاويتان متقابلتان متقايستان<br>❹ قطراه متعامدان<br>❺ قطراه متناصفان<br>❻ كل قطر ينصف الزاويتين المتعلق بهما |
| | متوازي الأضلاع  | ❶ كل ضلعان متقابلان متوازيان<br>❷ كل ضلعان متقابلان متقايسان<br>❸ كل زاويتان متقابلتان متقايستان<br>❹ قطراه متناصفان<br>❺ ضلعان متقابلان متقايسان ومتوازيان |

## IV]. الشبه منحرف

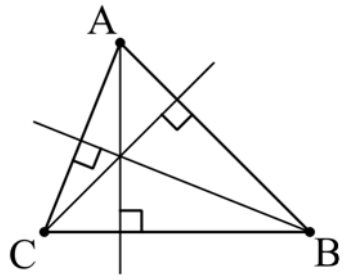
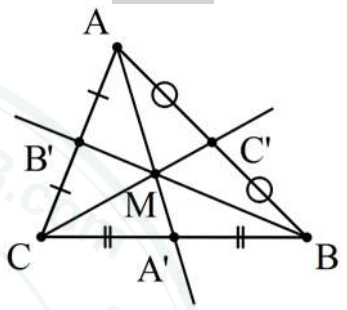
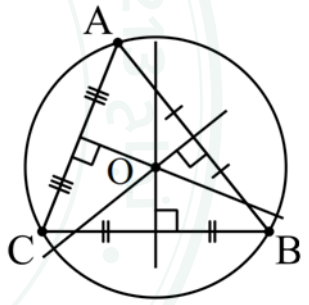
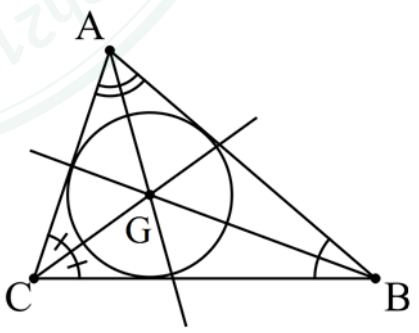
| | الشكل | خواصه | خ مشتركة |
|---|---|---|---|
| الشبه منحرف | شبه منحرف كيفي   | ❶ القاعدتين متوازيتين غير متساويتين<br>❷ الساقان غير متوازيان وغير متساويان<br>❸ مجموع زواياه = $360°$ | • $C\hat{D}A + D\hat{A}B = 180°$<br>• $A\hat{B}C + B\hat{C}D = 180°$ |
| | شبه منحرف القائم   | ❶ القاعدتين متوازيتين غير متساويتين<br>❷ الساقان غير متوازيان وغير متساويان<br>له زاويتان قائمتان<br>❸ مجموع زواياه = $360°$ | |
| | شبه منحرف متساوي الساقين   | ❶ القاعدتين متوازيتين غير متساويتين<br>❷ الساقان متساويان غير متوازيان<br>❸ قطراه متقايسان<br>❹ زاويتي القاعدة الكبرى متقايستين<br>❺ زاويتي القاعدة الصغرى متقايستين<br>❻ مجموع زواياه = $360°$ | |


www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213



## V]. المستقيمات الخاصة في مثلث

| المستقيم | خواصه |
|---|---|
| **الإرتفاع**<br> | • **الإرتفاع** في مثلث هو المستقيم الذي يشمل أحد رؤوس المثلث ويعامد الضلع المقابل. |
| **المتوسط**<br> | ❶ **المتوسط** في مثلث هو المستقيم الذي يشمل أحد رؤوس المثلث ومنتصف الضلع المقابل.<br>❷ نقطة تقاطع متوسطات مثلث هي **مركز ثقل المثلث**<br>❸ $\boxed{MA = 2MA'}$ ; $\boxed{MB = 2MB'}$ ; $\boxed{MC = 2MC'}$ |
| **المحور**<br> | ❶ **المحور** في مثلث هو المستقيم الذي يعامد أحد أضلاعه في المنتصف وليس شرط أن يشمل الرأس المقابل<br>❷ نقطة تقاطع محاور مثلث هي **مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث (التي تشمل رؤوسه)**<br>❸ $\boxed{OA = OB = OC}$ |
| **المنصف**<br> | ❶ **المنصف** في مثلث هو منصف إحدى زواياه<br>❷ نقطة تقاطع منصفات مثلث هي **مركز الدائرة المرسومة داخل هذا المثلث (التي تمس أضلاعه)** |

Prof Mustapha
KdHA-LDI


www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

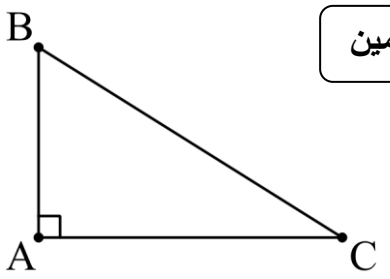
najah213.com · نجاح 213



Prof Mustapha
KdHA-LDI

## VI]. مبرهنة فيتاغورس وعكسها

### 1) مبرهنة فيتاغورس




في المثلث القائم: مربع الوتر = مجموع مربع الضلعين القائمين

أي: $(BC)^2 = (AB)^2 + (AC)^2$

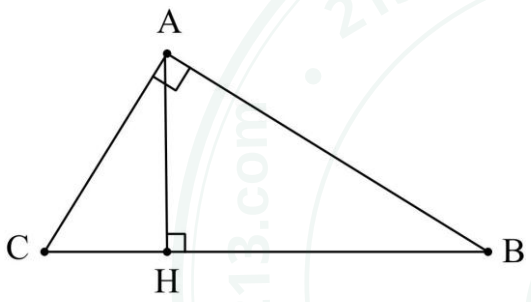
نستنتج أن:

- $(AB)^2 = (BC)^2 - (AC)^2$
- $(AC)^2 = (BC)^2 - (AB)^2$

### 2) المبرهنة العكسية لفيتاغورس

إذا كان مربع الضلع الأكبر= مجموع مربع الضلعان الآخران فإن هذا المثلث قائم حسب المبرهنة العكسية لفيتاغورس

أي إذا كان: $(BC)^2 = (AB)^2 + (AC)^2$ فإن $ABC$ مثلث قائم في $A$ حسب المبرهنة العكسية لفيتاغورس

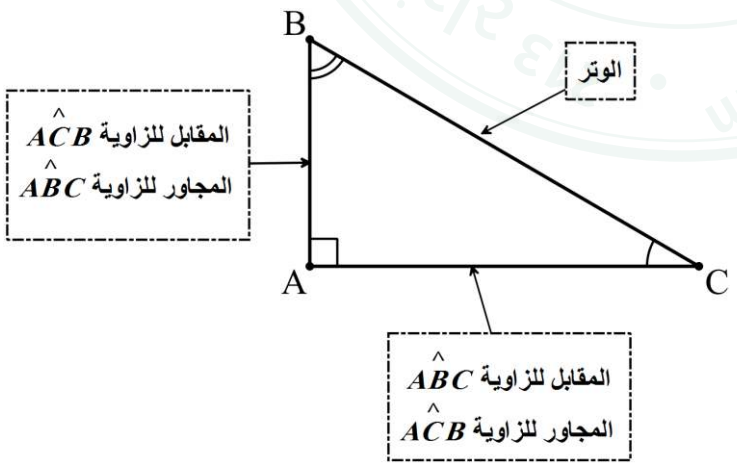



### 3) خواص الارتفاع في مثلث قائم

- $\boxed{AB \times AC = AH \times BC}$
- $\boxed{AB^2 = BH \times BC}$
- $\boxed{AC^2 = CH \times CB}$
- $\boxed{AH^2 = HC \times HB}$

## VII]. النسب المثلثية في المثلث القائم

$$\boxed{\sin x = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}} \quad ; \quad \boxed{\cos x = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}} \quad ; \quad \boxed{\tan x = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}}$$




$$\sin \hat{ABC} = \frac{AC}{BC}$$

$$\cos \hat{ABC} = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan \hat{ABC} = \frac{AC}{AB}$$

العلاقات بين النسب المثلثية:

$$\boxed{\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}} \quad ; \quad \boxed{\sin^2 x + \cos^2 x = 1}$$

sin : جب
cos : تجب
tan : ظل
$x$: زاوية

✓ ملاحظة 1: قيمة $sin$ و قيمة $cos$ دائما أصغر من 1 و أكبر من 0

✓ ملاحظة 2: في المثلث القائم قيم $sin$, $cos$ و $tan$ دائما موجبة



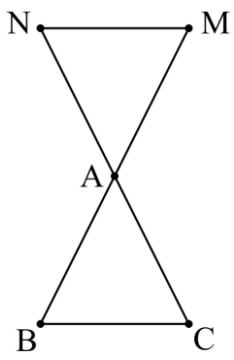
www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

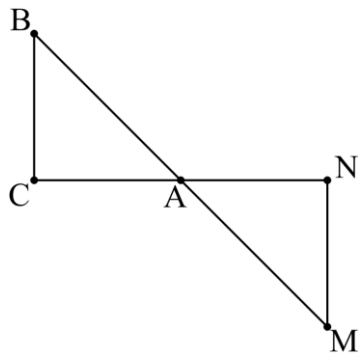
najah213.com · نجاح 213

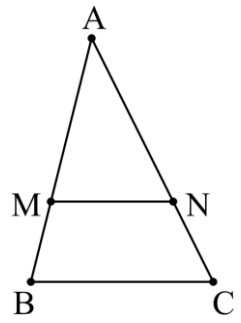


## VIII]. مبرهنة طالس وعكسها

**في كل من الأشكال التالية لدينا $(MN) \,//\, (BC)$ مما يعني إمكانية تطبيق مبرهنة طالس:**




### 1) مبرهنة طالس (المباشرة):

**بما أن $(MN) \,//\, (BC)$ حسب مبرهنة طالس لدينا:** $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$

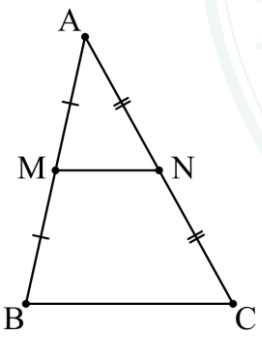
### 2) المبرهنة العكسية لطالس: (إثبات التوازي)

من المعطيات نختار كسرين متناسبين مثلا $\dfrac{AM}{AB}$ و $\dfrac{MN}{BC}$ ونحسب قيمة كلا منهما

نقول: **بما أن $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{MN}{BC}$ و النقط A, M, B و A, N, C بنفس الترتيب على استقامية فإن $(MN) \,//\, (BC)$ حسب المبرهنة العكسية لطالس**

### 3) خاصية مستقيم المنتصفين (المباشرة):

**القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين فى مثلث توازي الضلع الثالث وطولها يساوي نصفه**

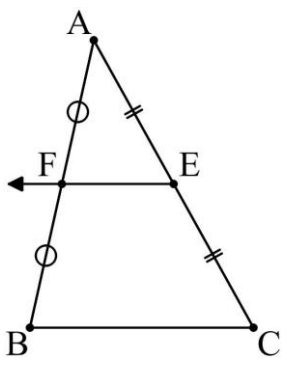



**إذا كانت $M$ و $N$ منتصفي $[AB]$ و $[AC]$ على الترتيب فإن:**

- $(MN) \,//\, (BC)$
- $BC = 2MN$ أي $MN = \frac{1}{2}BC$

### 4) الخاصية العكسية لمستقيم المنتصفين:

**المستقيم المرسوم من منتصف ضلع في مثلث موازيًا أحد الضلعين الآخرين ينصف الضلع الثالث**




**إذا كان $E$ منتصف $[AC]$ و $(FE) \,//\, (BC)$ فإن $F$ منتصف $[AB]$**

Prof Mustapha
KHALDI



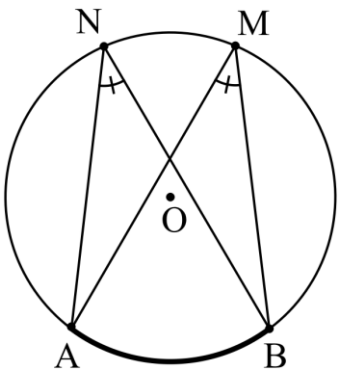
www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213



## IX]. الزاوية المحيطية والزاوية المركزية

### 1) مراجعة

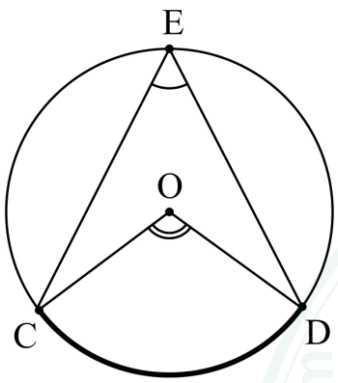



**القاعدة1:**

❖ الزاويتان المحيطيتان اللتان تحصران نفس القوس متقايستان

**مثال1:**

الزاويتان المحيطيتان $A\hat{M}B$ و $A\hat{N}B$ متقايستان لأنهما تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{AB}$




**القاعدة2:**

إذا كانت زاوية مركزية و زاوية محيطية تحصران نفس القوس فإن:

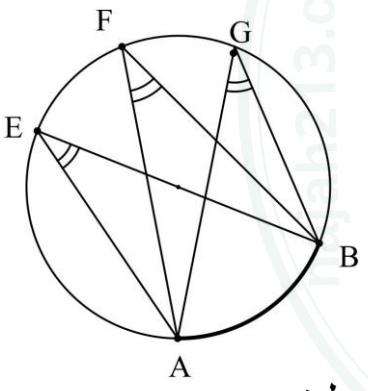
❖ الزاوية المركزية = ضعف الزاوية المحيطية

❖ الزاوية المحيطية = نصف الزاوية المركزية

**مثال2:**

الزاوية المركزية $C\hat{O}D$ و الزاوية المحيطية $C\hat{E}D$ تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{CD}$ إذن:

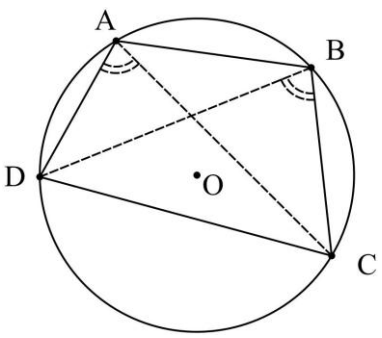
$C\hat{O}D = 2\,C\hat{E}D$ و $C\hat{E}D = \frac{1}{2}\,C\hat{O}D$




### 2) نتائج

❶ الزوايا المحيطية التي تحصر نفس القوس أو تحصر أقواسا متقايسة تكون متقايسة

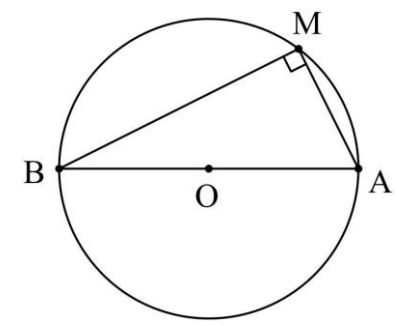
❷ تكون رؤوس الرباعي المحدب $ABCD$ من نفس الدائرة إذا تحقق أحد الشرطين:




➤ إما $D\hat{B}C = D\hat{A}C$ (زاويتان محيطيتان تحصران نفس القوس $\overset{\frown}{DC}$)

➤ أو $B\hat{C}D + B\hat{A}D = 180°$ (زاويتان متقابلتان متكاملتان)

❸ خاصية المثلث القائم في الدائرة:




إذا كان $AB$ قطر لدائرة و $M$ نقطة من محيط هذه الدائرة فإن المثلث $ABM$ قائم في $M$ مهما كان موضع $M$

Prof Mustapha

KdHA-LDJ

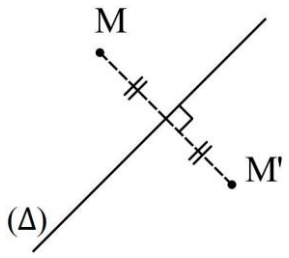


www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

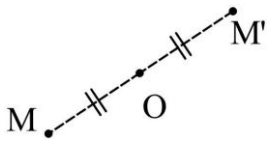
najah213.com · نجاح 213



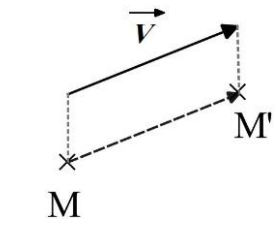
## X]. التحويلات النقطية



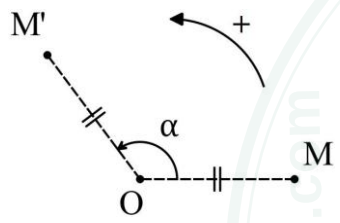

❶ **التناظر المحوري:** هو تحويل نقطي بالنسبة لمحور(Δ) يرفق بكل نقطة $M$ النقطة $M'$ حيث (Δ) **محور** $[MM']$ (أي (Δ)عمودي على $[MM']$ في منتصفها).




❷ **التناظر المركزي:** هو تحويل نقطي بالنسبة لنقطة $O$ يرفق بكل نقطة $M$ النقطة $M'$ حيث $OM = OM'$ (أي $O$ منتصف$[MM']$).




❸ **الانسحاب:** هو تحويل نقطي بشعاع $\vec{v}$ يرفق بكل نقطة $M$ النقطة $M'$ حيث $\overrightarrow{MM'} = \vec{v}$




❹ **الدوران:** هو تحويل نقطي وفق مركز $O$ و زاوية $\alpha$ واتجاه يرفق بكل نقطة $M$ النقطة $M'$ حيث $OM' = OM$ و $M\hat{O}M' = \alpha$ والاتجاه الموجب عكس اتجاه عقارب الساعة.

## XI]. خواص التحويلات النقطية

❶ **النقطة الصامدة:** نقول عن نقطة إنها صامدة بواسطة تحويل نقطي، إذا كانت منطبقة على صورتها بهذا التحويل.

❷ **حفظ المسافات (التقايس)**

يحافظ كلا من التناظر المركزي والتناظر المحوري والانسحاب والدوران على المسافات لذلك نسمي هذه التحويلات عامة **بالتقايس**

***صورة بتقايس:** هي صورة بالتناظر المركزي أو بالتناظر المحوري أو بالانسحاب أو بالدوران

❸ **الحفاظ على الاستقامية**

إذا كانت $A$، $B$، $C$ ثلاث نقاط في استقامية فإن صورها $A'$، $B'$، $C'$ **بتقايس** تكون في استقامية

❹ **الحفاظ على أقياس الزوايا**

صورة زاوية **بتقايس** هي زاوية تقايسها

➤ **استنتاج:**

- صورتي مستقيمان متوازيان **بتقايس** هما مستقيمان متوازيان
- صورتي متعامدان متوازيان **بتقايس** هما مستقيمان متعامدان

Prof Mustapha

KdHALDI



www.dzexams.com
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com