najah213.com · نجاح 213

المـــوسم الدراســـي : 2022 / 2023 **القســـم : 03 ريـــاضيات**

الفرض الأول للفـصل الأول في مادة الرياضيات **المـــدة : ساعـــة واحدة**

مسألة :

- لتكن الدالة f المعرفة على $]-\infty,-4]\cup[2,+\infty[$ بـ : $f(x)=\sqrt{x^2+2x-8}$ ، $D_f=$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1)- بين أن المستقيم الذي معادلته : $x=-1$ هو محور تناظر لـ (C_f).

2)- أحسب : $\lim\limits_{x\to-4}\left[\dfrac{f(x)-f(-4)}{x+4}\right]$ ، $\lim\limits_{x\to2}\left[\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}\right]$. ماذا نستنتج ؟

- فسر النتيجتين بيانيا .

3)- أحسب : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

4)- أحسب : $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)+x+1\right]$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x-1\right]$. فسر النتيجتين بيانيا .

5)- ادرس اتجاه تغير الدالة f على D_f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

6)- أنشئ (C_f).

7)- لتكن الدالة g المعرفة $\mathbb{R}$ على بـ : $g(x)=\sqrt{|x^2+2x-8|}$ ، (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

أ)- بين أن (Cg) يطابق (C_f) على مجال D_1 يطلب تعيينه .

بـ)- بين أنه على مجال D_2 يطلب تعيينه (Cg) هو نصف دائرة يطلب تعيين مركزها W و نصف قطرها r.

جـ)- انشئ (Cg) في نفس المعلم السابق .

بالـتوفـيق و النـــجاح في شـــهادة البـكالوريا 2023 **الأستاذة : بن زادي**

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الإجابة النموذجية + سلم التنقيط :

1)- من أجل كل x من D_f ، $-2-x \in D_f$: نبرهن أن : $f\left(-2-x\right)=f\left(x\right)$

$$f\left(-2-x\right)=\sqrt{(-2-x)^2+2(-2-x)-8}=\sqrt{x^2+4x+4-4-2x-8}=f\left(x\right)$$

ومنه : المستقيم الذي معادلته : $x=-1$ هو محور تناظر لـ (C_f). .....(01 ن)

2)-

$$\lim_{\substack{x\to -4\\ x<-4}}\left[\frac{f\left(x\right)-f\left(-4\right)}{x+4}\right]=\lim_{\substack{x\to -4\\ x<-4}}\frac{\sqrt{x^2+2x-8}}{x+4}=\lim_{\substack{x\to -4\\ x<-4}}\frac{x^2+2x-8}{\left(x+4\right)\sqrt{x^2+2x-8}}$$

$$\lim_{\substack{x\to -4\\ x<-4}}\left[\frac{f\left(x\right)-f\left(-4\right)}{x+4}\right]=\lim_{\substack{x\to -4\\ x<-4}}\frac{\left(x+4\right)\left(x-2\right)}{\left(x+4\right)\sqrt{x^2+2x-8}}=\lim_{\substack{x\to -4\\ x<-4}}\frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-8}}$$

و منه : $\begin{cases}\lim\limits_{\substack{x\to -4\\ x<-4}}\left(x-2\right)=-6\\ \lim\limits_{\substack{x\to -4\\ x<-4}}\sqrt{x^2+2x-8}=0^+\end{cases}$ $\lim\limits_{\substack{x\to -4\\ x<-4}}\left[\frac{f\left(x\right)-f\left(-4\right)}{x+4}\right]=-\infty$ .....(01.5ن)

f غير قابلة للإشتقاق من اليسار عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=-4$. .....(0.5 ن)

$$\lim_{\substack{x\to 2\\ x>2}}\left[\frac{f\left(x\right)-f\left(2\right)}{x-2}\right]=\lim_{\substack{x\to 2\\ x>2}}\frac{\sqrt{x^2+2x-8}}{x+4}=\lim_{\substack{x\to 2\\ x>2}}\frac{x^2+2x-8}{\left(x-2\right)\sqrt{x^2+2x-8}}$$

$$\lim_{\substack{x\to 2\\ x>2}}\left[\frac{f\left(x\right)-f\left(2\right)}{x-2}\right]=\lim_{\substack{x\to 2\\ x>2}}\frac{\left(x+4\right)\left(x-2\right)}{\left(x-2\right)\sqrt{x^2+2x-8}}=\lim_{\substack{x\to 2\\ x>2}}\frac{x+4}{\sqrt{x^2+2x-8}}$$

و منه : $\begin{cases}\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}}\left(x+4\right)=6\\ \lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}}\sqrt{x^2+2x-8}=0^+\end{cases}$ $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}}\left[\frac{f\left(x\right)-f\left(2\right)}{x-2}\right]=+\infty$ .....(01.5ن)

f غير قابلة للإشتقاق من اليمين عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=2$ . .....(0.5 ن)

التفسير البياني : ..... (01ن) (01ن)

(C_f) يقبل نصف مماس عمودي معادلته : $x=-4$ عند النقطة $A\left(-4,0\right)$.

(C_f) يقبل نصف مماس عمودي معادلته : $x=2$ عند النقطة $B\left(2,0\right)$.

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

3)- من أجل كل من D_f : $f(x)=\sqrt{x^2\left(1+\frac{2}{x}-\frac{8}{x^2}\right)}=|x|\sqrt{\left(1+\frac{2}{x}-\frac{8}{x^2}\right)}$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} -x\sqrt{\left(1+\frac{2}{x}-\frac{8}{x^2}\right)}=+\infty$ .....(ن01)

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x\sqrt{\left(1+\frac{2}{x}-\frac{8}{x^2}\right)}=+\infty$ .....(ن01)

4)- $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)+x+1\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x^2+2x-8-(x+1)^2}{\sqrt{x^2+2x-8}-(x+1)}$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)+x+1\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-9}{\sqrt{x^2+2x-8}-(x+1)}=0$ .....(ن01)

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x-1\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2+2x-8-(x+1)^2}{\sqrt{x^2+2x-8}+(x+1)}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x-1\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-9}{\sqrt{x^2+2x-8}+(x+1)}=0$ .....(ن01)

التفسير البياني : ..... (ن01) (ن01)

(C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (T_2) معادلته : $y=-x-1$ بجوار $-\infty$.

(C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (T_1) معادلته : $y=x+1$ بجوار $+\infty$.

5)- f قابلة للإشتقاق على D_f : $f'(x)=\frac{2x+2}{2\sqrt{x^2+2x-8}}=\frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x-8}}$ .....(ن01)

$f'(x)=0$ يكافئ : $x=-1$.

x	$-\infty$		-4		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	‖	‖	$+$	

f متزايدة تماما على المجال : $]2,+\infty[$. f متناقصة تماما على المجال : $]-\infty,-4[$ . .....(ن01)

www.dzexams.com

- جدول تغيرات الدالة f : ..... (01ن)

x	$-\infty$		-4		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	‖		0	+	
$f(x)$	$+\infty$	↘	‖		0	↗	$+\infty$

7)- على المجال $D_1 =]-\infty,-4] \cup [2,+\infty[$ ، $g(x) = f(x)$ يطابق (C_f) (Cg) ..... (01ن)

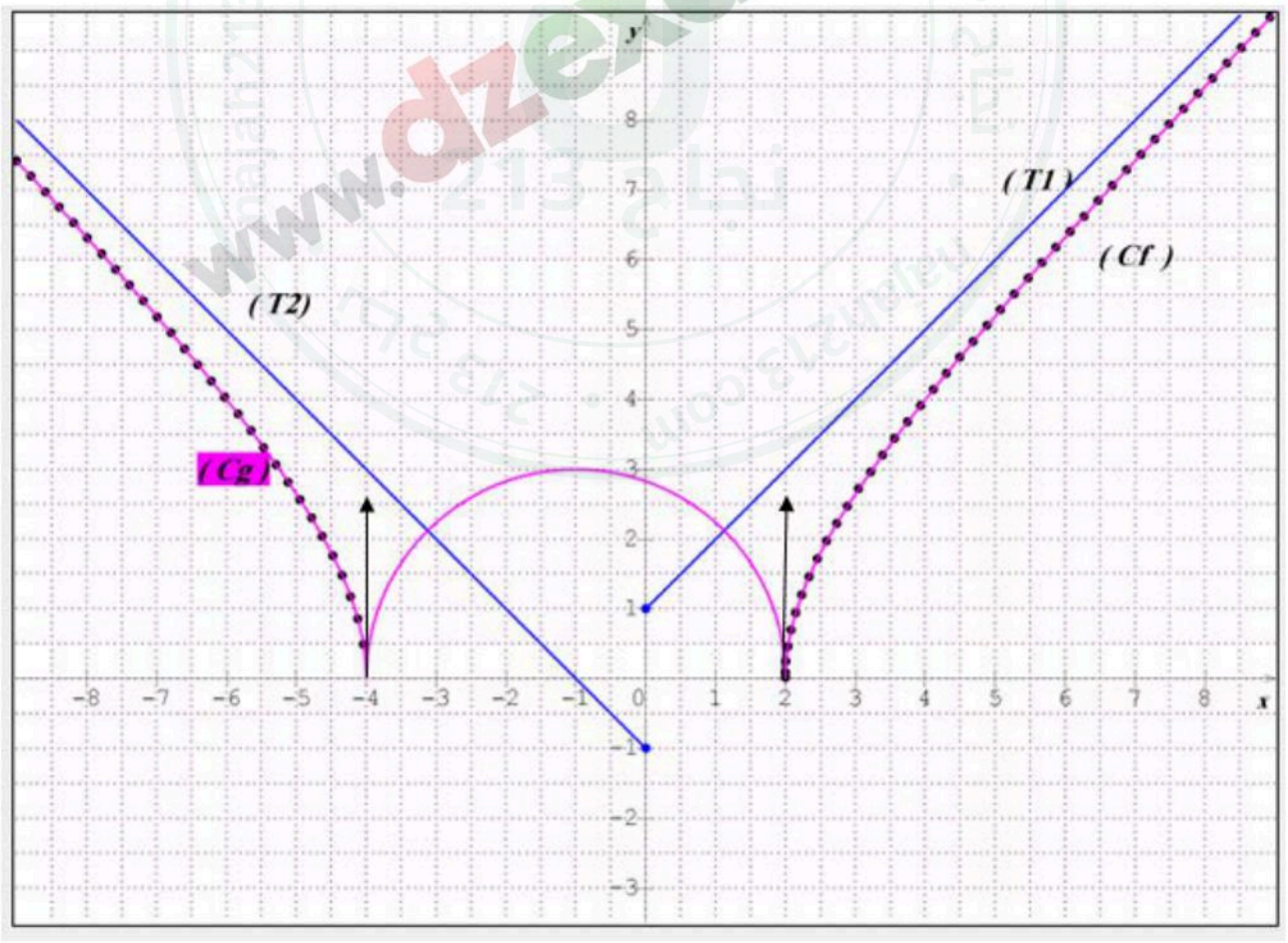
على المجال $D_2 = [-4,2]$: $g(x) = \sqrt{-x^2 - 2x + 8} = y \quad (y \geq 0)$

$-x^2 - 2x + 8 = y^2 \quad (y \geq 0)$ ، $x^2 + y^2 + 2x = 8 \quad (y \geq 0)$

ومنه : (Cg) هو نصف دائرة مركزها $w(-1,0)$ و نصف قطرها $r = 3$ . ..... (01ن)

$(x+1)^2 + y^2 = 9$

6)- إنشاء (C_f) و (Cg): ..... (02ن)



www.dzexams.com