najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات و المسابقات

المؤسسة : ثانوية أحمد زبانة * زهانة *

الشعبة : تسيير و اقتصاد — دورة: ماي 2024

المدة: ساعتين ونصف

امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات

## الموضوع الأول

**التمرين الأول:** ( 4 نقاط ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الثلاثة المقترحة مع التعليل

| | أ | ب | ج |
|---|---|---|---|
| $\int_1^2 \left(x-\frac{2}{x+1}\right)dx$ يساوي | $\frac{3}{2}-2\ln\left(\frac{3}{2}\right)$ | $\frac{2}{3}-2\ln\left(\frac{2}{3}\right)$ | $\frac{2}{3}-2\ln\left(\frac{3}{2}\right)$ |
| حل المعادلة $\ln(x+1)=2$ في $\square$ هو: | $e^2+1$ | $e^2-1$ | $1-e^{-2}$ |
| العبارة $2\ln x-\ln(x-1)$ تساوي: | $\ln\left(\frac{x^2}{x-1}\right)$ | $\ln\left(\frac{2x}{x-1}\right)$ | $\ln\left[2x(x-1)\right]$ |
| حلول المعادلة $e^{2x}-3e^x+2=0$ يساوي | $\ln 2$ أو $0$ | $-\ln 2$ أو $0$ | $2$ أو $1$ |

**التمرين الثاني :** (4 نقاط)

الجدول التالي يعطي تطور عدد مستعملي الهاتف النقال في مدينة ما من سنة 2006 إلى سنة 2012 :

| السنة | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| رتبة السنة $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| عدد المستعملين $y_i$ | 21400 | 32400 | 48000 | 75600 | 121200 | 207000 | 280000 |
| $z_i=\ln y_i$ | | | | | | | |

**1)** مثّل سحابة النقط $M_i(x_i;z_i)$ في معلم آخر مبدؤه $O'(0;9)$ . وبوحدة 1cm لكل سنة على محور الفواصل و 5cm لكل وحدة على محور التراتيب .

**2)** جد إحداثيتي $G$ النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M_i(x_i;z_i)$ ( تدوّر النتيجة إلى $10^{-2}$ )

**3)** أ) بيّن أنّ معادلة مستقيم الإنحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $(x_i;z_i)$ هي : $z=0,44x+9,51$ .

ب) تحقق أنّ : $y=k\,e^{0,44x}$ ، حيث $k$ عدد حقيقي يطلب تعيينه .

**4)** بفرض أنّ عدد مستعملي الهاتف النقال بهذه المدينة يتزايد بنفس الوتيرة ، قدر عددهم سنة 2024

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

## التمرين الثالث : (4 نقاط)

لاحظ رئيس مركز رياضي أنه في كل سنة، المركز يحتفظ بـ 75 % من أعضاءه و يستقبل 800 عضوا جديدا في سنة. 2005، أحصى هذا المركز الرياضي 1600 عضوا.نرمز بـ $U_n$ إلى عدد الأعضاء في المركز في سنة $2005+n$

1. تحقق من أن: $U_1 = 2000$ ثم أحسب $U_2$.
2. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، فإن : $U_{n+1} = \frac{3}{4}U_n + 800$ .
3. نعتبر المتتالية $(V_n)$ المعرفة من أجل كل عدد طبيعي بـ: $V_n = 3200 - U_n$
   أ) بين أن المتتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدّها الأول.
   ب) عبر عن $V_n$ ثم $U_n$ بدلالة $n$ .
4. احسب مجموع أعضاء المركز الرياضي من سنة 2005 إلى سنة 2020

## التمرين الرابع (8 نقاط):

I. $f$ دالة عددية معرفة على $]0,+\infty[$ كمايلي: $f(x) = 1 + \frac{\ln(x)}{x}$ و $(C)$ تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. أحسب نهاية الدالة $f$ عند مجموعة تعريفها ثم فسر النتائج هندسيا
2. أ) تحقق أنه من أجل كل $x$ من المجال $]0,+\infty[$ : $f'(x) = \frac{1-\ln(x)}{x^2}$
   ب) أدرس إتجاه تغير الدالة $f$ ثمّ شكّل جدول تغيرات الدالة $f$
3. أثبت أن $(C)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطة فاصلتها $\alpha$ تحقق: $\frac{1}{2} \prec \alpha \prec 1$
4. أحسب $f(2)$ ، $f(3)$ ثمّ أنشئ المنحنى $(C)$.

II. $F$ دالة معرفة على $]0,+\infty[$ بالعبارة: $F(x) = x + \frac{1}{2}(\ln x)^2$

1. بيّن أن $F$ دالة أصلية للدالة $f$ على $]0,+\infty[$
2. أحسب مساحة الحيّز المستوي المحدد بالمنحنى $(C)$ و المستقيمات التي معادلاتها $(y=0)$ ، $(x=1)$ و $(x=e)$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول : (4 نقاط)

| | أ | ب | ج |
|---|---|---|---|
| $\int_1^2 (e^{2x-1})dx$ يساوي | $\frac{1}{2}e^3-\frac{1}{2}e$ | $\frac{1}{2}e-\frac{1}{2}e^3$ | $\frac{1}{2}e+\frac{1}{2}e^3$ |
| حل المعادلة $e^{x+1}=1$ في $\mathbb{R}$ هو: | 1 | $-1$ | $e$ |
| العبارة $2\ln x-\ln(x-1)$ تساوي: | $\ln\left(\frac{x^2}{x-1}\right)$ | $\ln\left(\frac{2x}{x-1}\right)$ | $\ln[2x(x-1)]$ |
| حلول المعادلة $(\ln x)^2-3\ln x+2=0$ يساوي | $e^2$ أو $e$ | $-e^2$ أو $e$ | $-e^2$ أو $-e$ |

### التمرين الثاني : (4 نقاط)

تقوم شركة الكترونيات بصنع هواتف ذكية، قامت هذه الشركة بصنع جيل جديد وقبل الطرح النهائي في السوق قامت باجراء إختبار، وهذا بطرح 8 نماذج من هذا المنتوج وهذا حسب المادة المستخدمة في الصناعة والخصائص التقنية، ودونت النتائج في الجدول التالي:

| سعر البيع بالأورو $x_i$ | 240 | 320 | 400 | 480 | 560 | 640 | 720 | 800 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| عدد المشترين $y_i$ | 402 | 390 | 340 | 230 | 210 | 130 | 70 | 60 |

1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد ( $1cm$ لكل 100 أورو على محور الفواصل و $1cm$ لكل 50 مشتري على محور التراتيب ).
2) اوجد إحداثيات النقطة المتوسطة G لهذه السحابة وعلمها ( تدوّر النتيجة إلى $10^{-2}$ ) .
3) اوجد معادلة لمستقيم الانحدار $y=ax+b$ بالمربعات الدنيا للسلسلة $M_i(x_i;y_i)$.
4) جد تقديرا لعدد المشترين إذا كان سعر طرح الهاتف الذكي هو 500 €.
5) ما هو ثمن البيع حتى يكون عدد المشترين المتوقع هو 300.

### التمرين الثالث : (4 نقاط)

$(U_n)$ متتالية عددية معرفة بحدها الأول $U_0$ وبالعلاقة التراجعية $U_{n+1}=\frac{1}{2}U_n-1$ , $(n\in\mathbb{N})$

**1-** عين قيمة $U_0$ حتى تكون المتتالية $(U_n)$ ثابتة .

**2-** نفرض $U_0=6$ :

أ- أحسب $U_1$ و $U_2$ .

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

**ب-** $(V_n)$ متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي $n$ بالعلاقة : $V_n = \alpha U_n - 2$ , حيث $\alpha \in \mathbb{R}^*$ .

- عين قيمة العدد $\alpha$ حتى تكون $(V_n)$ متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ .

**ج-** نضع : $\alpha = -1$ و $q = \frac{1}{2}$

- عبر بدلالة $n$ عن كل من $V_n$ و $U_n$ .
- احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$ ثم استنتج أن المتتالية $(U_n)$ متقاربة

**د-** أحسب بدلال $n$ المجموع $S_n$ حيث : $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + ..... + U_n$

## التمرين الرابع : (8 نقاط)

$f$ هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $f(x) = \frac{3e^x - 1}{e^x + 1}$ و $(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$

**1)** حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$ ما ذا يمثل هذا الحل هندسيا ؟

**2)** أ- ادرس نهاية $f$ عند $-\infty$ . فسر النتيجة بيانيا ؟

**ب-** بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ ، $f(x) = \frac{3 - e^{-x}}{1 + e^{-x}}$

**ج-** استنتج نهاية $f$ عند $+\infty$ فسر النتيجة بيانيا ؟

**3)** احسب $f'(x)$ وادرس اتجاه تغير $f$ ثم شكل جدول تغيراتها

**4)** عين معادلة المماس $(T)$ للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة التي فاصلتها 0

**5)** نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $g(x) = f(x) - (x + 1)$

أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ ، $g'(x) = -\left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1}\right)^2$

ب- ادرس اتجاه تغير $g$ ، احسب $g(0)$ وادرس إشارة $g(x)$ حسب قيم $x$

ت- استنتج وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(T)$

**6)** ارسم $(T)$ و $(C_f)$

**بالتوفيق في البكالوريا إن شاء الله**

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

# تصحيح (الموضوع الأول) الامتحان التجريبي في مادة الرياضيات شعبة تسيير و اقتصاد

## حل التمرين الاول اختر الاجابة الصحيحة مع التعليل

تنقيط

1. $\int_1^2\left(x-\frac{2}{x+1}\right)dx=\left[\frac{1}{2}x^2-2\ln(x+1)\right]_1^2$

$=\frac{1}{2}(2)^2-2\ln(2+1)-\left[\frac{1}{2}(1)^2-2\ln(1+1)\right]$

$=\frac{1}{2}\times 4-2\ln(3)-\left[\frac{1}{2}-2\ln(2)\right]$

$=2-2\ln(3)-\frac{1}{2}+2\ln(2)=\frac{3}{2}-2\ln\left(\frac{3}{2}\right)$

الإجابة (أ)

2. حل المعادلة $\ln(x+1)=2$ في $\mathbb{R}$ هي

لدينا $\ln(x+1)=2$ معناه $e^{\ln(x+1)}=e^2$

و منه $x+1=e^2$ ومنه $x=e^2-1$ الإجابة (ب)

3. العبارة $2\ln x-\ln(x-1)$ تساوي

لدينا $2\ln x-\ln(x-1)=\ln x^2-\ln(x-1)$

ومنه $=\ln\left(\frac{x^2}{x-1}\right)$ الإجابة (أ)

4. حلول المعادلة $e^{2x}-3e^x+2=0$ في $\mathbb{R}$ تساوي

نضع $X=e^x\succ 0$ تصبح المعادلة $X^2-3X+2=0$

بعد حساب المميز نجد الحلول $X_1=1$ او $X_2=2$

من اجل $X_1=1$ ومنه $e^{x_1}=1$

ومنه $\ln e^{x_1}=\ln 1$ ومنه $x_1=0$

من اجل $X_2=2$ ومنه $e^{x_2}=2$

ومنه $\ln e^{x_2}=\ln 2$ ومنه $x_2=\ln 2$

وبالتالي $S=\{0;\ln 2\}$ الإجابة (أ)

## حل التمرين الثاني

1. مثّل سحابة النقط $M_i(x_i;z_i)$ في معلم مبدؤه $O'(0;9)$ وبوحدة 1cm لكل سنة على محور الفواصل و 5cm لكل وحدة على محور التراتيب

تنقيط

| $x_i$ | $y_i$ | $z_i=\ln y_i$ | $x_i\times z_i$ | $x_i-\overline{X}$ | $(x_i-\overline{X})^2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | 9.97 | 9.97 | -3 | 9 |
| 2 | | 10.39 | 20.78 | -2 | 4 |
| 3 | | 10.79 | 32.37 | -1 | 1 |
| 4 | | 11.23 | 44.92 | 0 | 0 |
| 5 | | 11.71 | 58.55 | 1 | 1 |
| 6 | | 12.24 | 73.44 | 2 | 4 |
| 7 | | 12.54 | 87.78 | 3 | 9 |
| 28 | | 78.87 | 327.81 | | 28 |

2. جد إحداثيتي $G$ النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M_i(x_i;z_i)$

$\overline{X}=\frac{1+2+3+4+5+6+7}{7}$ ومنه $\overline{X}=\frac{28}{7}$ ومنه $\overline{X}=4$

$\overline{Z}=\frac{9.97+10.39+10.79+11.23+11.71+12.24+12.54}{7}$

$\overline{Z}=\frac{78.87}{7}$ ومنه $\overline{Z}=11.27$

وبالتالي $G(4;11.27)$

3. بيّن أنّ معادلة مستقيم الإنحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $(x_i;z_i)$ هي: $z=0,44x+9,51$

حساب $a$

$a=\frac{\frac{327.81}{7}-(4\times 11.27)}{\frac{28}{7}}$

ومنه $a=0.4375$ ومنه $a\approx 0.44$

حساب $b$

لدينا $b=\overline{Z}-a\overline{X}$ ومنه $b=11.27-0.44\times 4$

ومنه $b=9.51$ و بالتالي $z=0.44x+9.51$

4. تحقق أنّ: $y=k\,e^{0,44x}$ حيث $k$ عدد حقيقي يطلب تعيينه

لدينا $z=0.44x+9.51$ ومنه $\ln y=0.44x+9.51$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

ومنه $e^{\ln y}=e^{0.44x+9.51}$ ومنه $y=e^{0.44x}\times e^{9.51}$

ومنه $k=e^{9.51}$

**3. عدد مستعملي الهاتف النقال بهذه المدينة يتزايد بنفس الوتيرة قدر عددهم سنة 2024 .**

رتبة سنة 2024 هي 19 ومنه $y=e^{0.44\times 19}\times e^{9.51}$

ومنه $y=57655719$

## حل التمرين الثالث

**1. التحقق أن** $U_1=2000$

$U_1=\frac{75}{100}\times U_0+800$ ومنه $U_1=0.75\times 1600+800$

و منه $U_1=2000$

**حساب** $U_2$

$U_2=0.75\times U_1+800$ ومنه $U_2=0.75\times 2000+800$

ومنه $U_2=2300$

**2. إثبات أن** $U_{n+1}=\frac{3}{4}U_n+800$

$U_1=\frac{75}{100}\times U_0+800$ ومنه $U_1=\frac{3}{4}\times U_0+800$

و $U_2=\frac{3}{4}\times U_1+800$ ومنه $U_{n+1}=\frac{3}{4}U_n+800$

**3. إثبات أن المتتالية** $(V_n)$ **هندسية يطلب تعيين أساسها**

$V_{n+1}=3200-U_{n+1}=3200-\left(\frac{3}{4}U_n+800\right)$

و منه $V_{n+1}=3200-\frac{3}{4}U_n-800=2400-\frac{3}{4}U_n$

ومنه $V_{n+1}=\frac{3}{4}(3200-U_n)$ ومنه $V_{n+1}=\frac{3}{4}V_n$

إذن $(V_n)$ متتالية هندسية أساسها $q=\frac{3}{4}$

**حدها الأول** $V_0$

لدينا $V_0=3200-U_0$ ومنه $V_0=3200-1600$

ومنه $V_0=1600$

**4. حدها العام** $V_n$ **بدلالة** $n$ .

لدينا $V_n=V_0\,q^n=1600\times\left(\frac{3}{4}\right)^n$ .

**عبارة** $U_n$ **بدلالة** $n$ .

بما أن $V_n=3200-U_n$ ومنه $U_n=3200-V_n$

ومنه $U_n=3200-1600\times\left(\frac{3}{4}\right)^n$

ومنه $U_n=1600\left[2-\left(\frac{3}{4}\right)^n\right]$

**5. حساب مجموع اعضاء المركز الرياضي من سنة 2005 الى سنة 2020**

ومنه $S=U_0+U_1+U_2+\cdots+U_{15}$

$S=(3200-V_0)+(3200-V_1)+\cdots+(3200-V_n)$

$S=(3200+3200+\cdots+3200)-(V_0+V_1+\cdots+V_{15})$

$S=3200(15-0+1)-\left(1600\times\frac{1-\left(\frac{3}{4}\right)^{15-0+1}}{1-\frac{3}{4}}\right)$

ومنه $S=3200(16)-\left(1600\times\frac{1-\left(\frac{3}{4}\right)^{16}}{\frac{1}{4}}\right)$ $S=54564$

## حل التمرين الرابع

$f(x)=1+\frac{\ln(x)}{x}$ و $D=]0;+\infty[$

**1. إيجاد نهايتي الدالة** $f$ **عند** $+\infty$ **و على يمين 0:**

$\begin{cases}\lim\limits_{x\to 0}\ln x=-\infty\\ \lim\limits_{x\to 0}x=0^+\end{cases}$ لان $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=\lim\limits_{x\to 0}1+\frac{\ln x}{x}=-\infty$

**التفسير الهندسي** $x=0$ حامل محور التراتيب هو مستقيم مقارب للمنحني $(C)$ .

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$ لان $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}1+\frac{\ln x}{x}=1$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

**التفسير الهندسي** $y=1$ مستقيم مقارب موازي لحامل محور الفواصل.

**2. التحقق أنه :** $f'(x)=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$

$$f'(x)=\frac{\frac{1}{x}\times x-\ln x}{x^2} \quad \text{ومنه} \quad f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$$

**ب – دراسة اتجاه تغير الدالة** $f$

ندرس اشارة $f'(x)$ اي ندرس اشارة $(1-\ln x)$

$1-\ln x>0$ ومنه $\ln x<1$ ومنه $x<e$

$1-\ln x=0$ ومنه $\ln x=1$ ومنه $x=e$

$1-\ln x<0$ ومنه $\ln x>1$ ومنه $x>e$

| $x$ | $0$ | | $e$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | ‖ | $+$ | $0$ | $-$ | |

وبالتالي الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $]0;e]$ و الدالة $f$ متناقصة تماما المجال $[e;+\infty[$

**تشكيل جدول تغيراتها :**

**3. اثبات ان المنحنى** $(C)$ **يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة** $\alpha$ **حيث** $\frac{1}{2}<\alpha<1$

- الدالة $f$ مستمرة و رتيبة على المجال $\left]\frac{1}{2};1\right[$

$$f\left(\frac{1}{2}\right)\times f(1)=-0.39<0 \quad \text{ومنه} \quad \begin{cases} f(1)=1 \\ f\left(\frac{1}{2}\right)=-0.39 \end{cases} \text{و}$$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المنحنى $(C)$ يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة $\alpha$ حيث $\frac{1}{2}<\alpha<1$

**4. حساب** $f(2)$ و $f(3)$

$f(2)=1+\dfrac{\ln 2}{2}$ ومنه $f(2)=1.35$

$f(3)=1+\dfrac{\ln 3}{3}$ ومنه $f(3)=1.37$

**التمثيل البياني ل** $(C)$

**1. اثبات ان** $F$ **دالة اصلية لدالة** $f$ **حيث** $F(x)=x+\frac{1}{2}(\ln x)^2$

لدينا $F'(x)=1+\frac{1}{2}\times 2(\ln x)\times(\ln x)'$

ومنه $F'(x)=1+\frac{1}{2}\times 2(\ln x)\times\left(\frac{1}{x}\right)$

ومنه $F'(x)=1+\frac{\ln x}{x}=f(x)$

**2. حساب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى** $(C)$

**و المستقيمات** $x=e;x=1;y=0$

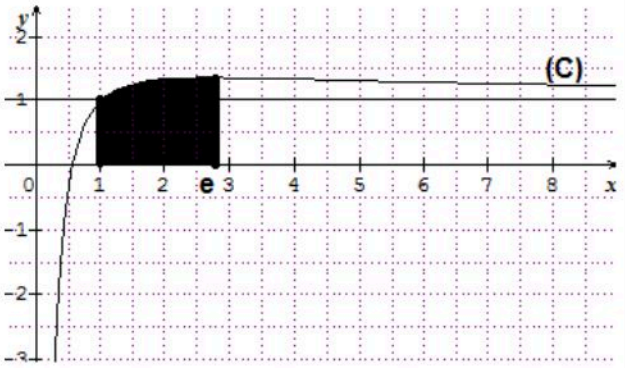
$$S=\int_1^e\left(f(x)-y\right)dx=\int_1^e\left(1+\frac{\ln x}{x}\right)dx$$

$$S=\left[x+\frac{1}{2}(\ln x)^2\right]_1^e \quad \text{ومنه}$$

ومنه $S=e+\frac{1}{2}(\ln e)^2-\left[1+\frac{1}{2}(\ln 1)^2\right]$ ومنه

ومنه $S=e+\frac{1}{2}-1$ ومنه $S=e+\frac{1}{2}(1)^2-1$

$S=e-\frac{1}{2}$




www.dzexams.com

najah213.com · نجاح 213

## تصحيح (الموضوع الثاني) الامتحان التجريبي في مادة الرياضيات شعبة تسيير و اقتصاد

**حل التمرين الاول** اختر الاجابة الصحيحة مع التعليل

**1.** $\int_1^2 \left(e^{2x-1}\right)dx = \left[\frac{1}{2}e^{2x-1}\right]_1^2$

$= \frac{1}{2}e^{2\times 2-1} - \frac{1}{2}e^{2\times 1-1} = \frac{1}{2}e^3 - \frac{1}{2}e^1$

الإجابة (أ)

**2.** حل المعادلة $e^{x+1}=1$ في $\mathbb{R}$ هي

لدينا $e^{x+1}=1$ معناه $\ln\left(e^{x+1}\right)=\ln 1$

و منه $x+1=0$ ومنه $x=-1$ الإجابة (ب)

**3.** العبارة $2\ln x-\ln(x-1)$ تساوي

لدينا $2\ln x-\ln(x-1)=\ln x^2-\ln(x-1)$

ومنه $=\ln\left(\frac{x^2}{x-1}\right)$ الإجابة (ب)

**4.** حلول المعادلة $(\ln x)^2-3\ln x+2=0$ في $\mathbb{R}$ تساوي

نضع $X=\ln x$ تصبح المعادلة $X^2-3X+2=0$

بعد حساب المميز نجد الحلول $X_1=1$ او $X_2=2$

من اجل $X_1=1$ ومنه $\ln x_1=1$

ومنه $e^{\ln x_1}=e^1$ ومنه $x_1=e$

من اجل $X_2=2$ ومنه $\ln x_2=2$

ومنه $e^{\ln x_2}=e^2$ ومنه $x_2=e^2$

وبالتالي $S=\{e;e^2\}$ الإجابة (أ)

**حل التمرين الثاني**

**1.** تمثيل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد

( $1cm$ لكل 100 أورو على محور الفواصل

و $1cm$ لكل 50 مشتري على محور التراتيب ).

| $x_i$ | $y_i$ | $x_i\times y_i$ | $x_i-\overline{X}$ | $(x_i-\overline{X})^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 240 | 402 | 96480 | -280 | 79524 |
| 320 | 390 | 124800 | -200 | 40000 |
| 400 | 340 | 136000 | -120 | 14400 |
| 480 | 230 | 110400 | -40 | 1600 |
| 560 | 210 | 117600 | 40 | 1600 |
| 640 | 130 | 83200 | 120 | 14400 |
| 720 | 70 | 50400 | 200 | 40000 |
| 800 | 60 | 48000 | 280 | 79524 |
| 4160 | 1832 | 766800 | | 271048 |

**2.** جد إحداثيتي $G$ النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$

$\overline{X}=\frac{240+320+400++480+560+640+720+800}{8}$

ومنه $\overline{X}=\frac{4160}{8}$ ومنه $\overline{X}=520$

$\overline{Y}=\frac{402+390+340+230+210+130+70+60}{8}$

ومنه $\overline{Y}=\frac{1832}{8}$ ومنه $\overline{Y}=229$

وبالتالي $G(520;229)$

**3.** معادلة لمستقيم الانحدار $y=ax+b$ بالمربعات الدنيا للسلسلة $M_i(x_i;y_i)$.

حساب $a$

$a=\frac{\frac{766800}{8}-(520\times 229)}{\frac{271048}{8}}$

ومنه $a=-0.69$

حساب $b$

لدينا $b=\overline{Y}-a\overline{X}$ ومنه $b=229-(-0.69)\times 520$

ومنه $b=587.8$ و بالتالي $y=-0.69x+587.8$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

تقديرا لعدد المشترين إذا كان سعر طرح الهاتف الذكي هو 500.

معناه $x = 500 \in$ ومنه $y = -0.69 \times 500 + 587.8$

ومنه $y \approx 243$ مشتري

ثمن البيع حتى يكون عدد المشترين المتوقع هو 300.

معناه $y = 300$ ومنه $-0.69x + 587.8 = 300$

ومنه $x = \frac{300 - 587.8}{-0.69}$ ومنه $x = 417.10 \in$

## حل التمرين الثاني

1. تعيين قيمة $U_0$ حتى تكون المتتالية $(U_n)$ ثابتة

$(U_n)$ ثابتة معناه $U_0 = U_1 = \cdots = U_n = U_{n+1}$

بما ان $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n - 1$ فان $U_0 = \frac{1}{2}U_0 - 1$

ومنه $U_0 - \frac{1}{2}U_0 = -1$ ومنه $\frac{1}{2}U_0 = -1$

ومنه $U_0 = -2$

2. نفرض $U_0 = 6$ :

أ) حساب $U_1$ حساب $U_2$

لدينا $U_1 = \frac{1}{2}U_0 - 1$ لدينا $U_2 = \frac{1}{2}U_1 - 1$

ومنه $U_1 = \frac{1}{2}(6) - 1$ ومنه $U_2 = \frac{1}{2}(2) - 1$

ومنه $U_1 = 2$ ومنه $U_2 = 0$

ب) تعيين قيمة العدد $\alpha$ حتى تكون $(V_n)$ متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ .

لدينا $V_{n+1} = \alpha U_{n+1} - 2$ ومنه $V_{n+1} = \alpha\left(\frac{1}{2}U_n - 1\right) - 2$

ومنه $V_{n+1} = \frac{1}{2}\alpha U_n - \alpha - 2$

ومنه $V_{n+1} = \frac{1}{2}\alpha U_n - 1 + 1 - \alpha - 2$

ومنه $V_{n+1} = \frac{1}{2}(\alpha U_n - 2) + 1 - \alpha - 2$

ومنه $V_{n+1} = \frac{1}{2}V_n - \alpha - 1$

حتى تكون $(V_n)$ متتالية هندسية اساسها $q = \frac{1}{2}$ نضع

ومنه $-\alpha = 1$ ومنه $-\alpha - 1 = 0$

$\alpha = -1$

ج) نضع : $\alpha = -1$ و $q = \frac{1}{2}$

تعبير عن $V_n$ بدلالة $n$

حدها الأول $V_0$

لدينا $V_0 = -U_0 - 2$ ومنه $V_0 = -6 - 2$ ومنه

$V_0 = -8$ .

حدها العام $V_n$ بدلالة $n$

لدينا $V_n = V_0 q^n = (-8) \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$ .

عبارة $U_n$ بدلالة $n$

بما أن $V_n = -U_n - 2$ ومنه $U_n = -V_n - 2$

ومنه $U_n = 8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n - 2$

حساب $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$

$\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = \lim\limits_{n \to +\infty}\left[8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n - 2\right] = -2$

استنتج أن المتتالية $(U_n)$ متقاربة

بما ان $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = -2$ فان المتتالية $(U_n)$ متقاربة

د) حساب المجموع $S_n$ بدلالة $n$ حيث :

$S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$

ومنه $S_n = (-U_0 - 2) + (-U_1 - 2) + \cdots + (-U_n - 2)$

ومنه $S_n = -(V_0 + V_1 + \cdots + V_n) - (2 + 2 \cdots + 2)$

www.dzexams.com

ومنه $S_n = -\left(-8 \times \dfrac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{2}}\right) - 2(n+1)$

ومنه $S_n = 16\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right) - 2(n+1)$

## حل التمرين الرابع

1. **حل في** $\mathbb{R}$ **المعادلة** $f(x)=0$

$f(x)=0$ معناه $\dfrac{3e^x-1}{e^x+1}=0$

معناه $3e^x-1=0$ لان $e^x+1>0$

ومنه $3e^x=1$ ومنه $e^x=\frac{1}{3}$ ومنه $x=\ln\left(\frac{1}{3}\right)$

أو $x=-\ln 3$

يمثل هذا الحل هندسيا فاصلة نقطة تقاطع المنحنى $(C_f)$ مع حامل محور الفواصل

2. **أ) حساب نهاية** $f$ **عند** $-\infty$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(\frac{3e^x-1}{e^x+1}\right) = \frac{-1}{1} = -1$$

**التفسير الهندسي** $y=-1$ هو مستقيم مقارب موازي لحامل محور الفواصل.

**ب) إثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي** $x$ $f(x)=\dfrac{3-e^{-x}}{1+e^{-x}}$

لدينا $f(x)=\dfrac{3e^x-1}{e^x+1}=\dfrac{e^x\left(3-\frac{1}{e^x}\right)}{e^x\left(1+\frac{1}{e^x}\right)}=\dfrac{3-e^{-x}}{1+e^{-x}}$

**ج) استنتاج نهاية** $f$ **عند** $+\infty$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{3-e^{-x}}{1+e^{-x}}\right) = \frac{3}{1} = 3$$

**التفسير الهندسي** $y=3$ هو مستقيم مقارب موازي لحامل محور الفواصل.

3. **حساب** $f'(x)$

$$f'(x) = \frac{3e^x\left(e^x+1\right)-\left(3e^x-1\right)e^x}{\left(e^x+1\right)^2}$$

ومنه $f'(x) = \dfrac{3e^{2x}+3e^x-3e^{2x}+e^x}{\left(e^x+1\right)^2}$

ومنه $f'(x) = \dfrac{4e^x}{\left(e^x+1\right)^2}$

- **دراسة اتجاه تغير الدالة** $f$

بما ان $4e^x>0$ و $\left(e^x+1\right)^2>0$ فان $f'(x)>0$

وبالتالي الدالة $f$ متزايدة تماما على $\mathbb{R}$

- **تشكيل جدول تغيرات الدالة** $f$

4. **عين معادلة المماس** $(T)$ **للمنحنى** $(C_f)$ **عند النقطة التي فاصلتها 0**

$y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

$y=f'(0)(x-0)+f(0)$

$$\begin{cases} f'(0)=\dfrac{4e^0}{\left(e^0+1\right)^2}=\dfrac{4}{2^2}=\dfrac{4}{4}=1 \\ \text{و} \\ f(0)=\dfrac{3e^0-1}{e^0+1}=\dfrac{3-1}{1+1}=\dfrac{2}{2}=1 \end{cases}$$

ومنه $(T)\cdots y=x+1$

5. **أ) إثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي** $x$ $g'(x)=-\left(\dfrac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$

لدينا $g(x)=f(x)-(x+1)$

ومنه $g'(x)=f'(x)-1$

ومنه $g'(x)=\dfrac{4e^x}{\left(e^x+1\right)^2}-1$

ومنه $g'(x)=\dfrac{-e^{2x}+2e^x-1}{\left(e^x+1\right)^2}$

ومنه $g'(x)=\dfrac{-\left(e^x-1\right)^2}{\left(e^x+1\right)^2}$

ومنه $g'(x)=-\left(\dfrac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$

www.dzexams.com

najah213.com · نجاح 213

ب) دراسة اتجاه تغير $g$

بما ان $g'(x) \prec 0$ فان الدالة $g$ متناقصة تماما على $\square$

حساب $g(0)$

$g(0) = f(0) - (0+1) = 1 - 1$ ومنه $g(0) = 0$

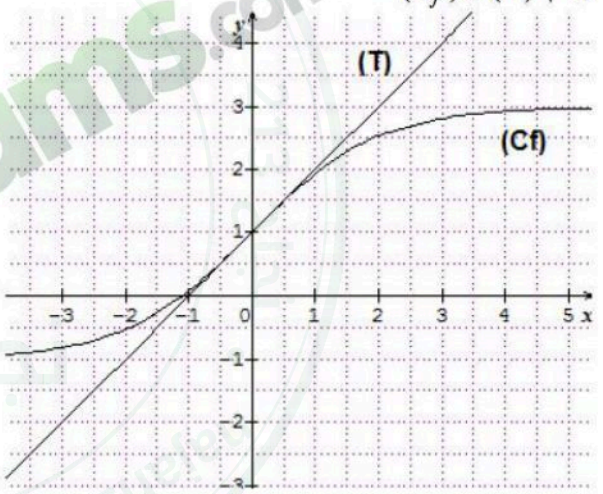
دراسة إشارة $g(x)$

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |

ت) استنتاج وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(T)$

| $x$ | $-\infty$ | $0$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| الوضع النسبي بين $(C_f)$ و $(T)$ | $(C_f)$ يقع فوق $(T)$ | $(C_f)\cap(T)=\{(0;1)\}$ | $(C_f)$ يقع تحت $(T)$ |

ارسم $(T)$ و $(C_f)$




بالتوفيق في البكالوريا إن شاء الله

أستاذ المادة زراوني عمر

الأستاذ عمر زراوني : Fb

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com