najah213.com · نجاح 213

ثانَوِيَّة: نَعَاس حَسَن بِدَار الشيوخ - الجلفة -

المُستَوَى: الأوَّل الثَّانَوِي (علمي).

الفرض المحروس للثُّلاثي الأوَّل في مـــادَّة الرِّياضيّـــات.

نص التَّمرين 1

المُدَّة الزَّمنيَّة : ساعة

◄ بَسِّط الأعداد الآتيَّة (دون اِستعمال الآلة الحاسبة)، ثُمَّ أُذكر أصغر مجموعة ينتمي إليها كل عدد :

$$A = \frac{\sqrt{27}+\sqrt{12}-\sqrt{75}}{2\sqrt{8}+\sqrt{18}-\sqrt{50}} \quad ; \quad B = \frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}{1-\left(\frac{1}{4}\right)^2} \quad ; \quad C = \frac{4\times 75\times 13}{26\times 2^5\times 5^3} \quad ; \quad D = \left(\frac{4^{n+1}+4^n}{2^{2n+1}-2^{2n}}\right)^2$$

نص التَّمرين 2

$I)$ A ; B وَ C أعداد حقيقيَّة، حَيْثُ : $A = 2024$; $B = 1446$ وَ $C = 241$.

1. أَثْبت أَنَّ C عددٌ أَوليٌّ.
2. حَلِّل كلاًّ من A وَ B إلى جداء عوامل أَوَّليّة.
3. أُحسب باستعمال التّحليل كلاًّ من : $PGCD\,(A;B)$ وَ $PPCM\,(A;B)$.

$II)$ نعتبر العدد الحقيقي D المعرّف كما يلي : $D = 125,\underline{457}457\cdots$.

1. أُكْتب العدد D على شكل كسر.
2. أكمل الجدول التَّالي :

العدد	المدوّر إلى 10^{-4}	المدوّر إلى 10^{-2}	الكتابة العلميّة	رتبة المقدار
$0,005736$				

نص التَّمرين 3

◄ n عددٌ طبيعيٌّ غير معدوم.

1. أثبت صحة المساواة : $1-\frac{1}{n}=\frac{n-1}{n}$.
2. بَسِّط الجداء التَّالي :

$$T(n)=\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\cdots\times\left(1-\frac{1}{n}\right)$$

3. أثبت أَنَّ $T\,(100)$ عددٌ عشريٌّ.

وفّقكم الله جميعًا

ثانَوِيَّة : نَعَاس حَسَن بِدَار الشيوخ - الجلفة -. — www.dzexams.com — أُستَاذ المادَّة : جَيُوخ العَرَبي.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

حل التّمرين 01

تَبْسِيط العبارة A : لدينا :

$$\begin{aligned}A &= \frac{\sqrt{27}+\sqrt{12}-\sqrt{75}}{2\sqrt{8}+\sqrt{18}-\sqrt{50}} \\ &= \frac{\sqrt{9\times 3}+\sqrt{4\times 3}-\sqrt{25\times 3}}{2\sqrt{4\times 2}+\sqrt{9\times 2}-\sqrt{25\times 2}} \\ &= \frac{\sqrt{9}\times\sqrt{3}+\sqrt{4}\times\sqrt{3}-\sqrt{25}\times\sqrt{3}}{2\sqrt{4}\times\sqrt{2}+\sqrt{9}\times\sqrt{2}-\sqrt{25}\times\sqrt{2}} \\ &= \frac{3\sqrt{3}+2\sqrt{3}-5\sqrt{3}}{4\sqrt{2}+3\sqrt{2}-5\sqrt{2}} \\ &= \frac{(3+2-5)\sqrt{3}}{(4+3-5)\sqrt{2}} \\ &= \frac{0\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \\ &= 0\end{aligned}$$

بما أنَّ : $0 \in \mathbb{N}$، فإنَّ : $A \in \mathbb{N}$.

تَبْسِيط العبارة B : لدينا :

$$\begin{aligned}B &= \frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}{1-\left(\frac{1}{4}\right)^2} \\ &= \frac{\frac{1\times 3-2\times 1}{2\times 3}}{1-\frac{(1)^2}{(4)^2}} = \frac{\frac{3-2}{6}}{1-\frac{1}{16}} \\ &= \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1\times 16-1\times 1}{1\times 16}} \\ &= \frac{\frac{1}{6}}{\frac{15}{16}} = \frac{1}{6}\times\frac{16}{15} = \frac{8}{45}\end{aligned}$$

بما أنَّ : $\frac{8}{45} \in \mathbb{Q}$، فإنَّ : $B \in \mathbb{Q}$.

تَبْسِيط العبارة C : لدينا :

$$\begin{aligned}C &= \frac{4\times 75\times 13}{26\times 2^5\times 5^3} \\ &= \frac{2^2\times 3\times 5^2\times 13}{2\times 13\times 2^5\times 5^3} \\ &= \frac{2^2\times 3\times 5^2\times 13}{2^6\times 5^3\times 13} \\ &= 2^{2-6}\times 3\times 5^{2-3}\times 13^{1-1} \\ &= 2^{-4}\times 3\times 5^{-1} \\ &= \frac{3}{2^4\times 5}\end{aligned}$$

بما أنَّ : $\frac{3}{2^4\times 5} \in \mathbb{D}$، فإنَّ : $C \in \mathbb{D}$.

تَبْسِيط العبارة D : لدينا :

$$\begin{aligned}D &= \left(\frac{4^{n+1}+4^n}{2^{2n+1}-2^{2n}}\right)^2 \\ &= \left(\frac{(2^2)^{n+1}+(2^2)^n}{2^{2n+1}-2^{2n}}\right)^2 \\ &= \left(\frac{2^{2n+2}+2^{2n}}{2^{2n+1}-2^{2n}}\right)^2 \\ &= \left(\frac{2^{2n}\times 2^2+2^{2n}\times 1}{2^{2n}\times 2-2^{2n}\times 1}\right)^2 \\ &= \left(\frac{2^{2n}(2^2+1)}{2^{2n}(2-1)}\right)^2 \\ &= \left(\frac{5}{1}\right)^2 \\ &= 25\end{aligned}$$

بما أنَّ : $25 \in \mathbb{N}$، فإنَّ : $D \in \mathbb{N}$.

حل التّمرين 02

1 إثْبات أنَّ : 241 عددٌ طبيعيٌّ : بما أنَّ : $\sqrt{241} \approx 15,5241747$. الآن، نختبر إن كان العدد 241 يقبل القسمة على الأعداد الأوّليّة حسب ترتيبها في قائمة الأعداد الأوّليّة الأولى :

13	11	7	5	3	2	هل العدد 142 يقبل القسمة
لا	لا	لا	لا	لا	لا	

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

بهذا نكون قد أثْبتنا أنَّ العدد 241 عددٌ أوليٌّ.

❷ تحليل كلاً من العددين A وَ B :

⊕ تحليل العدد A :

2	2024
2	1012
2	506
11	253
23	23
	1

$A = 2^3 \times 11 \times 23$.

⊕ تحليل العدد A :

2	1446
3	723
241	241
	1

$B = 2 \times 3 \times 241$.

❸ حساب $PGCD\,(A;B)$ وَ $PPCM\,(A;B)$:

⊕ حساب $PGCD\,(A;B)$:

$$PGCD\,(A;B) = PGCD\,(2024;1446) = 2$$

إذن، ينتج لنا : $PGCD\,(A;B) = 2$.

⊕ حساب $PPCM\,(A;B)$:

$$PPCM\,(A;B) = PPCM\,(2024;1446) = 2^3 \times 3 \times 11 \times 23 \times 241 = 1463352$$

إذن، ينتج لنا : $PPCM\,(A;B) = 1463352$.

❶ كتابة العدد D على شكل كسر :

لدينا :

$$D = 125,\underline{457}457\cdots = 125 + 0,\underline{457}457\cdots = 125 + x$$

حَيْثُ : $x = 0,\underline{457}457\cdots$.

لدينا :

$$1000x = 457,\underline{457}457\cdots = 457 + 0,\underline{457}457\cdots = 457 + x$$

وعليه :

$$1000x - x = 457$$
$$999x = 457$$
$$x = \frac{457}{999}$$

وبالتَّالي :

$$D = 125 + x = 125 + \frac{457}{999} = \frac{125 \times 999 + 457}{999} = \frac{125332}{999}$$

إذن : $D = \frac{125332}{999}$.

❷ إكْمال الجدول :

العدد	$0,005736$
المدوّر إلى 10^{-4}	$0,0057$
المدوّر إلى 10^{-2}	$0,01$
الكتابة العلميّة	$5,736 \times 10^{-3}$
رتبة المقدار	6×10^{-3}

حل التّمرين 03

❶ إثبات صحة المساواة $1 - \frac{1}{n} = \frac{n-1}{n}$:

⊕ طريقة أولى :

◄ من أجل كل عددٌ طبيعيٌّ غير معدوم n، لدينا :

$$1 - \frac{1}{n} = \frac{1 \times n - 1 \times 1}{1 \times n} = \frac{n-1}{n}$$

إذن :

$$1 - \frac{1}{n} = \frac{n-1}{n} \quad ; \quad n \in \mathbb{N}^*$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

طريقة ثانيَّة :

◄ من أجل كل عددٌ طبيعيٌّ غير معدوم n، لدينا :

$$\frac{n-1}{n} = \frac{n}{n} - \frac{1}{n}$$
$$= 1 - \frac{1}{n}$$

$$\frac{a-b}{c} = \frac{a}{c} - \frac{b}{c} \quad ; \quad c \neq 0$$

❷ تَبْسِيط الجداء $T(n)$:

◄ من أجل كل عددٌ طبيعيٌّ غير معدوم n، لدينا :

$$T(n) = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \cdots \times \left(1 - \frac{1}{n}\right)$$
$$= \left(\frac{2-1}{2}\right) \times \left(\frac{3-1}{3}\right) \times \cdots \times \left(\frac{n-2}{n-1}\right) \times \left(\frac{n-1}{n}\right)$$
$$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \cdots \times \frac{\cancel{n-2}}{\cancel{n-1}} \times \frac{\cancel{n-1}}{n}$$
$$= \frac{1}{n}$$

إذن : $T(n) = \frac{1}{n} \quad ; \quad n \in \mathbb{N}^*$.

❸ إثبات أنَّ $T(100)$ عددٌ عشريٌّ :

◄ من أجل كل عددٌ طبيعيٌّ غير معدوم n، لدينا :

$$T(n) = \frac{1}{n}$$
$$T(100) = \frac{1}{100} \qquad n = 100$$
$$= \frac{1}{10^2}$$

وهذا ما يُثبت لنا أنَّ : $T(100) \in \mathbb{D}$.

صفحة : أسْرَار الرِّياضيَّات للمستوى الأوَّل الثَّانوي مع الأستاذ : جَيْوَخ العربي.



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com