najah213.com · نجاح 213

**الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية**

**وزارة التربية الوطنية**

**مديرية التربية لولاية الأغواط** — **ثانويات الأغواط المقاطعة -1-**

**الامتحان التجريبي لبكالوريا التعليم الثانوي** — **دورة ماي 2019**

**الشعبة : علوم تجريبية**

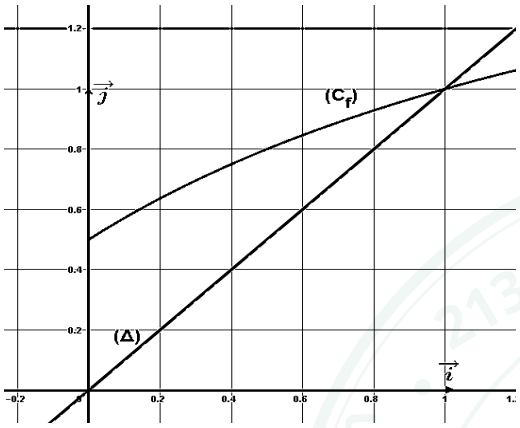
**اختبار في مادة الرياضيات** — **المدة:03 ساعات ونصف**

**على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين**

## الموضوع الأول

### التمرين الأول: (04,5 نقطة)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$، $f$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{2x+1}{x+2}$ ، وليكن $(C_f)$ المنحنى الممثل لها (الشكل المقابل) ، $(\Delta)$ المستقيم ذو المعادلة $y=x$




$I$) أ درس اتجاه تغير الدالة $f$ على المجال $]0;+\infty[$

$II$) $(u_n)$ متتالية معرفة بحدها الأول $u_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_{n+1}=f(u_n)$

1) أ) أعد رسم الشكل في ورقة الإجابة ثم مثل الحدود $u_0,u_1,u_2,u_3$ على محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط الإنشاء ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ وتقاربها.

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n $0\le u_n\le 1$ ،ثم بين أن المتتالية $(u_n)$ متزايدة تماما وماذا تستنتج؟

3) لتكن المتتالية $(v_n)$ المعرفة كمايلي : من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $v_n=\dfrac{1+u_n}{1-u_n}$

أ) أثبت أن المتتالية $(v_n)$ هندسية أساسها 3 ثم عبر عن حدها العام $v_n$ بدلالة $n$ .

ب) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_n=1-\dfrac{2}{v_n+1}$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$ .

4) أحسب بدلالة $n$ المجموعين $S_n=v_0+v_1+v_2+\ldots+v_n$ و $T_n=\dfrac{1}{u_0-1}+\dfrac{1}{u_1-1}+\ldots+\dfrac{1}{u_n-1}$

### التمرين الثاني: (04,5 نقطة ) :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ ، نعتبر $A(1;4;-5)$ ، $B(3;2;-4)$ ، $C(5;4;-3)$ و $D(-2;8;4)$ نقط منه و $(\Delta)$ مستقيما يشمل النقطة $D$ وشعاع توجيهه $\vec{u}(1;5;-1)$

1) بين أن النقط $A$ ، $B$ و $C$ تعين مستويا $(ABC)$ معادلته $x-2z-11=0$

2)أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم $(\Delta)$ ، وتحقق أن النقطة $E(-3;3;5)$ تنتمي اليه .

3)نعتبر $(P)$ المستوي المعرف بتمثيله الوسيطي : $\begin{cases}x=4-2t-3k\\y=-7t+k\\z=-3+5t-4k\end{cases}$ ; $(t;k)\in\mathbb{R}^2$



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

أ) تحقق من أن $x - y - z - 7 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي $(P)$ .

ب) بين أن المستويين $(p)$ و $(ABC)$ يتقاطعان وفق مستقيم (D) يطلب تعيين تمثيله الوسيطي.

ج) تحقق من أن النقطة $F(3;0;-4)$ تنتمي إلى (D)،واستنتج (بدون حساب)مع التبرير المسافة بين Fو المستوي$(P)$.

4 ) أ) عين إحداثيات النقطة $G$ مرجح الجملة $\{(E;2),(F;1)\}$ ، ثم استنتج مع التعليل المسافة بين $G$ والمستقيم$(EF)$.

ب)ماطبيعة المجموعة $(\Gamma)$ مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق $(\overrightarrow{MG} - \overrightarrow{ME}) \perp (\overrightarrow{2ME} + \overrightarrow{MF})$.

**التمرين الثالث: (05 نقاط)**

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ ، نعتبر النقط $A$ ، $B$ و $C$ التي لواحقها على الترتيب : $z_A = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $z_B = iz_A$ و $z_C = \overline{z_A}$

1) أكتب كلا من $z_A$ ، $z_B$ و $z_C$ على الشكل الجبري

2) أ) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول $z$ الآتية: $(E).....\frac{1+i-z}{-1+i-z} = 2e^{i\pi}$

ب) إستنتج أن النقطة $A$ هي صورة النقطة $B$ بالتشابه المباشر $S$ الذي مركزه النقطة $\Omega$ ذات الاحقة $z_\Omega$

( حيث $z_\Omega$ هو حل للمعادلة $(E)$ ) يطلب تعيين عناصره المميزة وكتابة عبارته المركبة .

3) أ ) أوجد مركز ونصف قطر الدائرة $(\gamma)$ المحيطة بالمثلث $ABC$ .

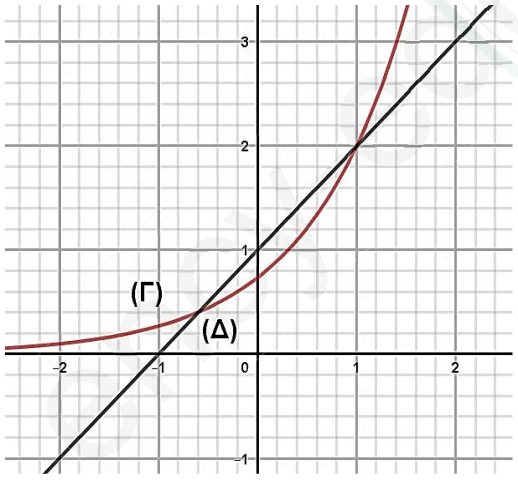
ب) بين أن النقطة $H$ ذات اللاحقة $z_H = -1 + 3i$ هي مركز الدائرة $(\gamma')$ صورة الدائرة $(\gamma)$ بالتحويل $S$ ثم عين معادلة ديكارتية للدائرة $(\gamma')$ .

4)عين قيم العدد الطبيعي $n$ التي من أجلها يكون العدد المركب $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ حقيقيا موجبا تماما.

5) أ) عين $(\Gamma)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي ذات اللاحقة $z$ حيث : $z = z_C - k\frac{z_A}{z_C}$ ، $k$ يمسح $\mathbb{R}_+^*$ .

ب) عين $(\Gamma')$ مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث : $k \in \mathbb{Z}$ ، $arg\left[\left(\frac{z_A - z}{z_B - z}\right)^2\right] = \pi + 2\pi k$ .

**التمرين الرابع:(06نقاط)**




$I$) المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ الوحدة $(cm)$،

$(\Gamma)$ التمثيل البياني للدالة : $x \to 2e^{x-1}$ ، $(\Delta)$ المستقيم ذو المعادلة $y = x + 1$

$\alpha$ و 1 هما فاصلتا نقطتي تقاطع $(\Gamma)$ و $(\Delta)$ حيث : $-0,6 < \alpha < -0,5$

**1)** بقراءة بيانية حدد وضعية المنحنى $(\Gamma)$ بالنسبة لـ $(\Delta)$ على $\mathbb{R}$

**2)** $g$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي $x$ والمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = -2e^{x-1} + x + 1$ ، حدد إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي $x$

$II$) $f$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 2(ex - e - 3) + (x + 2)e^{-x+2}$ ، $(C_f)$ تمثيلها البياني.

**1)** أ) أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ .

**ب)** بين أنه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ : $f'(x) = -g(x)e^{2-x}$



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

**ج)** عين دون حساب $\lim_{h\to 0}\frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

**د)** استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها .

**2)** أ) بين أن المستقيم $(D)$ذو المعادلة $y=2(ex-e-3)$ هو مستقيم مقارب لـ $(C_f)$ عند $+\infty$ ،وأدرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى $(D)$

**ب)** بين أن المنحنى $(C_f)$يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها .

**ج )**بين أن المنحنى $(C_f)$يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها $\beta$ حيث $-1,4<\beta<-1,3$

**3)**أنشئ كلا من $(D)$و $(C_f)$، (نأخذ $f(\alpha)=4,15$)

**4)** أحسب بـ $cm^2$ المساحة A للحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$، $(D)$ والمستقيمين الذين معادلتهما $x=1$ و $x=2$ .

**انتهى الموضوع الأول**

---

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول ( 05 نقاط ) :

نعتبر المتتالية $(u_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة :

$$\begin{cases} u_0=2 \\ u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1 \end{cases}$$

**1-** أحسب الحدود: $u_1$ ، $u_2$ ، $u_3$ ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغيرات المتتالية $(u_n)$

**2-** أ) برهن بالتراجع على أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ فإن : $u_n\leq n+3$

**ب)** أدرس اتجاه تغيرات المتتالية $(u_n)$ .

**ج )** استنتج أن $(u_n)$ محدودة من الأسفل ، هل يمكن القول أن $(u_n)$ متقاربة ؟

**3-** نعتبر المتتالية $(V_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $V_n=u_n-n$

أ) برهن أن $(V_n)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

**ب)** أكتب $V_n$ بدلالة $n$ ، واستنتج عبارة $(u_n)$ بدلالة $n$ ثم أحسب نهاية $(u_n)$ عند $+\infty$

**ج)** أحسب بدلالة $n$ المجموع : $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$

**4-** لتكن المتتالية $(t_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $t_n=\ln(V_n)$

أ) برهن أن $(t_n)$ متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

**ب)-** أحسب بدلالة $n$ المجموع : $A_n=t_0+t_1+\cdots+t_n$ و إستنتج بدلالة $n$ الجداء : $P_n=V_0\times V_1\times\ldots\times V_n$ .

### التمرين الثاني(04 نقاط):

يحتوي صندوق على 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس ،منها سبع كريات بيضاء تحمل الأرقام بـ: 0،0،0،1،2،3،4

و ثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام $-1,3,-4$ ، **نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من الصندوق**

**1 ) أحسب احتمال الحوادث التالية:**

$A$:" الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون "

$B$ :"الحصول على كرة حمراءعلى الأقل تحمل عددا سالبا "

$C$ : "الحصول على ثلاث كريات جداء أرقامها معدوم "

**2) نعيد الصندوق الى وضعيته الأولى ونسحب على التوالي دون ارجاع كريتين من الصندوق .**

أ) أحسب احتمال: $D$:"الحصول على كريتين مختلفتين اللون" ، $E$:"الحصول على كريتين جداء رقميهما عددا سالبا تماما"



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

**ب)** ليكن المتغير العشوائي $X$ الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة.

عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي $X$ واحسب أمله الرياضي $E(X)$

**التمرين الثالث ( 05 نقاط ) :**

I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب $z$ التالية : $(z-2)(z^2+2z+4)=0$

II) نعتبر في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ النقط :

$A$ ، $B$ و $C$ التي لاحقاتها على الترتيب : $z_A=-1+i\sqrt{3}$ ، $z_B=-1-i\sqrt{3}$ ، $z_C=2$

**أ)** بين أن : $\frac{z_B-z_C}{z_A-z_C}=e^{\frac{i\pi}{3}}$ .

**ب)** عين طبيعة المثلث $ABC$ .

**ج)** عين مركز ونصف قطر الدائرة $(C)$ المحيطة بالمثلث $ABC$ ، أرسم $(C)$ .

**1) أ)** عين الطبيعة و العناصر الهندسية للمجموعة $(\Gamma)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي ذات اللاحقة $z$ والتي تحقق $2(z+\bar{z})+z\bar{z}=0$ .

**ب)** تحقق أن النقطتين $A$ و $B$ تنتميان إلى $(\Gamma)$ .

2) ليكن الدوران R الذي مركزه $A$ وزاويته $\frac{\pi}{3}$ .

**أ)** عين صورة $B$ بالدوران R

**ب)** عين $z_D$ لاحقة النقطة $D$ صورة النقطة $C$ بالدوران R ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$ .

**ت)** عين صورة المجموعة $(\Gamma)$ بالدوران R .

**التمرين الرابع ( 06 نقاط)**

المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

*I)* نعتبر الدالة العددية $g$ المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=2-x(1+\ln(2)-\ln(x))$

**1)** أدرس اتجاه تغير الدالة $g$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .

**2)** استنتج حسب قيم $x$ اشارة $g(x)$ .

*II)* نعتبر الدالة $f$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $\begin{cases} f(x)=2-x-xlnx \\ f(0)=2 \end{cases}$

وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

**1) أ)** أحسب : $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(h)-2}{h}$ ، ماذا تستنتج ؟

**ب)** أحسب نهاية الدالة $f(x)$ عند $+\infty$ .

**ج)** أحسب $f'(x)$ مشتق الدالة $f$ على المجال $]0;+\infty[$ ، ثم أدرس إشارته .

**د)** استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها .

**2 ) أ)** أكتب معادلة المماس $(\Delta)$ للمنحنى $(C_f)$ ، عند النقطة ذات الفاصلة 2 .

**ب)** استنتج الوضع النسبي للمنحنى $(C_f)$ والمستقيم $(\Delta)$ .

**3)** أنشئ $(\Delta)$ والمنحنى $(C_f)$ .

**4 )** نعتبر الدالة $h$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $h(x)=x^2lnx$

**أ)** أحسب $h'(x)$ مشتق الدالة $h$ .

**ب)** استنتج دالة اصلية على المجال $]0;+\infty[$ للدالة : $x\to xlnx+\frac{x}{2}$ .

**ج)** $\alpha$ عدد حقيقي حيث $0<\alpha<1$ ، أحسب المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوى المحدد بالمنحنى $(C_f)$ و المستقيمات التي معادلاتها $y=0$ ، $x=\alpha$ ، $x=1$ ثم أحسب $\lim\limits_{\alpha\to 0}A(\alpha)$ واعط تفسيرا لهذه النتيجة .



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com