najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
مؤسسة التربية و التعليم الخاصة
أوبينيا تر
ابتدائي متوسط ثانوي اقامة
رقم الهاتف: 0550 47 22 35 / 023 71 54 63 فاكس: 023 71 54 67
Email: saitameur3@gmail.com

المستوى: الثالثة علوم تجريبية	نوفمبر 2024
فرض الفصل الأول في مادة الرياضيات	المدة : 2 سا

التمرين

I) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = e^x + x + 1$

1) أدرس تغيرات الدالة g .

2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $-1.3 < \alpha < -1.2$

3) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (x+2)(1-e^{-x})$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$

1) احسب نهايات الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f'(x) = g(x)e^{-x}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) عين دون حساب $\lim\limits_{x \to \alpha} \frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

4) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x+2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

5) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ).

ب) تحقق أن معادلة المماس (T) هي: $y = x+2-e$

6) بين أن : $f(\alpha) = \frac{(\alpha+2)^2}{\alpha+1}$ ، ثم أعط حصرا لـ $f(\alpha)$.

7) مثل بيانيا كل من (Δ) ,(T) و (C_f).(تعطى $f(\alpha) = -1.87$)

8) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $\frac{m-2}{x+2} = -e^{-x}$

بالتوفيق.

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التصحيح النموذجي

التمرين 1

I) 1) دراسة تغيرات الدالة g

النهايات: $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$

الدالة المشتقة:

g دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و g' دالتها المشتقة حيث من اجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا: $g'(x) = e^x + 1$

إشارة $g'(x)$: $g'(x) > 0$ لأن $1 > 0$ و $e^x > 0$ و منه g دالة متزايدة تماما على $\mathbb{R}$

جدول التغيرات

x	$-\infty$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

2) نبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $-1.3 < \alpha < -1.2$

g دالة مستمرة و متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ ومنه مستمرة و رتيبة تماما على المجال $[-1.2 ; -1.3]$

لدينا $g(-1.2) = 0.10$; $g(-1.3) = -0.02$ و منه $g(-1.3) \times g(-1.2) < 0$

إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $-1.3 < \alpha < -1.2$

3) استنتاج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

II) 1) النهايات $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

2) نبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f'(x) = g(x)e^{-x}$

f دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و f' دالتها المشتقة حيث من اجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا :

$f'(x) = 1 - e^{-x} + (e^{-x})(x + 2)$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

و منه: $f\,'(x) = g(x)e^{-x}$

3) استنتاج اتجاه تغير الدالة f ثم تشكيل جدول تغيراتها.

- **إشارة $f'(x)$** : من إشارة $g(x)$ لأن $e^{-x} > 0$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	
$f\,'(x)$		$-$	0	$+$	

و منه f دالة متناقصة تماما على المجال $]-\infty\,;\alpha]$ و متزايدة تماما على المجال $[\alpha\,;+\infty[$

- **جدول التغيرات**

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$

3) تعيين دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha} \frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$

$$\lim_{x\to\alpha} \frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha} = f'(\alpha) = g(\alpha)e^{-\alpha} = 0$$

التفسير الهندسي: (C_f) يقبل مماس أفقي عند النقطة ذات الفاصلة α

4) أ) نبين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

لدينا من اجل كل x من $\mathbb{R}$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) - y = \lim_{x\to+\infty} (-xe^{-x} - 2e^{-x}) = 0$$

اذن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

ب) الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

ندرس إشارة الفرق $f(x) - y$:

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

لدينا $f(x) - y = 0$ معناه $-(x+2)e^{-x} = 0$ يكافئ $x+2 = 0$ لأن $e^{-x} \neq 0$ و منه $x = -2$.

إذن إشارة $f(x) - y$ من إشارة $-(x+2)$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x) - y$	+	0	-

- على المجال $]-\infty ; -2[$: (C_f) يقع فوق (Δ)
- على المجال $]-2 ; +\infty[$; (C_f) يقع تحت (Δ)

$(C_f) \cap (\Delta) = A(-2;0)\}$

5) أ) نبين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ).

حل المعادلة $f'(x) = 1$ و منه $e^{-x}(e^x + x + 1) = 1$ اي $e^x + x + 1 = e^x$ و عليه $x + 1 = 0$

اذن $x = -1$

اذن يوجد مماسا (T) يوازي (Δ) عند النقطة ذات الفاصلة -1

ب) التحقق أن معادلة المماس (T) هي: $y = x+2-e$

لدينا $f'(-1) = 1$ و $f(2) = 1-e$ اذن : $(T): y = x + 2 - e$

6) نبين أن : $f(\alpha) = \frac{(\alpha+2)^2}{\alpha+1}$

لدينا : $f(\alpha) = (\alpha + 2)(1 - e^{-\alpha})$ ... $(*)$

و لدينا مما سبق: $g(\alpha) = 0$ و منه $e^{\alpha} = -(\alpha + 1)$ أي $e^{-\alpha} = \frac{-1}{\alpha+1}$

بالتعويض في $(*)$ نجد : $f(\alpha) = \frac{(\alpha+2)^2}{\alpha+1}$

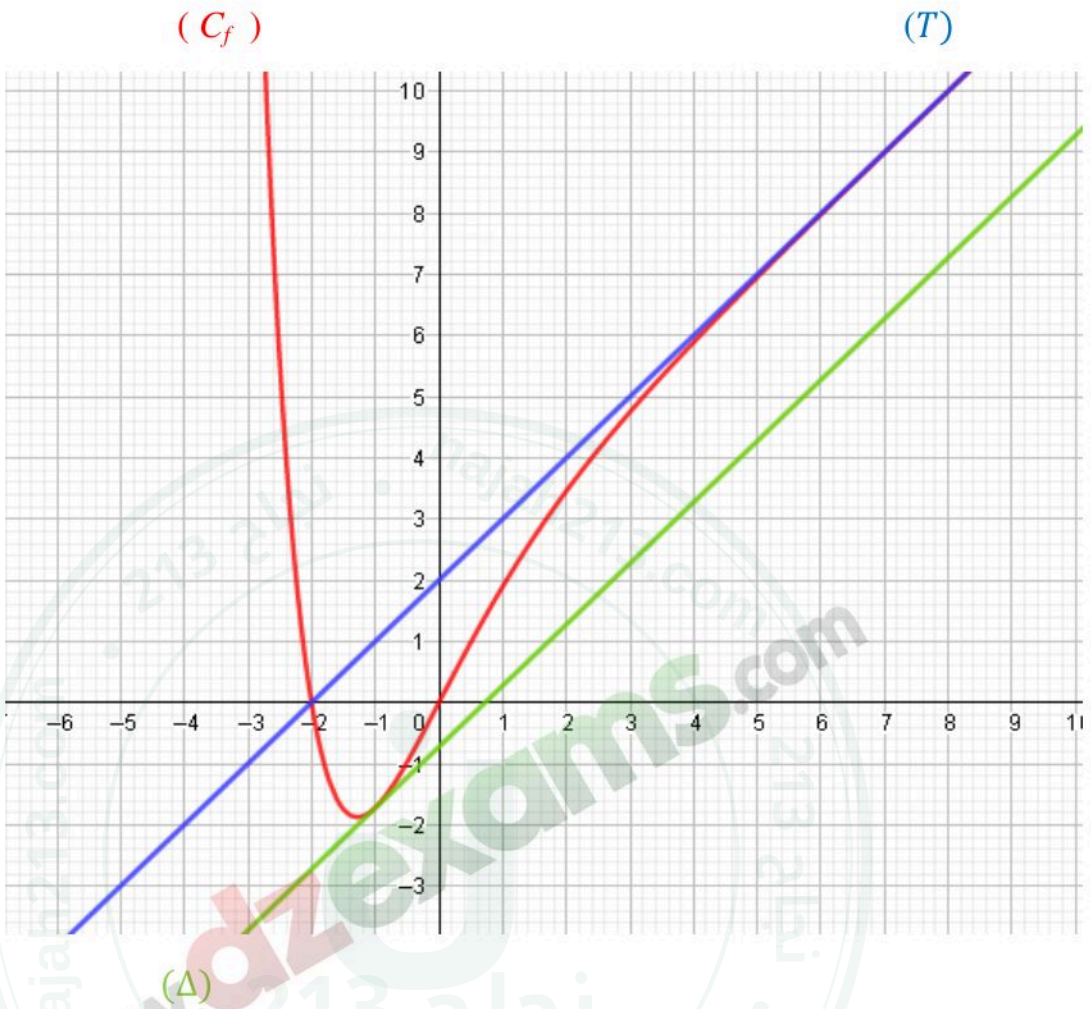
حصر $f(\alpha)$: $-1.97 < f(\alpha) < -1.85$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

7) التمثيل بيانيا كل من (Δ) ,(T) و (C_f). (تعطى $f(\alpha) = -1.87$)



8) المناقشة بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $\frac{m-2}{x+2} = -e^{-x}$

لدينا $\frac{m-2}{x+2} = -e^{-x}$ و منه $f(x) = x+m$

إذن حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع (f) و المستقيم (Δ_m) ذو المعادلة $y = x+m$

- لما $m \in]-\infty; 2-e[$ فإن المعادلة لا تقبل حلول
- لما $m = 2-e$ فإن المعادلة تقبل حل وحيد
- لما $m \in]2-e; 2[$ فإن المعادلة تقبل حلين مختلفين
- لما $m \in]2; +\infty[$ المعادلة تقبل حل وحيد

www.dzexams.com