najah213.com · نجاح 213

Walid.L

LaTeX4 ALL

سلسلة تمارين

2

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$$

# مادة الرياضيات

# الإحتمالات

## تمارين وحلول مفصلة

السنة الثانية ثانوي
شعبة علوم تجريبية

$$V(X) = \sum_{i=1}^{n} \left( x_i - E(X) \right)^2 p_i$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

# المحتويات


باب 1 تمارين حول الاحتمالات ـــــ صفحة 3

1.1 التمارين 3

باب 2 حلول التمارين ـــــ صفحة 13

1.2 الحلـول 13




فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

# 1 تمارين حول الإحتمالات

## 1.1 التمارين

**التمرين رقم (1):** نفرض أن احتمال ميلاد ذكر واحتمال ميلاد أنثى في عائلة ما متساويين .
ما احتمل أن يكون في عائلة ذات 4 أفراد.

① البكر هو الذكر (المولود الأول) .

② عدد الإناث يساوي عدد الذكور.

③ يوجد إناث فقط.

الحل موجود في الصفحة 13

**التمرين رقم (2):** اجري تحقيق في أقسام إحدى الثانويات فأعطى النتائج التالية:

**20%** من تلاميذ الثانوية يمارسون كرة اليد .

**60%** من تلاميذ الثانوية يمارسون كرة الطائرة .

**15%** من تلاميذ الثانوية يمارسون كرة اليد و كرة الطائرة معا .

سأل عشوائيا تلميذ من هذه الثانوية ما احتمال أن يكون :

① هذا التلميذ يمارس كرة اليد أو كرة الطائرة .

② هذا التلميذ لا يمارس كرة اليد ولا يمارس كرة الطائرة.

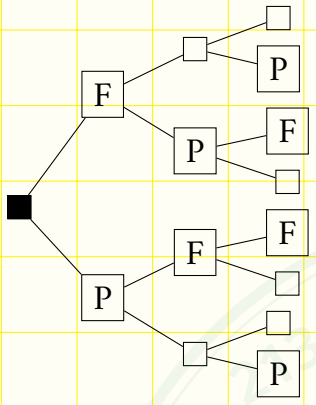
الحل موجود في الصفحة 14

# تمارين حول الاحتمالات

**التمرين رقم (3):** نرمي ثلاث مرات متتالية لقطعة نقدية نسمي "سحب" النتيجة المحصل عليها مثلا وجه ،وجه ،ظهر ونكتب "FFP".

① أكمل الشجرة وأعط عدد السحبات الممكنة.

② نفرض أن هذه السحبات متساوية الاحتمال.




أ ) ما هو احتمال الحصول على الوجه "F" في الرمية الثانية.

ب ) نرفق بكل سحبة :

- **20** نقطة للظهر "P" .
- **10** نقطة للوجه "F" .

نرمز بـ : $X$ لمجموع النقط المحصل عليها

- أعط قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضي.

الحل موجود في الصفحة 14

najah213.com · نجاح 213

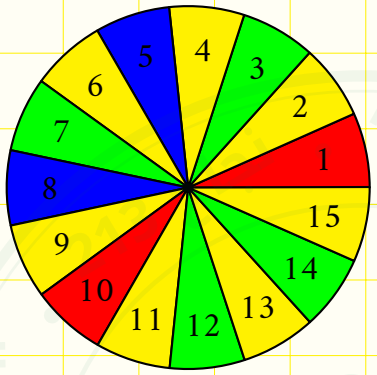
# تمارين حول الاحتمالات

**التمرين رقم (4):** نعتبر علبة مجزئة (مقسمة)الى 15 قطاع الزاوي مرقمة من 1 إلى 15 و ملونة بألوان مختلفة (كما في الشكل المقابل) التجربة العشوائية تتمثل في تحريك العجلة والتي تتوقف عند أحد القطاعات الـ 15 ، حيث نسجل الرقم التي تتوقف عنده العجلة.

- مجموعة الإمكانيات هي :

$$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15\}$$

① أحسب احتمال الحوادث الآتية:




A : " الرقم المحصل عليه من مضاعفات 5 ".

B : " الرقم ليس مضاف 5 ".

C : " الرقم زوجي واصغرمن 11 ".

D : $A \cup B$ و $A \cap B$.

② الجزءان 1 و 10 ملونة بالأحمر الجزءان 5 و 8 ملونة بالأزرق الاجزاء 3 و 7 و 12 و 14 باللون الأخضر والباقي باللون الأصفر نعرف المتغير العشوائي $X$ يرفق باللون الأزرق العدد "100" اللون الأحمر العدد "30" واللون الأخضر العدد "10" أما اللون الأصفر العدد "0" نفرض أن الأعداد $0,10,30,100$ هي الأرباح بالدينار.

- ماهو الربح المتوسط في كل مرة.

الحل موجود في الصفحة 15



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

# تمارين حول الإحتمالات

**التمرين رقم (5):** نرمي قطعة نقدية غير مزيفة ذات وجه $F$ وظهر $P$ ، نرمي القطعة أربع مرات متتالية ونعتبر الحوادث التالية :

A : "الحصول على أربع أوجه أي $F$"

B : "الحصول على وجهين وظهرين"

C : "الحصول على ثلاث أوجه وظهر"

1) قم بانشاء شجرة الإحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية .

2) اعط عدد الحالات الممكنة.

3) احسب احتمال $A$ ، $B$ و $C$.

الحل موجود في الصفحة 16

**التمرين رقم (6):** نرمي قطعة نقدية غير مزيفة ثلاث مرات متتابعة.

ليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل 3 رميات متتابعة عدد الاوجه الظاهرة "$F$".

1) اعط عدد الحالات الممكنة.

2) اعط مجموعة قيم $X$.

3) عين قانون الاحتمال للمتغير $X$.

4) احسب الامل الرياضي للمتغير $X$ .

5) احسب التبيان والانحراف المعياري للمتغير $X$ .

الحل موجود في الصفحة 16

# تمارين حول الاحتمالات

**التمرين رقم (7):**

نرمي زهر نرد ،أوجهه الست تحمل الارقام من 1 إلى ،6 هذا النرد مزيف بحيث احتمال ظهور كل وجه معطاة كما يلي :

$$P(6)=0.05, P(5)=0.3, P(4)=0.15, P(3)=0.25, P(2)=0.13, P(1)=0.12$$

1. احسب احتمال الحادثة $A$ :"ظهور رقم زوجي".
2. احسب احتمال الحادثة $B$ :"ظهور رقم فردي".
3. احسب احتمال الحادثة $C$ :"ظهور رقم أولي".
4. احسب احتمال الحادثة $D$ :"ظهور رقم مضاعف للعدد 3".

الحل موجود في الصفحة 16

**التمرين رقم (8):** يحوي كيس 15 كرية مرقمة من 1 إلى 15 . نسحب عشوائيا كريّة واحدة و نسجل رقمها.

1. عين المجموعة الشاملة $\Omega$.
2. عين الحادثة $A$ : "الحصول على رقم مضاعف للعدد 5"
3. عين الحادثة $B$ : "الحصول على رقم مضاعف للعدد 3"
4. عين الحوادث $A\cap B$ ، $A\cup B$ ، $\overline{A}$ و $\overline{B}$ ثم استنتج الحادثين $\overline{A}\cap\overline{B}$ و $\overline{A\cap B}$.
حيث $\overline{A}$ و $\overline{B}$ و $\overline{A\cap B}$ هي الحوادث العكسية للحوادث $A$ و $B$ و $A\cap B$ على الترتيب.

الحل موجود في الصفحة 16

**التمرين رقم (9):** اليك قانون الاحتمال التالي :

| $x_i$ | $-6$ | $-5$ | $-4$ | $4$ | $5$ | $8$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $P_i$ | $0.1$ | $0.2$ | $0.05$ | $0.4$ | $0.05$ | $0.2$ |

1. احسب الأمل الرياضي.
2. احسب التباين والانحراف المعياري.

الحل موجود في الصفحة 16



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

# تمارين حول الاحتمالات

**التمرين رقم (10):** كيسين $A$ و $B$ حيث $A$ يحتوي على ثلاث كرات مرقمة من 1 إلى 3 و $B$ يحتوي على ثلاث كرات مرقمة 2 ، 3 ، 4 نسحب من $A$ كرة ، ومن $B$ كرة.

1) $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب من $A$ و $B$ مجموع الرقمين المحصل عليهما.

• عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي $X$ ثم احسب : $E(X)$ ، $V(X)$ و $\sigma(X)$.

2) الاعداد المكتوبة على الكرات نضاعفها خمس مرات ونقوم بنفس السحب السابق ، $Y$ هو المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب من $A$ و $B$ مجموع الرقمين المحصل عليهما.

• عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي $Y$ .

• بين أن : $\sigma(Y)=5\sigma(X)$ و $E(Y)=5E(X)$ .

الحل موجود في الصفحة 16

**التمرين رقم (11):** نرمي قطعة نقود متوازنة ثلاث مرات متتالية.

1. أنشئ مخططا يوضح كل الحالات .

2. احسب احتمال كل من الحوادث التالية :

A: "الحصول 3 مرات على الظهر".

B: "الحصول مرة واحدة على الاكثر على الظهر".

C: "الحصول مرة واحدة على الاقل على الظهر".

الحل موجود في الصفحة 16



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

# تمارين حول الاحتمالات

**التمرين رقم (12):** في حظيرة للسيارات توجد **200** سيارة ، **20** منها لها عطب في المحرك و **40** منها لها عطب في العجلات و **10** منها فيها العُطبين.
نختار عشوائيا سيارة من هذه الحظيرة.

A: هي الحادثة " سيارة فيها عطب في المحرك".

B: هي الحادثة " سيارة فيها عطب في العجلات".

1) ما هو احتمال ان السيارة فيها على الاقل واحد من العطبين.

2) ما هو احتمال ان السيارة لا يوجد فيها أي عطب.

الحل موجود في الصفحة 16

**التمرين رقم (13):** نرد أبيض غير مزيف يحمل الأرقام **1,1,2,2,2,3**. ونرد أحمر غير مزيف يحمل الأرقام **1,2,3,3,3,4**.
نرمي النردين في آن واحد وليكن المتغير العشوائي $X$ الذي يرفق بنتيجة كل رمي :

- العدد **1**- إذا كان الرقمان زوجيين.
- العدد الأكبر إذا كان الرقمان فرديين.
- العدد الأصغر إذا كان أحد الرقمين زوجي والآخر فردي.

1) عين قيم المتغير العشوائي $X$.

2) عين قانون الاحتمال للمتغير $X$.

3) أحسب الأمل الرياضياتي والتباين للمتغير $X$.

الحل موجود في الصفحة 16

najah213.com · نجاح 213

# تمارين حول الاحتمالات

**التمرين رقم (14):** كيس يحتوي على كرتين حمراوتين ، كرة بيضاء وثلاث كرات سوداء. نسحب عشوائيا كرتين على التوالي بدون ارجاع ،ونعتبر المتغير العشوائي $X$ الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات السوداء المسحوبة.

1) مثل النتائج باستعمال جدول.

2) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي $X$ ،ثم أحسب أمله الرياضياتي.

3) أحسب التباين للمتغير العشوائي $X$.

الحل موجود في الصفحة 17

**التمرين رقم (15):** في إحدى الدراسات الخاصة بالطلبة الجامعيين وبلد معين وجدنا **30%** يملكون كمبيوتر خاص من بينهم **18%** يملكون سيارة و **25%** من الطلبة لا يملكون سيارات. نختار عشوائيا طالب ونسمي الحوادث:

A: الحادثة "الطالب يملك سيارة".

B: الحادثة "الطالب يملك كمبيوتر".

**1)** استعمل شجرة الاحتمالات و أحسب: $P(\bar{A})$، $P_B(A)$.

**2)** أحسب احتمال الحوادث التالية:

ا) "الطالب يملك كمبيوتر وسيارة".

ب) "الطالب يملك كمبيوتر ولا يملك سيارة".

ج) "الطالب لا يملك كمبيوتر ويملك سيارة".

د) "الطالب لا يملك كمبيوتر ولا يملك سيارة".

**3)** نختار ثلاث طلبة:

ا) ما احتمال ان يكون الطلبة الثلاثة يملكون كمبيوتر.

ب) ما احتمال أن يكون طالب على الأقل يملك جهاز كمبيوتر.

الحل موجود في الصفحة 18



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

# تمارين حول الاحتمالات

**التمرين رقم (16):** في دراسة خاصة لحالة السيارات في مدينة معينة، تبين أن **12%** من السيارات ذات المكابح الضعيفة، ومن بين السيارات ذات المكابح الضعيفة هناك **20%** منها لها إضاءة ضعيفة. ومن بين السيارات ذات المكابح القوية هناك **8%** منها لديها إضاءة ضعيفة. لسلامة الطرقات، طلب من شرطة المرور تكثيف مراقبة السيارات نعرف الحوادث التالية:

A: السيارات الموقوفة من طرف الشرطة لها إضاءة قوية.

B: السيارات الموقوفة من طرف الشرطة لها مكابح قوية.

**1)** أحسب: $P(B)$، $P_{\overline{B}}(\overline{A})$، $P_B(\overline{A})$.

**2)** أحسب احتمال أن تكون السيارة الموقوفة ذات مكابح ضعيفة وإضاءة ضعيفة أيضا.

**3)** أحسب احتمال أن تكون السيارة الموقوفة ذات مكابح قوية وإضاءة ضعيفة أيضا.

**4)** استنتج احتمال أن تكون السيارة الموقوفة ذات إضاءة ضعيفة.

**5)** علما أن السيارة المراقبة لها إضاءة ضعيفة ما هو احتمال أن تكون ذات مكابح ضعيفة.

**6)** برهن أن احتمال توقيف سيارة في حالة جيدة (مكابح قوية وإضاءة قوية) هو **0.8096**.

الحل موجود في الصفحة 19

**التمرين رقم (17):** يتكون قسم من **25%** بنات و **75%** ذكور. نفرض أن **60%** من البنات و **30%** من الأولاد هم تلاميذ جيدون.

نأخذ عشوائيا تلميذا من القسم، ما هو احتمال الحوادث التالية:

A: أن يكون التلميذ بنتا.

B: أن يكون التلميذ ولدا.

C: أن يكون التلميذ جيدا.

D: أن يكون التلميذ بنتا علما أنها عنصرا جيد.

الحل موجود في الصفحة 20

najah213.com · نجاح 213

# تمارين حول الاحتمالات

**التمرين رقم (18):** يضم كيس ثلاث كرات بيضاء وكرتين حمراوين. نسحب عشوائيا عددا من الكرات على التوالي بدون إرجاع.
نعتبر الحوادث التالية:

M: الكرتان مختلفتا اللون.

N: كرة على الأكثر حمراء.

1) إذا كان عدد الكرات المسحوبة اثنان، هل الحادثتان M و N مستقلتان.

2) إذا كان عدد الكرات المسحوبة ثلاثة، هل الحادثتان M و N مستقلتان.

الحل موجود في الصفحة 20

**التمرين رقم (19):** يتكون مصنع لإنتاج الثلاجات من 3 أقسام حيث نساهم بـ 30%، 60% ، 10% على الترتيب في الانتاج الكلي للمصنع واحتمالات أن تكون الثلاجة صالحة للاستعمال علما أنها صنعت في القسم $C_1$ هو 0.75، الثلاجة صالحة للاستعمال علما أنها صنعت في القسم $C_2$ هو 0.85، الثلاجة صالحة للاستعمال علما أنها صنعت في القسم $C_3$ هو 0.90.

- ما هو احتمال أن تكون الثلاجة المصنوعة في هذا المصنع صالحة للاستعمال؟

الحل موجود في الصفحة 21



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213



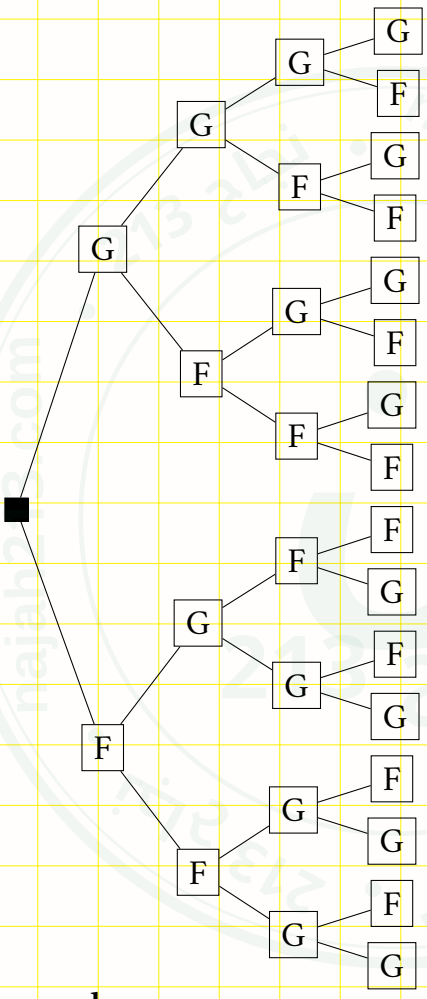
# 1.2 الحلول

## حل التمرين رقم (1) الموجود في الصفحة 3:

ليكن F الحادثة " ميلاد أنثى " و الحادثة G " ميلاد ذكر " بما أن احتمال ميلاد بنت تساوي احتمال ذكر إذن : $P(F) = P(G) = \frac{1}{2}$.

ممكن تمثيل هذه الوضعية بشجرة :

اذا كان البكر هو الذكر:




إذا كان البكر هو الانثى:

كل "طريق" يمثل إمكانية أو مخرج (يوجد 16 إمكانية متساوية الاحتمال $\frac{1}{16}$)

1. لتكن الحادثة A " البكر هو ذكر " : $P(A) = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$.
2. لتكن B " عدد الإناث يساوي عدد الذكور " : $P(B) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

# حلول التمارين

## حل التمرين رقم (2) الموجود في الصفحة 3:

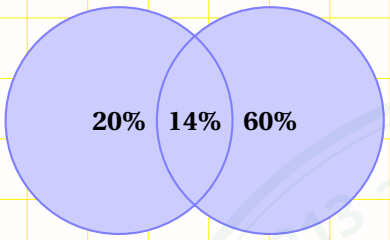
لنمثل الوضعية بالمجموعات :

A " مجموعة التلاميذ الذين يمارسون كرة اليد " .

B " مجموعة التلاميذ الذين يمارسون كرة الطائرة " .

C " مجموعة التلاميذ الذين يمارسون كرة اليد أوالطائرة ".

D " مجموعة التلاميذ لا يمارسون كرة اليد ولا يمارسون كرة الطائرة ".




لدينا : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

$p(A) = 0.2$ و $P(B) = 0.6$ و $P(A \cap B) = 0.15$.

إذن: $P(A \cup B) = 0.2 + 0.6 - 0.15 = 0.65$ ومنه :

$P(C) = 0.65$.

$P(D) = \overline{P(C)} = 1 - P(C) = 1 - 0.65 = 0.35$

## حل التمرين رقم (3) الموجود في الصفحة 4:

1) تكملة الشجرة :

عدد الحالات هو : 08.

2) أ) حساب احتمال ظهور الظهر "F" في الرمية الثانية :

$P(A) = \frac{4}{8} = 0.5$.

ب)

$P \longrightarrow 20$

$F \longrightarrow 10$

- مجموعة قيم المتغير العشوائي $X$ هي : $\{30, 40, 50, 60\}$.
- قانون الاحتمال للمتغير العشوائي :

| $X$ | 30 | 40 | 50 | 60 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X = x_i)$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{1}{8}$ |



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

# حلول التمارين

$P(X=30)$ "احتمال الحصول علي $F$ ثلاث مرات".

$P(X=40)$ "احتمال الحصول $F$ علي مرتين".

$P(X=50)$ "احتمال الحصول $F$ مرة واحدة فقط".

$P(X=60)$ "احتمال الحصول $P$ علي ثلاث مرات".

الأمل الرياضي:

$$E(x)=\frac{1}{8}\times 30+\frac{3}{8}\times 40+\frac{3}{8}\times 50+\frac{1}{8}\times 60=45$$

## حل التمرين رقم (4) الموجود في الصفحة 5:

1) حساب احتمال الحوادث الآتية:

A : " الرقم المحصل عليه من مضاعفات 5 " : $A=\{5;10;15\}$ إذن : $P(A)=\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$.

B : " الرقم ليس مضاف 5 " : $P(B)=\overline{P(A)}=1-P(A)=1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$.

C : " الرقم زوجي واصغر من 11 " : $C=\{2;4;6;8;10\}$ إذن : $P(C)=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$

D : -احتمال الحصول علي الحادثة $A\cap B$ : $A\cap B=\{10\}$ إذن: $p(A\cap B)=\frac{1}{15}$.

-احتمال الحصول علي الحادثة $A\cup B$ :

$$A\cup B=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$
$$=\frac{1}{5}+\frac{1}{3}-\frac{1}{15}$$
$$=\frac{7}{15}$$

2) الربح المتوسط هو الأمل الرياضي:
وقانون الاحتمال للمتغير العشوائي $X$ :

| $X=x_i$ | 0 | 10 | 30 | 100 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=x_i)$ | $\frac{7}{15}$ | $\frac{4}{15}$ | $\frac{2}{15}$ | $\frac{2}{15}$ |

$$E(x)=0\times\frac{7}{15}+10\times\frac{4}{15}+30\times\frac{2}{15}+100\times\frac{2}{15}$$
$$=\frac{300}{15}=20$$



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

# حلول التمارين

**حل التمرين رقم (5) الموجود في الصفحة 6:**

**حل التمرين رقم (6) الموجود في الصفحة 6:**

**حل التمرين رقم (7) الموجود في الصفحة 7:**

.....

**حل التمرين رقم (8) الموجود في الصفحة 7:**

.....

**حل التمرين رقم (9) الموجود في الصفحة 7:**

...

**حل التمرين رقم (10) الموجود في الصفحة 8:**

..

**حل التمرين رقم (11) الموجود في الصفحة 8:**

**حل التمرين رقم (12) الموجود في الصفحة 9:**

**حل التمرين رقم (13) الموجود في الصفحة 9:**

1) تعيين قيم المتغير العشوائي $X$ :

عدد الحالات الممكنة للنرد الأبيض هو 6 وعدد الحالات الممكنة للنرد الأحمر هو 6 ومنه عدد عناصر المجموعة الشاملة $\Omega$ هو $6 \times 6 = 36$ والتي هي عبارة عن ثنائيات $(a,b)$ حيث $a$ هو الرقم الظاهر على النرد الأبيض و $b$ الرقم الظاهر على النرد الأحمر . وعليه جميع الثنائيات

najah213.com · نجاح 213

# حلول التمارين

الممكنة هي :

$$(1,1),(1,2),(1,3),(1,3),(1,3),(1,4),(1,1),(1,2),(1,3),(1,3),(1,3),(1,4),$$
$$(2,1),(2,2),(2,3),(2,3),(2,3),(2,4),(2,1),(2,2),(2,3),(2,3),(2,3),(2,4),$$
$$(2,1),(2,2),(2,3),(2,3),(2,3),(2,4),(3,1),(3,2),(3,3),(3,3),(3,3),(3,4)$$

وعليه نستنتج أن مجموعة قيم المتغير العشوائي $X$ هي : $I=\{-1,1,2,3\}$.

2) تعيين قانون الاحتمال للمتغير $X$ :

لدينا :

$$P(X=-1)=\frac{6}{36}\,;\,P(X=1)=\frac{7}{36}\,;\,P(X=2)=\frac{10}{36}\,;\,P(x=3)=\frac{13}{36}$$

وعليه قانون الاحتمال معطى في الجدول التالي :

| $x_i$ | $-1$ | $1$ | $2$ | $3$ |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=x_i)$ | $\frac{6}{36}$ | $\frac{9}{36}$ | $\frac{10}{36}$ | $\frac{11}{36}$ |

3) حساب الأمل الرياضياتي والتباين :

- الأمل الرياضياتي هو $E(x)$ حيث :

$$E(x)=(-1)\times\frac{6}{36}+1\times\frac{9}{36}+2\times\frac{10}{36}+3\times\frac{11}{36}=\frac{14}{9}\simeq 1.55$$

- التباين هو $V(x)$ حيث :

$$V(x)=(-1-\frac{14}{9})^2\times\frac{6}{36}+(1-\frac{14}{9})^2\times\frac{9}{36}+(2-\frac{14}{9})^2\times\frac{10}{36}+(3-\frac{14}{9})^2\times\frac{11}{36}$$

ومنه : $V(x)=\frac{5418}{2916}=1.85$.

## حل التمرين رقم (14) الموجود في الصفحة 10:

1) تمثيل النتائج باستعمال جدول :

نرمز بـ $R_1$ ، $R_2$ للكرتين الحمراوتين و بـ $N_1$ ، $N_2$ ، $N_3$ للكرات الثلاثة السوداء و بـ $B_1$ للكرة البيضاء.

الجدول التالي يعطي عدد الكرات السوداء المسحوبة.



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

# حلول التمارين

| السحبة الأولى / السحبة الثانية | $R_1$ | $R_2$ | $B_1$ | $N_1$ | $N_2$ | $N_3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $R_1$ | | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| $R_2$ | 0 | | 0 | 1 | 1 | 1 |
| $B_1$ | 0 | 0 | | 1 | 1 | 1 |
| $N_1$ | 1 | 1 | 1 | | 2 | 2 |
| $N_2$ | 1 | 1 | 1 | 2 | | 2 |
| $N_3$ | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | |

2) • تعيين قانون الإحتمال :

من الجدول السابق لدينا : قيم المتغير العشوائي $X$ هي المجموعة $I = \{0,1,2\}$ .

ولدينا : $P(X=0) = \frac{6}{30}$ ، $P(X=1) = \frac{18}{30}$ ، $P(X=2) = \frac{6}{30}$

ومنه قانون الاحتمال للمتغير العشوائي $X$ مدون في الجدول التالي :

| $x_i$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $P(X=x_i)$ | $\frac{6}{30}$ | $\frac{18}{30}$ | $\frac{6}{30}$ |

• الأمل الرياضياتي للمتغير $X$ هو $E(X)$ حيث:

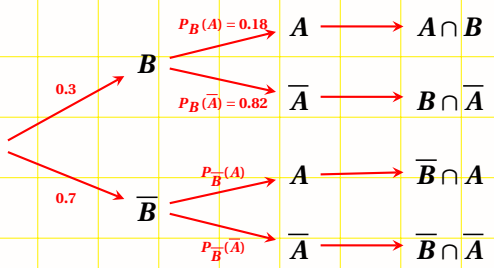
$$E(X) = 0 \times \frac{6}{30} + 1 \times \frac{18}{30} + 2 \times \frac{6}{30} = \frac{30}{30} = 1$$

3) حساب التباين للمتغير $X$ :

$$V(X) = (0-1)^2 \times \frac{6}{30} + (1-1)^2 \times \frac{18}{30} + (2-1)^2 \times \frac{6}{30} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5} = 0.4$$

## حل التمرين رقم (15) الموجود في الصفحة 10:

1) شجرة الإحتمالات :






فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

# حلول التمارين

2) ا) احتمال الحادثة "الطالب يملك كمبيوتر و سيارة" أي $P(A\cap B)$:

$$P(A\cap B)=P_B(A)\times P(B)=0.18\times 0.3=0.054$$

ب) احتمال أن يملك الطالب كمبيوتر ولا يملك سيارة" أي $P(\overline{A}\cap B)$:

$$P(\overline{A}\cap B)=P_B(\overline{A})\times P(B)=0.82\times 0.3=0.246$$

ج) احتمال الحادثة "الطالب لا يملك كمبيوتر ولا سيارة" أي $P(\overline{A}\cap\overline{B})$:

$$P(\overline{A})=0.25$$

$$\overline{A}=(\overline{A}\cap B)\cup(\overline{A}\cap\overline{B})$$

باستعمال دستور الاحتمالات الكلية :

$$P(\overline{A})=P(\overline{A}\cap B)+P(\overline{A}\cap\overline{B})$$

$$P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A})-P(\overline{A}\cap B)=0.25-0.246=0.004$$

3) نختار ثلاثة طلبة: اختيار الأول مستقل عن اختيار الثاني فنحصل على ثلاثية من الطلبة .

- نرمز بـ $C$ إلى الحادثة " الطلبة الثلاثة يملكون كمبيوتر " :

$$P(C)=P(B)\times P(B)\times P(B)=(0.3)^3=0.027$$

- نرمز بـ $K$ إلى الحادثة " أن يكون طالب على الأقل يملك كمبيوتر"، نستعمل الحادثة المعاكسة للحادثة $K$
$\overline{K}$ "الطلبة الثلاثة لا يملكون كمبيوتر"

$$P(\overline{K})=P(\overline{B})\times P(\overline{B})\times P(\overline{B})=(0.7)^3$$

$$P(K)=1-P(\overline{K})=1-(0.7)^3=0.657$$

## حل التمرين رقم (16) الموجود في الصفحة 11:

لنمثل النسب المئوية على شكل شجرة :

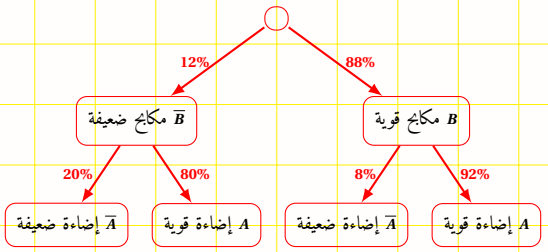


فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

# حلول التمارين




1) $P(B) = 0.88$

2) $P_{\overline{B}}(\overline{A}) = \dfrac{P(\overline{A} \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \dfrac{P(\overline{A}) \cdot P(\overline{B})}{P(\overline{B})} = \dfrac{1}{5}$

3) $P_B(\overline{A}) = \dfrac{P(P_B(\overline{A}) \cap B)}{P(B)} = \dfrac{\frac{88}{100} \cdot \frac{8}{100}}{\frac{88}{100}} = \dfrac{2}{25}$

4) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = \dfrac{12}{100} \cdot \dfrac{20}{100} = \dfrac{3}{125}$

5) $P(\overline{A} \cap B) = \dfrac{88}{100} \times \dfrac{8}{100} = \dfrac{44}{625}$

6) $P(\overline{A}) = P(\overline{A} \cap \overline{B}) + P(\overline{A} \cap B) = \dfrac{3}{125} + \dfrac{44}{625} = \dfrac{59}{625}$

7) $P_{\overline{A}}(\overline{B}) = \dfrac{P(\overline{A} \cap \overline{B})}{P(\overline{A})} = \dfrac{\frac{3}{125}}{59} = \dfrac{15}{59}$

8) $P(A \cap B) = \dfrac{88}{100} \times \dfrac{92}{100} = 0.8096$

## حل التمرين رقم (17) الموجود في الصفحة 11:

1) $P(A) = 25\% = \dfrac{1}{4}$

2) $P(B) = 75\% = \dfrac{3}{4}$

3) $P(C) = P(A \cap C) + P(B \cap C) = \dfrac{25}{100} \times \dfrac{60}{100} + \dfrac{75}{100} \times \dfrac{30}{100} = \dfrac{3}{8}$

4) $P_C(A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(C)} = \dfrac{\frac{25}{100} \cdot \frac{60}{100}}{\frac{3}{8}} = \dfrac{1}{4} \times \dfrac{3}{5} \times \dfrac{8}{3} = \dfrac{24}{60}$ إذن : $P(D) = P_C(A) = \dfrac{2}{5}$.

## حل التمرين رقم (18) الموجود في الصفحة 12:

نرمز للكرة البيضاء بالرمز $B$ و للحمراء بـ $R$ .

$$E = \{(B,B),(B,R),(R,B),(R,R)\}$$



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

# حلول التمارين

1) $P(N)=\frac{3}{4}$ ، $P(M)=\frac{2}{4}$ لدينا : $P(M)\times P(N)=\frac{2}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{6}$ ، $M\cap N=\{(B,R),(R,B)\}$

إذن : $P(M\cap N)=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ ، نلاحظ: $P(M\cap N)\neq P(M)\times P(N)$ ، ومنه $M$ و $N$ غير مستقلتين.

2) نفرض أن عدد الكرات المسحوبة ثلاثة ،اذن مجموعة النتائج هي :

$$E=\{(B,B,B),(B,B,R),(B,R,B),(R,B,B),(B,R,R),(R,B,R)(R,R,B),(R,R,R)\}$$

$P(M)\times P(N)=\frac{3}{8}$ ، $P(N)=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$ ، $P(M)=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$

$M\cap N=\{(B,B,R),(B,R,B),(R,B,B)\}$ ، $P(M\cap N)=\frac{3}{8}$.

نلاحظ أن $P(M\cap N)=P(M)\times P(N)$ إذن $M$ و $N$ حادثتان مستقلتان.

## حل التمرين رقم (19) الموجود في الصفحة 12:

- القسم الأول ⟵ $C_1$
- القسم الثاني ⟵ $C_2$
- القسم الثالث ⟵ $C_3$

احتمال أن تكون الثلاجة صالحة للاستعمال علما أنها اشترت من هذا المصنع هو:

صالحة للاستعمال $F$ ، $P(C_1)=0.3$ , $P(C_2)=0.6$ , $P(C_3)=0.1$

$$P(F)=P(F\cap C_1)+P(F\cap C_2)+P(F\cap C_3)$$

$$=P_{C_1}(F)\times P(C_1)+P_{C_2}(F)\times P(C_2)+P_{C_3}(F)\times P(C_3)$$

$$=0.75\times 0.3+0.85\times 0.6+0.90\times 0.1=0.822$$



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com