المستوى: الثالثة ثانوي.

الشعب: ع .التجريبية، رياضيات، تقني رياضي.

ناجحون بإذن الله

Bac 2018

إعداد: عبعوب محمد

حل مفصل لـ15 تمرين



في

الاحتمـــــــالات



$$C_{n+1}^{k}=C_{n}^{k}+C_{n}^{k-1}$$

$$C_{n}^{k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

متنسوناش بدعاءكم

بالتوفـــــــــيق في باك 2018

mohammed abou

التمرين 01:

عين الأعداد الطبيعية n التي تحقق الشرط المعطى:

$$C_n^3+C_n^2=8n$$

التمرين 02:

صندوق به 15 كرية 6 ســـوداء و5 حمراء و4 صفراء.نسحب عشوائيا 3 كريات في آن واحد

1 -ماهو عدد السحبات الممكنة.

2 -ماهو احتمال الحصول على كريتين سوداء وكرة صفراء.

3 -ماهو احتمال الحصول على 3 كريات من نفس اللون.

4 -ماهو احتمال الحصول على 3 كرات مختلفة في اللون.

5 -ماهواحتمال الحصول على كرة سوداء واحدة على الاقل.

6-ماهو احتمال الحصول على كريتين صفراء على الاكثر.

7-ماهو احتمال الحصول على 3 كرات حمراء .

8-ماهو احتمال الحصول على 3 كرات منهم واحدة سوداء فقط.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات السوداء .

1-حدد القيم التي يأخذها X.

2-حدد قانون الاحتمال.

3-احسب الأمل الرياضي.

4-احسب التباين.

5- احسب الانحراف المعياري.

التمرين 03:

كيس به 9 كريات 3 ســـوداء و4 حمراء و2 خضراء.نسحب من الكيس عشوائيا 3 كريات على التوالي وبدون ارجاع الكرية المسحوبة

1 -ماهو عدد السحبات الممكنة.

2 -ماهو احتمال الحصول على 3 كرات تحمل لون احمر.

3 -ماهو احتمال الحصول على كريتين سوداء وكرة خضراء

4 -ماهو احتمال الحصول على كرة سوداء على الاقل

5 -ماهواحتمال الحصول على كرة سوداء واحدة على الاقل.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات الحمراء .

1-حدد القيم التي يأخذها X.

2-حدد قانون الاحتمال.

3-احسب الأمل الرياضي.

4-احسب التباين.

5- احسب الانحراف المعياري.

التمرين 04:

صندوق به 8 كريات 2 بيضاء و3 حمراء و3 سوداء.نسحب عشوائيا 3 كريات على التوالي وبإرجاع الكرية المسحوبة الى الكيس

1 -ماهو عدد السحبات الممكنة.

2 - ماهو احتمال الحصول على 3 كريات من نفس اللون.

3 -ماهو احتمال الحصول على كرة بيضاء وكريتين سوداء.

4 -ماهواحتمال الحصول على كرة سوداء واحدة على الاقل.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات البيضاء .

1-حدد القيم التي يأخذها X.

2-حدد قانون الاحتمال.

3-احسب الأمل الرياضي.

4-احسب التباين.

5- احسب الانحراف المعياري

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

التمرين 05:

في ثانوية ما 40% من التلاميذ يمارسون رياضة كرة القدم و25% يمارسون السباحة و 15% يمارسون الرياضتين معا . نختارعشوائيا تلميذا واحدا من هذه الثانوية

1- ماهو احتمال ان لا يمارس رياضة كرة القدم

2- ماهو احتمال ان يمارس رياضة كرة القدم او السباحة

3- ماهو احتمال ان لا يمارس هذا الطالب اية رياضة

4- ماهو احتمال ان يمارس رياضة كرة القدم ولا يمارس السباحة

5- اذا اخترنا الطالب الذي يمارس رياضة كرة القدم فماهو احتمال ان يمارس السباحة

التمرين 06:

قسم تربوي مكون من 40 تلميذا منهم 25 بنتا و15 ولدا. نريد تشكيل لجنة مكونة من ثلاث تلاميذ

1)ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها

2) اذا كانت اللجنة مكونة من رئيس القسم ونائب الرئيس والنائب العام.

أ) ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها اذا كان رئيس القسم ولدا والنائب العام بنتا.

ب) ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها اذا كان نائب الرئيس بنتا

التمرين 07:

يحتوي صندوق على 10كريات لايمكن التفريق بينها باللمس ، من بينها خمس بيضاء اللون تحمل الأرقام 2 ، 2 ، 3 ،3، 1 وثلاث حمراء اللون تحمل الأرقام 2 ، 2 ، 3 وكريتان سوداء تحمل الرقمين 1 ، 1 .نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات من هذا الصندوق

1 -ماهو عدد السحبات الممكنة.

2-ماهو احتمال الحصول على 3 كرات بيضاء فقط.

3-ماهو احتمال الحصول على 3 كرات تحمل الرقم 2

4 -ماهو احتمال الحصول على كريتين تحملان الرقم 1

5 -ماهواحتمال الحصول على 3 كرات مجموع ارقامها يساوي 7

6 -ماهواحتمال الحصول على 3 كرات مجموع ارقامها اكبر تماما من 7

7-ماهواحتمال الحصول على 3 كرات جداءها اقل تماما من 6

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات التي تحمل الرقم 2 .

1-حدد القيم التي يأخذها X.

2-حدد قانون الاحتمال.

3-احسب الأمل الرياضي.

4-احسب التباين.

5- احسب الانحراف المعياري

التمرين 08:

تحتوي علبة على 10 قريصات لايمكن التفريق بينها باللمس ، من بينها 6 حمراء اللون تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 2 ،4 ، 6 ، 8 والبقية بيضاء اللون تحمل الأرقام 1 ، 3 ، 5 ، 5 .

نسحب 3 قريصات من هذه العلبة واحدة تلو الأخرى دون إرجاع

أ- شكل شجرة الإحتمال المناسبة لذلك .

ب-ماهواحتمال الحصول على 3 قريصات من نفس اللون .

ج-ماهو احتمال الحصول على 3 قريصات بلونين مختلفين .

د- ماهو احتمال الحصول على 3 قريصات تحمل 3 أرقام مجموعها يساوي 15 .

ه- ماهو احتمال الحصول على 3 مجموعها يساوي 15 علما انها من نفس اللون.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

التمرين 09:

رقمت اوجه نرد مزيف من 1 الى 6.
عند رمي هذا النرد نفترض ان احتمال ظهور وجه يحمل رقما زوجيا هو 3 اضعاف احتمال ظهوروجه يحمل رقما فرديا.

1) احسب احتمال ظهور الوجه الذي يحمل رقما فرديا و احتمال ظهور الوجه الذي يحمل رقما زوجيا.

2) احسب احتمال ظهور الوجه الذي يحمل رقم4

3) احسب احتمال ظهور الوجه الذي يحمل رقم1

4)عندما يرمي شخص هذا النرد .يربح 20 دينارا اذا ظهر الوجه الذي يحمل رقم 2 ويربح 10 دنانير اذا ظهر الوجه الذي يحمل رقم 5 اما اذا ظهر وجه آخر غير هذين الوجهين فانه يخسر 5 دنانير.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمي عدد النقط المحصل عليها.

أ- ماهي قيم المتغير العشوائي X.

ب- عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X.

ج- احسب الأمل الرياضياتي $E(x)$.

د- احسب التباين

ه- احسب الانحراف المعياري

التمرين 10:

يحتوي صندوق على 8 قريصات بيضاء و n قريصة سوداء بحيث$(n \geq 2)$ نفرض ان سحب كرية بيضاء يعطي ربح نقطة وسحب كرية سوداء يفقد نقطتين.

ليكن x المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع النقط المحصل عليها

1) نسحب من هذا الكيس كريتين على التوالي مع إعادة الكرية المسحوبة قبل السحب الموالي.

أ- عين قيم المتغير العشوائي x.

ب- عرف قانون الاحتمال.

ج- احسب بدلالة n الأمل الرياضي $E(x)$.

هل توجد قيمة لـ n حتى يكون $E(x) = 0$ ؟

2) نفرض أن السحب يكون في آن واحد .

أ-عين قيم المتغير العشوائي x.

ب-عرف قانون الاحتمال.

ج- احسب بدلالة n الأمل الرياضي $E(x)$.

هل توجد قيمة لـ n حتى يكون $E(x) = 0$ ؟

التمرين 11:

الجدول التالي يعطي توزيع 500 تلميذ في احدى الثانويات.

التلميذ	ذكر	انثى
يملك هاتف نقال	60	240
لا يملك هاتف نقال	120	80

نختار عشوائيا تلميذا من الثانوية ونسمي الحوادث :

H الحادثة : التلميذ المختارذكر و

F الحادثة : التلميذ المختار انثى

S الحادثة : التلميذ يملك هاتفا نقالا و

$\overline{S}$ الحادثة : التلميذ لا يملك هاتفا نقالا

1) شكل شجرة الاحتمال لهذه التجربة

2) احسب احتمال الحوادث التالية :

أ- التلميذ المختار انثى ويملك هاتفا نقالا

ب- التلميذ المختار لا يملك هاتفا نقالا

3) نفرض أن التلميذ المختار لا يملك هاتفا نقالا.
ما هو احتمال ان يكون هذا التلميذ ذكرا ؟

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

التمرين 12:

يحتوي صندوق على 12 كرية. منها 5 حمراء و 4 سوداء و 3 خضراء.
نسحب عشوائيا في آن واحد 4 كرات.
1 -ماهو عدد السحبات الممكنة.
2 -ماهو احتمال الحصول على 4 كرات من نفس اللون
3 -ماهو احتمال الحصول على كريتين من نفس اللون وكريتين من لونين مختلفين
4-ماهو احتمال الحصول على 4 كرات من لونين مختلفين
5 -ماهواحتمال الحصول على كريتين سوداء فقط وكرة خضراء واحدة على الاقل
6 -ماهواحتمال الحصول على كرة خضراء واحدة فقط وكرتين حمراء على الاكثر
7 -ماهواحتمال الحصول على كرة حمراء واحدة فقط .
ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الالوان المتحصل عليها .
أ-حدد القيم التي يأخذها X.
ب- حدد قانون الاحتمال.
ج-احسب الأمل الرياضي.

التمرين 13:

يحتوي صندوق على 9 كريات لايمكن التفريق بينها باللمس ، من بينها أربعة حمراء اللون تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 2 ،3 وثلاثة سوداء اللون تحمل الأرقام 2 ، 2 ، 3 وكريتان خضراء تحمل الرقمين 2 ، 3 .

I) نسحب كريتين عشوائيا وفي آن واحد

1- ماهواحتمال الحصول على كريتين من نفس اللون
2-ماهو احتمال الحصول على كريتين من نفس الرقم
3-ماهو احتمال الحصول على كرة خضراء واحدة على الاقل
4-ماهو احتمال الحصول على كريتين مجموع ارقامهما يساوي 5

II) نفس الاسئلة ولكن السحب يكون على التوالي وبدون ارجاع

III) نفس الاسئلة ولكن السحب يكون على التوالي وبارجاع الكرية المسحوبة

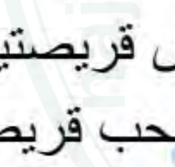
التمرين 14:

وحدة إنتاجية يسيرها 10 عمال منهم 4 نساء و6 رجال يراد تشكيل لجنة مؤلفة من ثلاثة اعضاء.
1)ما احتمال ان تشمل اللجنة :
أ- ثلاث نساء.
ب-على الأقل امرأتين.
ج-على الأكثر امرأتين.
د-على الأقل امرأة واحدة

التمرين 15:

يحتوي كيس على 20 قريصة مرقمة من 1 الى 20 نسحب من الكيس قريصتين في ان واحد
1) احسب احتمال سحب قريصتين مجموع رقميهما يساوي 10
2) احسب احتمال سحب قريصتين الفرق بين رقميهما يساوي 4
3) احسب احتمال سحب قريصتين مجموع رقميهما يساوي 10 علما أن الفرق بينهما يساوي 4.

ربي يوفقكم في شهادة البكالوريا واعذروني ان وجدت أخطاء خاصة في الحساب



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com · نجاح 213

تمرين 01 :-

إيجاد قيمة العدد الطبيعي n

$$C_n^3 + C_n^2 = 8n$$

$$\frac{n!}{3!(n-3)!} + \frac{n!}{2!(n-2)!} = 8n$$

لدينا:

$$\frac{n!}{3!(n-3)!} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)!}{3\times 2\times 1\,(n-3)!}$$

$$= \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$$

ولدينا كذلك

$$\frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{n(n-1)(n-2)!}{2\,(n-2)!}$$

$$= \frac{n(n-1)}{2}$$

نعوض في العلاقة

$$\frac{n(n-1)(n-2)}{6} + \frac{n(n-1)}{2} = 8n$$

$$\frac{n(n-1)(n-2) + 3n(n-1)}{6} = 8n$$

$$n(n-1)[n-2+3] = 48n$$

$$(n-1)(n+1) = 48$$

$$n^2 - 1 = 48$$

$$n^2 = 49$$

فيصبح:

$$\text{أو} \begin{cases} n = -7 \times \\ n = 7 \checkmark \end{cases}$$

$\boxed{n=7}$ لأن n عدد طبيعي

عوض وتحقق بنفسك

$$C_7^3 = 35 \quad \text{و} \quad C_7^2 = 21$$

$$8\times 7 = 56 \quad \text{و}$$

$$C_7^3 + C_7^2 = 7\times 8 = 56$$

تمرين 02 :-

صندوق به 15 كرية

$$\begin{cases} 6 \text{ سوداء} \\ 5 \text{ حمراء} \\ 4 \text{ صفراء} \end{cases}$$

نسحب 3 كرات في آن واحد يعني توفيقة

C_n^p نستخدم

لدينا الحالات الممكنة

$$C_{15}^3 = \frac{15!}{3!(15-3)!} = 455$$

C_{15}^3 يعني من 15 كرية نسحب 3

لحساب احتمال الحصول على كريتين سوداء وكرة صفراء

$$P(A) = \frac{C_6^2 \times C_4^1}{455} = \frac{60}{455}$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

شوف « و » يعني الضرب
شوف « او » يعني الجمع

يعني C_6^4 نأخذ من 6 كرات سوداء نأخذ 4 و C_4^1 يعني من 4 حمراء نأخذ كرة واحدة

3/ احتمال الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون:

يعني اما 3 سوداء **أو** 3 حمراء
أو 3 صفراء

$$P(B) = \frac{C_6^3 + C_5^3 + C_4^3}{455}$$

$$= \frac{20 + 10 + 4}{455} = \frac{34}{455}$$

4/ احتمال الحصول على 3 كرات مختلفة في اللون:

بأخذ من كل لون نأخذ واحدة

$$P(C) = \frac{C_6^1 \times C_5^1 \times C_4^1}{455} = \frac{120}{455}$$

5/ احتمال الحصول على كرية سوداء واحدة على الأقل:

يعني اما واحدة أو اثنان أو ثلاث

$$P(D) = \frac{C_6^1 C_9^2 + C_6^2 C_9^1 + C_6^3 C_9^0}{455}$$

$$= \frac{216 + 135 + 20}{455} = \frac{371}{455}$$

$C_6^2 \times C_9^1$ يعني من 6 كرات سوداء نأخذ كرة واحدة ومن البقية (حمراء + حمراء) نأخذ كريتان

و

بنفس الكيفية و $C_6^1 C_9^2$ و $C_6^3 C_9^0$ هم يفيدوه

بحسب الاحتمال العكسي وهو عدم ظهور أية كرة سوداء يعني من البقية (صفراء + حمراء) نأخذ منهم 3

$$P(\bar{D}) = \frac{C_9^3}{455} = \frac{84}{455}$$

ومنه:

$$P(D) = 1 - P(\bar{D})$$

$$= 1 - \frac{84}{455} = \frac{371}{455}$$

6/ احتمال الحصول على كريتين صفراء على الأكثر:

يعني اما اثنان أو واحدة أو لاشيء

$$P(E) = \frac{C_4^2 \times C_{11}^1 + C_4^1 \times C_{11}^2 + C_4^0 \times C_{11}^3}{455}$$

$$= \frac{66 + 220 + 165}{455} = \frac{451}{455}$$

$C_4^2 C_{11}^1$ يعني من 4 كرات صفراء نأخذ منهم 2 ومن البقية يعني (حمراء + سوداء) تكمل واحدة

11

وهكذا

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

17 احتمال الحصول على 3 كرات حمراء فقط

$$P(H) = \frac{C_5^3}{455} = \frac{10}{455}$$

C_5^3 بحيث من 5 حمراء تأخذ 3

18 الحصول على 3 كرات منهم واحدة سوداء فقط

$$P(G) = \frac{C_6^1 \times C_9^2}{455} = \frac{216}{455}$$

X المتغير العشوائي يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات السوداء.

1 قيم X:

$X = \{0, 1, 2, 3\}$

0 كرة سوداء
1 كرة سوداء
2 كرتين سوداوين
3 كرات سوداء

2 قانون الاحتمال:

$$P(X=0) = \frac{C_6^0 C_9^3}{455} = \frac{84}{455}$$

يعني احتمال عدم الحصول على الكرات السوداء

C_9^3 تمثل 3 من البقية عددهم 9

$$P(X=1) = \frac{C_6^1 \times C_9^2}{455} = \frac{216}{455}$$

$$P(X=2) = \frac{C_6^2 \times C_9^1}{455} = \frac{135}{455}$$

$$P(X=3) = \frac{C_6^3 \times C_9^0}{455} = \frac{20}{455}$$

لحد تتحقق احتمالاتها 1

$$\frac{84}{455} + \frac{216}{455} + \frac{135}{455} + \frac{20}{455} = \frac{455}{455} = 1$$

X	0	1	2	3	
P(X)	$\frac{84}{455}$	$\frac{216}{455}$	$\frac{135}{455}$	$\frac{20}{455}$	مجموع 1

3 الأمل الرياضي:

$$E(x) = \sum_{i=1}^{i=4} x_i p_i$$

$$= 0\left(\frac{84}{455}\right) + 1\left(\frac{216}{455}\right) + 2\left(\frac{135}{455}\right) + 3\left(\frac{20}{455}\right) = \frac{546}{455} = 1,2$$

4 التباين:

$$V(x) = 0^2\left(\frac{84}{455}\right) + 1^2\left(\frac{216}{455}\right) + 2^2\left(\frac{135}{455}\right) + 3^2\left(\frac{20}{455}\right) - [E(x)]^2$$

$$= \frac{936}{455} - (1,2)^2 = 0,61$$

5 الانحراف المعياري:

$$\sigma(x) = \sqrt{V(x)} = \sqrt{0,61}$$

$$\sigma(x) = 0,78$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تمرين 03 :

الكيس به 9 كريات
- 4 حمراء R
- 3 سوداء N
- 2 خضراء V

نسحب من الكيس 3 كريات على التوالي بدون ارجاع
يعني نستخدم الترتيبة A_n^p

1) الحالات الممكنة:

$$A_9^3 = \frac{9!}{(9-3)!} = 9\times8\times7 = 504$$

2) احتمال الحصول على 3 كريات بلون احمر:

$$P(A) = \frac{A_4^3}{504} = \frac{24}{504}$$

A_4^3 من اربع كريات نأخذ 3

3) احتمال الحصول على كرتين سوداء وكرة خضراء:

رد بالك كاين جوج طريقة يعني ممكن يكون:

VNN أو NVN أو NNV

يعني ثلاث حالات وجمعهم ولا نديرو حالة وحدة ونظربوها في 3

$$P(B) = \frac{3A_3^2A_2^1}{504} = \frac{36}{504}$$

4) احتمال الحصول على كرة سوداء على الاقل

متنساش كل حالة نضربها في 3 لان فيها تبديلات ماعدا الحالة لي يخرجو 3 سوداء فقط

$$P(C) = \frac{3A_3^2A_6^1 + 3A_3^2A_6^1 + A_3^3A_6^0}{504} = \frac{405}{504}$$

دوك نفهمك:

$A_3^1A_6^2$ يعني واحدة سوداء والباقي نكملو منهم

يعني ممكن السوداء تخرج هي الاولى أو تخرج هي الثانية او هي الثالثة يعني ندير وحالة واحدة و نضربوها في 3 فتصبح $3A_3^1A_6^2$

اما الحالة A_3^3 يخرجو 3 سوداء مكلاه نضربو النتيجة في 3

X متغير عشوائي يرفق بكل سحبة عدد الكرات الحمراء المحوية

1) قيم X:

$$X = \{0, 1, 2, 3\}$$

2) قانون الاحتمال:

$$P(X=0) = \frac{A_5^3}{504} = \frac{60}{504}$$

$P(X=0)$ يعني احتمال عدم ظهور الكرات الحمراء يعني من الخمس الباقية نخرج 3 ولا يهم كيفاش

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

$$P(X=1)=\frac{3A_4^1A_2^2}{504}=\frac{240}{504}$$

يعني A_4^1 نأخذ كرية حمراء ونكمل A_2^2 من الباقي كريتان وهنا لازم نضرب في 3 لأن:

RBB أو BRB أو BBR

R يعني كرية حمراء

B يعني البقية (سوداء + خضراء)

يعني هي نفس الحالة لأن الضرب تبديلي ولكن تضربي في 3 لأن السحب موش كيف كيف ان شاء الله تكون فهمتني

$$P(X=2)=\frac{3A_4^2A_5^1}{504}=\frac{180}{504}$$

$$P(X=3)=\frac{A_4^3}{504}=\frac{24}{504}$$

X	0	1	2	3
P(x)	$\frac{60}{504}$	$\frac{240}{504}$	$\frac{180}{504}$	$\frac{24}{504}$

3) الأمل الرياضي

$$E(x)=\frac{0(1)+1(240)+2(180)+3(24)}{504}$$

$$E(x)=\frac{672}{504}=1,33$$

4) التباين V

$$V(x)=\frac{0^2(1)+1^2(240)+2^2(180)+3^2(24)}{504}-(1,33)^2$$

$$V(x)=0,56$$

5) الانحراف المعياري:

$$\sigma(x)=\sqrt{V(x)}=0,75$$

التمرين 2 /04 نقاط:

الصندوق به 8 كريات

2 بيضاء	B
3 حمراء	R
3 سوداء	N

نسحب 3 كرات على التوالي و بإرجاع الكرية المسحوبة إلى الصندوق

n^p يعني نأخذ هو بالقائمة

1) الحالات الممكنة:

$$8^3=512$$

2) احتمال الحصول على 3 كرات من نفس اللون

$$P(A)=\frac{2^3+3^3+3^2}{512}=\frac{64}{512}$$

بما أنك سحب وترجع يعني 2 بيضاء يكون السحب 3 لأنه ترجع الكرية المسحوبة إلى الصندوق

3) احتمال الحصول على كرة بيضاء و كريتين سوداء

$$P(B)=\frac{3(2^1\times3^2)}{512}=\frac{54}{512}$$

2^1 يعني سحب كرة بيضاء من 2

3^2 يعني سحب كريتين سوداء من 3

أما العدد 3 في مضروب فيهم يعني:

NNB أو BNN أو NBN

لأن سحب وترجع ممكن الأولى تكون بيضاء وممكن البيضاء تكون 2 أو تكون 3 المهم موش كيف نسحب في آن واحد لازم نضرب في 3

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

4) احتمال الحصول على كرة سوداء على الأقل

$$P(c) = \frac{3[\overset{1}{3}\times 5^{2}] + 3[\overset{2}{3}\times 5^{1}] + 3^{3}}{512}$$

$$P(c) = \frac{387}{512}$$

$\overset{1}{3}\times 5^{2}$ يعني من 3 سوداء نأخذ 1 و 5^{2} يعني من البقية (بيضاء + حمراء) 5 نأخذ منهم 2 اما نضربها النتيجة في 3 لأن السحب واحدة تلو الأخرى يعني ممكن لي خرجت الاولى تكون هي الثانية المهم تضربي في 3 شرحتها من قبل ماتكرليش راسي نفس عفسة التوتيبة الا في التوقيعة منصربوش لانك تسحبهم في آن واحد "خدم راسك"

X متغير عشوائي يرفق بكل سحب عدد الكرات البيضاء

1) قيم X ؟

$X = \{0, 1, 2, 3\}$

2) قانون الاحتمال

$$P(X=0) = \frac{\overset{0}{2}\times 6^{3}}{512} = \frac{216}{512}$$

2^{0}: يعني لانأخذ من البيضاء

6^{3}: من البقية نأخذ 3

$6 = (\text{حمراء} + \text{سوداء})$

$$P(X=1) = \frac{3(\overset{1}{2}\times 6^{2})}{512} = \frac{216}{512}$$

$$P(X=2) = \frac{3(2^{2}\times 6^{1})}{512} = \frac{72}{512}$$

$$P(X=3) = \frac{2^{3}}{512} = \frac{8}{512}$$

اجمع تلقاهم يساوي 1

X	0	1	2	3
P(X)	$\frac{216}{512}$	$\frac{216}{512}$	$\frac{72}{512}$	$\frac{8}{512}$

3) الأمل الرياضي:

$$E(x) = \frac{0(216) + 1(216) + 2(72) + 3(8)}{512}$$

$$= \frac{384}{512} = 0,75$$

4) التباين:

$$V(x) = 0^{2}\left(\frac{216}{512}\right) + 1^{2}\left(\frac{216}{512}\right) + 2^{2}\left(\frac{72}{512}\right) + 3^{2}\left(\frac{8}{512}\right) - [0,75]^{2}$$

$$V(x) = 0,562$$

5) الانحراف المعياري:

$$\sigma(x) = \sqrt{V(x)} = \sqrt{0,562}$$

$$\sigma(x) = 0,75$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تمرين 05:

في ثانوية بما:

40٪ يمارسون رياضة كرة القدم A

25٪ يمارسون السباحة B

15٪ يمارسون الرياضتين معا $A \cap B$

بحيث

$P(A) = \frac{40}{100} = 0,4$

$P(B) = \frac{25}{100} = 0,25$

$P(A \cap B) = \frac{15}{100} = 0,15$

1) احتمال ان لا يمارس رياضة كرة القدم.

بحيث الاحتمال العكسي هو ان يمارس رياضة كرة القدم

$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

$= 1 - 0,4 = 0,6$

2) احتمال ان يمارس رياضة كرة القدم أو السباحة.

اسمع "أو" بحيث اتحاد "$\cup$"

"و" بحيث تقاطع "$\cap$"

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= 0,40 + 0,25 - 0,15$

$P(A \cup B) = 0,50$

3) احتمال ان لا يمارس رياضة كرة القدم او السباحة.

بحيث الاحتمال العكسي للاتحاد

بعني: $P(\overline{A \cup B})$

$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$

$= 1 - 0,50$

$= 0,50$

4) احتمال ان يمارس رياضة كرة القدم ولا يمارس السباحة.

بحيث احتمال ان يمارس رياضة كرة القدم او السباحة نطرح منها يمارس السباحة

$P(A \cap \bar{B}) = P(A \cup B) - P(B)$

$= 0,50 - 0,25$

$P(A \cap \bar{B}) = 0,25$

ديسر في بالك:-

$P(A \cap \bar{B}) = P(A \cup B) - P(B)$
$P(A \cap \bar{B}) = P(\bar{B}) - P(\bar{A} \cap \bar{B})$

5) علما أن الطالب يمارس رياضة كرة القدم فما احتمال ان يمارس السباحة

$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,15}{0,40} = 0375$

$P_A(B)$ بحيث احتمال B علما ان A محققة

بحيث نبحث احتمال يمارس السباحة في المجموعة التي تمارس كرة القدم.

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تمرين 06

قسم تربوي من 40 تلميذا
{ 25 بنتا
{ 15 ولدا

1) عدد اللجان المتكون من
3 تلاميذ
نخدمو بالتوقيفة C_n^p لانه
لما يذكر لنا وظيفة التلميذ
$C_{40}^3 = 9880$

2) اللجنة مكونة من رئيس القسم
و نائب الرئيس و النائب العام
أه هنا حدد الوظيفة نخدمو
بالترتيب A_n^p

أ) اذا كان الرئيس ولدا و
النائب العام بنتا

$A_{15}^1 A_{25}^1 A_{38}^1 = 14250$

A_{15}^1 : يعني نأخذ ولدا من 15 ولد

A_{25}^1 يعني نأخذ بنتا من 25 بنت

A_{38}^1 يعني نأخذ من البقية تلميذا
و نجعله نائب لرئيس يعني
قد يكون بنتا أو ولدا

ب) اذا كان نائب الرئيس بنتا

$A_{25}^1 \times A_{39}^1 \times A_{38}^1 = 37050$

A_{25}^1 تأخذ من البنات بنتا واحدة
ونجعلها نائبة

A_{39}^1 من البقية تأخذ رئيس

A_{38}^1 من البقية تأخذ نائب عام
يعني بعد ما تأخذ و الرئيس
و نائب الرئيس.

تمرين 07

صندوق يحتوي 10 كريات
5 بيضاء مرقمة (1,3,3,2,2)
3 حمراء مرقمة (2,2,4)
2 سوداء مرقمة (1,1)
نسحب من هذا الصندوق 3 كرات
في آن واحد.

1) لحالات الممكنة

$C_{10}^3 = 120$

2) احتمال الحصول على 3 كرات
بيضاء فقط

$P(A) = \frac{C_5^3}{120} = \frac{10}{120}$

3) احتمال الحصول على 3 كرات
تحمل الرقم (2)

توجد 4 كرات تحمل الرقم (2)
يعني C_4^3

$P(B) = \frac{C_4^3}{120} = \frac{4}{120}$

C_4^3 يعني من (2,2,2,2) تأخذ 3 كرات

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

4) احتمال الحصول على كريتين تحملان الرقم 1.

$$P(C) = \frac{C_3^2 C_7^1}{120} = \frac{21}{120}$$

C_3^2 يعني من 3 كرات تحمل الرقم 1 نأخذ منهم 2

C_7^1 يعني من البقية نكمل كرية

5) احتمال الحصول على 3 كرات مجموع ارقامها يساوي 7

يعني: ① ② ② أو ① ① ③

$$P(D) = \frac{C_3^2 C_4^1 + C_3^2 C_3^1}{120} = \frac{27}{120}$$

6) احتمال الحصول على 3 كرات مجموع ارقامها اكبر تماما من العدد 7

① ③ ③ أو ③ ③ ③

$$P(E) = \frac{C_3^2 C_4^1 + C_3^3}{120} = \frac{13}{120}$$

7) احتمال الحصول على 3 كرات جداءها اقل تماما من 6

① ① ③ أو ① ① ② أو ① ① ①

$C_3^2 C_3^1$ أو $C_3^2 C_4^1$ أو C_3^3

② ② ① أو

$C_4^2 C_3^1$

$$P(F) = \frac{C_3^3 + C_3^2 C_4^1 + C_3^2 C_3^1 + C_4^2 C_3^1}{120}$$

$$P(F) = \frac{40}{120}$$

X متغير عشوائي يرفق بكل سحبة ظهور الرقم ②

1) القيم الممكنة لـ X:

$X = \{0, 1, 2, 3\}$

2) قانون الاحتمال:

$$P(X=0) = \frac{C_4^0 C_6^3}{120} = \frac{20}{120}$$

X=0 يعني نأخذ من الكريات ذات الرقم ③ ونأخذ من البقية 3 كرات

$$P(X=1) = \frac{C_4^1 C_6^2}{120} = \frac{60}{120}$$

$$P(X=2) = \frac{C_4^2 \times C_6^1}{120} = \frac{36}{120}$$

$$P(X=3) = \frac{C_4^3 C_6^0}{120} = \frac{4}{120}$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

X	0	1	2	3
P(X)	$\frac{20}{120}$	$\frac{60}{120}$	$\frac{36}{120}$	$\frac{4}{120}$

3) الأمل الرياضي:

$$E(n) = \frac{0(20)+1(60)+2(36)+3(4)}{120}$$

$$= \frac{144}{120} = 1,2$$

4) التباين:

$$V(n) = \frac{0^2(20)+1^2(60)+2^2(36)+3^2(4)}{120} - (1,2)^2$$

$$= \frac{240}{120} - (1,2)^2 = 0,56.$$

5) الانحراف المعياري:

$$\sigma(n) = \sqrt{V(n)} = \sqrt{0,56} = 0,75$$

تمرين 08:

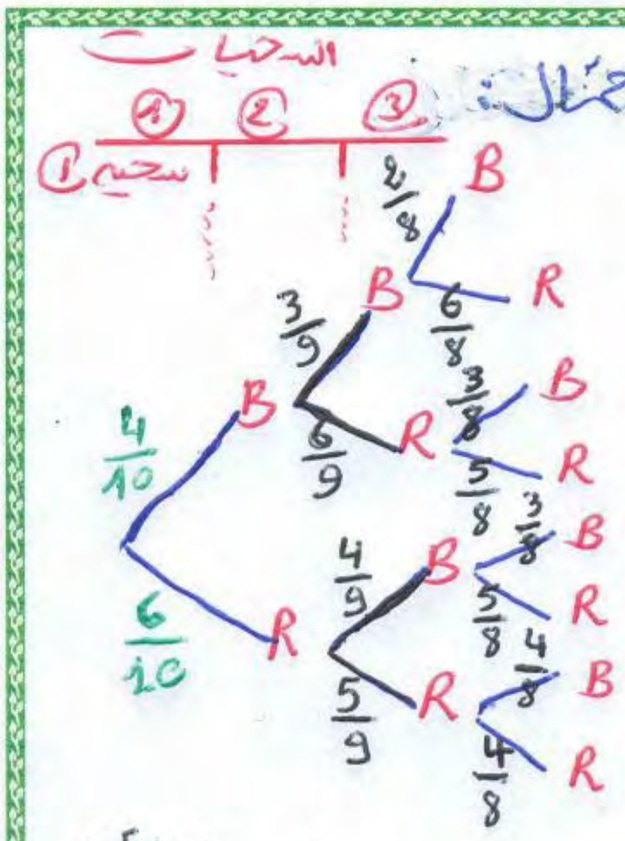
10 قريصات

6 حمراء مرقمة (8,6,4,2,2,1)

4 بيضاء مرقمة (5,5,3,1)

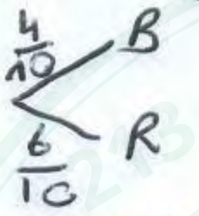
نسحب 3 قريصات عشوائيا واحدة تلو الأخرى دون إرجاع. نهتم بالرتيبة ولا نهتم بالترتيب نستخدم بشجرة الاحتمال ترمز للحمراء بـ R وللبيضاء بـ B

1) شجرة الاحتمال:



كلما تجمع خصين برجبك الناتج 1

مثلا $\frac{4}{10}+\frac{6}{10}=1$ لحذك



مثناس كل سحبة ينقص من العدد الكلي يعني كانو 10 السحبة الثانية يولو 9 وبعد في السحبة الثالثة يكونو 8 تبع راني قاسم عليهم و مبعد كي ينقص العدد بواحدة بيضاء ننقص من عددهم واحدة واذا كانت حمراء نفس الشيء خمم شوي يرك دوك تفهم

ب) احتمال الحصول على 3 قريصات من نفس اللون:

معناة $R \leftarrow R \leftarrow R$ أو $B \leftarrow B \leftarrow B$

ساهلة اضرب السحبة ① × ② × ③

$$P(A) = \frac{4}{10}\times\frac{3}{9}\times\frac{2}{8} + \frac{6}{10}\times\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}$$

$$= \frac{24}{720} + \frac{120}{720} = \frac{144}{720}$$

ان شاء الله فهمتني ☺

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

ج) احتمال الحصول على 3 قرصات بلونين مختلفين:

طريقة عندو الشجرة اضرب الحالات لي تكون فيها B مع R تضرج طويلة تقلق.

طريقة الاحتمال العكسي ليلونين مختلفين هو نفس اللون بحيث:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$= 1 - \frac{144}{720} = \frac{576}{720}$$

عارفك هارب وقهمتني.

د) احتمال الحصول على 3 قرصات مجموعهم يساوي 15

نحلل 3 ارقام مجموعهم يساوي 15 اول حاجة نشكل الثلاثيات لي جمعهم يعطينا 15

(8,6,1) أو (8,4,3)

أو (5,4,6) أو (8,5,2)

ناخدو بالترتيبات A_n^p أحسن.

شوف معايا باه تفهمني كل حالة لازم تضربها في 6.

دوك تقلك علاه لان ممكن لي تخرج الاولى ممكن تكون الثانية

- شوف مثلا:

(8,6,1) أو (8,1,6) أو (6,8,1)

(1,6,8) أو (1,8,6) أو (6,1,8)

كل واحدة مانشبهش لأختها

الهم كل ستة ترتيبات لكل حالة.

1 عندنا منو 2

2 عندنا منها 2

4 عندنا منها 1

3 عندنا منها 1

6 عندنا منها 1

5 عندنا منها 2

8 عندنا منها 1

بالنسبة الحالة ① مثلا:

(8,6,1) : $6A_1^1A_1^1A_2^1 = 12$

(8,4,3) : $6A_1^1A_1^1A_1^1 = 6$

(5,4,6) : $6A_2^1A_1^1A_1^1 = 12$

(8,5,2) : $6A_1^1A_2^1A_2^1 = 24$

وبالتالي نكتب

$$P(B) = \frac{12+6+12+24}{720} = \frac{54}{720}$$

لو كان السحب في آن واحد منضربوش في 6 لان نهروهم مع بعض مايكونش ترتيب

ه) احتمال الحصول على 3 قرصات مجموعها 15 علما انها من نفس اللون

يعني نبحث عن مجموعهم يساوي 15 في مجموعة من نفس اللون توجد حالة واحدة:

$A \cap B = \{(8,1,6)\}$

3 قرصات لونهم احمر ومجموعهم يساوي 15

$$P(A \cap B) = \frac{6A_1^1A_2^1A_1^1}{720} = \frac{12}{720}$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

نطبق القانون :

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{12}{720}}{\frac{144}{720}}$$

$$= \frac{12}{144} = 0,083$$

لو سألني متى سانضريوش في 6 كون يقولك على الترتيب مثلا يكولك الاولى رقمها 8 والثانية 1 والثالثة 6 أو مثلا يقولك ات السحبة الاولى رقمها 8 يعني حدد الترتيب.

∴ والله أعلم ∴



ترد مزيفة م رقمة من 1 لـ 6 عند رميها احتمال ظهور الوجه الزوجي هو ثلاث اضعاف ظهور الوجه الفردي

نرمز للوجه الزوجي B

الوجه الفردي A

يعني : $P(B) = 3P(A)$

1/ احتمال ظهور الوجه الفردي واحتمال ظهور الوجه الزوجي

لدينا قانون الاحتمال يقول:

$$P(A) + P(B) = 1$$

ومنه

$$P(A) + 3P(A) = 1$$

$$4P(A) = 1$$ يعني

$$P(A) = \frac{1}{4}$$

ومنه احتمال ظهور الوجه الزوجي

$P(B) = \frac{3}{4}$ هو

1/ احتمال ظهور الوجه الذي يحمل الرقم 4

بما أن احتمال ظهور الوجه الزوجي هو $\frac{3}{4}$ و حنا عندنا 3 ارقام زوجية يعني كل رقم له احتمال هو $\frac{3}{12}$ دوك نفهمك

$$P(\{2\}) + P(\{4\}) + P(\{6\}) = \frac{3}{4}$$

$$h + h + h = \frac{3}{4}$$

$$3h = \frac{3}{4}$$

$$h = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$P(\{2\}) = P(\{4\}) = P(\{6\})$$ لأن

ومنه : $P(\{4\}) = \frac{3}{12}$

2/ احتمال ظهور الوجه الذي يحمل الرقم 1.

نفس الطريقة :

$$P(\{1\}) + P(\{3\}) + P(\{5\}) = \frac{1}{4}$$

$$h' + h' + h' = \frac{1}{4}$$

$$h' = \frac{1}{12}$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com • نجاح 213

وبالتالي $P(\{1\}) = \frac{1}{12}$

ليكن X متغير عشوائي:

ربح 20 دينار اذا ظهر رقم 2

ربح 10 دينار اذا ظهر رقم 5

خسارة 5 دينار اذا ظهر رقم آخر من غير رقم 2 أو 5

أ) قيم X: هي قيم الربح أو الخسارة.

$X = \{-5, 10, 20\}$

-5 الوجه 1 أو 3 أو 4 أو 6

10 الوجه 5

20 الوجه 2

ب) قانون الاحتمال:

$P(X = 20) = \frac{3}{12}$ الوجه 2

لان الرقم الزوجي احتمالة $\frac{3}{12}$

$P(X = 10) = \frac{1}{12}$ الوجه 5

$P(X = -5) = \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{3}{12} + \frac{3}{12}$

1 الوجه، 3 الوجه، 4 الوجه، 6 الوجه

$P(X = -5) = \frac{8}{12}$

طبعا

$P(X = 20) + P(X = 10) + P(X = -5) = 1$

$P(X = -5) = 1 - \frac{3}{12} - \frac{1}{12} = \frac{8}{12}$

دائما في قانون الاحتمال لي متأكد منها احسبها والحالة لي مش عرفش نحسبها طبق عليها ديك العفسة لي ديرتها في طبعا.

x	-5	10	20
$P(X)$	$\frac{8}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{3}{12}$

ج) الامل الرياضي:

$E(x) = \frac{-5(8) + 10(1) + 20(3)}{12} = \frac{30}{12}$

$E(x) = 2,5$

د) التباين:

$V(x) = \frac{(-5)^2(8) + 10^2(1) + 20^2(3)}{12} - (2,5)^2$

$V(x) = 118,75$

هـ) X انحراف المعياري:

$\sigma(x) = \sqrt{V(x)} = \sqrt{118,75}$

$\sigma(x) = 10,89$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

التمرين 15 :

الصندوق يحتوي على 8 كريات بيضاء و n كرية سوداء حيث $(n \geq 2)$

نفرض السحب :

كرية بيضاء يعطي ربح نقطة

كرية سوداء يعطي فقد نقطتين

* متغير عشوائي يرفق بكل محلية سحب مجموع النقط المحصل عليها

1) السحب يكون على التوالي مع اعادة الكرية المسحوبة بحيث فائمة. (سحب كريتين)

أ) قيم X ؟

يمكن يكونو زوج بيضاء يعني

$1+1=2$

ممكن يكونو زوج سوداء

$-2-2=-4$

ممكن واحدة بيضاء و X حرى سوداء

$-2+1=-1$

$X = \{-4, -1, 2\}$

ب) قانون X حسب :

$$P(X=2) = \frac{8^2}{(n+8)^2} = \frac{64}{(n+8)^2}$$

لان الحالات الممكنة هي $(n+8)^2$

$$P(X=-4) = \frac{n^2}{(8+n)^2}$$

$$P(X=-1) = \frac{8^1 \times n^1 + n^1 \times 8^1}{(8+n)^2} = \frac{16n}{(8+n)^2}$$

X	-4	-1	2
P(X)	$\frac{n^2}{(8+n)^2}$	$\frac{16n}{(8+n)^2}$	$\frac{64}{(8+n)^2}$

ج) الأمل الرياضي E(n) بدلالة n

$$E(X) = \frac{-4n^2 - 16n + 128}{(8+n)^2}$$

هل توجد n حتى يكون $E(X)=0$

$E(X)=0$ يكافئ

$-4n^2 - 16n + 128 = 0$

$n^2 + 4n - 32 = 0$

$\Delta = 144$

$$\begin{cases} n_1 = \frac{-4-12}{2} = -8 \text{ ✗} \\ n_2 = \frac{-4+12}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ ✓} \end{cases}$$

بما أن $n \geq 2$ فان توجد قيمة n وهي 4

$n = 4$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

2/ نبرهن ان السحب يكون في آن واحد نفس الاسئلة

1) قيم X :

$X = \{-4, -1, 2\}$

2) قانون الاحتمال :

- الحالات الممكنة :

$C_{8+n}^{2} = \frac{(n+8)!}{2!(n+6)!}$

$= \frac{(n+8)(n+7)(n+6)!}{2(n+6)!}$

$= \frac{(n+8)(n+7)}{2}$

- حالة سحب قريصتين بيضاوين :

$C_8^2 = \frac{8!}{2! \times 6!} = 28$

ومنه :

$P(X=2) = \frac{28}{\frac{(n+8)(n+7)}{2}} = \frac{56}{(n+8)(n+7)}$

- حالة سحب قريصتين سوداوين

$C_n^2 = \frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{n(n-1)}{2}$

ومنه

$P(X=-4) = \frac{n(n-1)}{(n+8)(n+7)}$

- حالة سحب بيضاء وسوداء

$C_8^1 C_n^1 = 8n$

$P(X=-1) = \frac{16n}{(n+8)(n+7)}$

X = 2 في المقام طبعا لغوك $2 \times 8n = 16n$ اصبحت

X	-4	-1	2
P(X)	$\frac{n(n-1)}{(n+8)(n+7)}$	$\frac{16n}{(n+8)(n+7)}$	$\frac{56}{(n+8)(n+7)}$

3) الامل الرياضي :

$E(X) = \frac{-4[n(n-1)] - 1(16n) + 2(56)}{(n+8)(n+7)}$

$= \frac{-4n^2 - 12n + 128}{(n+8)(n+7)}$

هل توجد قيمة n :

$E(X) = 0$ يكافئ

$-4n^2 - 12n + 128 = 0$

$n^2 + 3n - 32 = 0$

$\Delta = 137$

$\sqrt{\Delta} = 11,78$ بما أن :

إذاً X توجد قيمة لـ n حيث عندها $E(X) = 0$

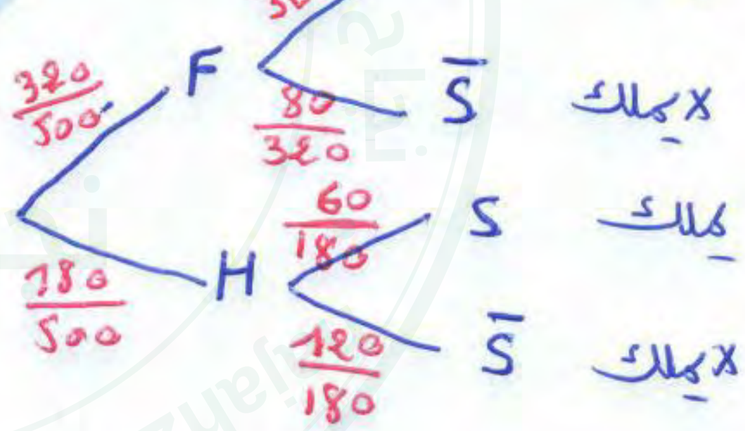
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تمرين 11 ص:

500 تلميذة
240 انثى و60 ذكر يملكون
هاتف نقال
80 انثى و120 ذكر X يملكون
هاتف نقال.
يمثل مجموع الاناث 320
ومجموع الذكور 180
مجموع التلاميذ الذين يملكون
هواتف نقالة هم 300
ومن لا يملك هم 200

1) شجرة الاحتمال:



2) حساب الاحتمالات:

أ) التلميذة المختار انثى وتملك هاتفا نقالا يعني $F \leftarrow S$

$$P(F \cap S) = \frac{320}{500} \times \frac{240}{320} = 0,48$$

ب) التلميذة المختار لا يملك هاتفا نقالا يعني انثى أو ذكر

سنسمي الاحتمال $P(B)$

$F \to \bar{S}$ $H \to \bar{S}$

$$P(B) = P(F \cap \bar{S}) + P(H \cap \bar{S})$$

$$= \frac{320}{500} \times \frac{80}{320} + \frac{180}{500} \times \frac{120}{180}$$

$$P(B) = 0,16 + 0,24 = 0,4$$

ج) نعرض التلميذة المختارة لا تملك هاتفا نقالا. ما احتمال أن تكون هذه التلميذة ذكرا

اول حاجة نحسبو احتمال التلاميذ الذين X يملكون هواتف نقالة وهو $P(B)$

$$P_{\bar{S}}(H) = \frac{P(H \cap \bar{S})}{P(\bar{S})}$$

في هذه الحالة $P(\bar{S}) = P(B)$

يعني احتمال التلميذة X تملك بطاقة

$$P_{\bar{S}}(H) = \frac{0,24}{0,4} = 0,6$$

يعني ان الحادثة انه لا يملك هاتف نقال محققة اهي نبحث عنه ذكر في المجموعة الذين لا يملكون هواتف نقالة

لو قال السؤال التلميذة تملك هاتف ما احتمال ان يكون ذكر

نديرو: $P_S(H) = \frac{P(H \cap S)}{P(S)}$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تمرين 12

صندوقية. 12 كرية

5 حمراء
4 سوداء
3 خضراء

نسحب من هذا الصندوق 4 كرات عشوائيا وفي آن واحد.

1) الحالات الممكنة:

$$C_{12}^{4} = \frac{12!}{4!(12-8)!} = 495$$

2) احتمال الحصول على أربعة كرات من نفس اللون:

نعني حمراء أو سوداء

الخضراء X نستطيع X عددها 3

$$P(A) = \frac{C_5^4 + C_4^4}{495} = \frac{6}{495}$$

3) احتمال الحصول على كريتين من نفس اللون وكريتين من لونين مختلفين:

$$P(B) = \frac{C_3^2 C_5^1 C_4^1 + C_3^1 C_5^2 C_4^1 + C_3^1 C_5^1 C_4^2}{495}$$

$$P(B) = \frac{270}{495}$$

مثلا: $C_3^2 C_5^1 C_4^1$: من الحمراء نأخذ 2 ومن الحمراء والسوداء نأخذ 1

4) احتمال الحصول على كريتين مختلفين

يعني إما 2 بلون و 2 بلون آخر

أو 3 بلون وواحدة بلون آخر

$$P(C) = \frac{C_3^2 C_5^2 + C_3^2 C_4^2 + C_5^2 C_4^2 + C_3^1 C_4^3 + C_3^1 C_5^3 + C_4^1 C_3^3 + C_5^1 C_4^3 + C_5^1 C_3^3}{495}$$

توجد 9 حالات

$$P(C) = \frac{219}{495}$$

الإنسان الذكي يقول حنا شعبو 4 كرات يعني الكرات كخرج من نفس اللون أو لونين أو ثلاث ألوان مكانش حالة أخرى ماعيرة حالات يعني مجموع احتمالهم يساوي 1

$$P(A) + P(B) + P(C) = 1$$

$$\frac{6}{495} + \frac{270}{495} + P(C) = 1$$

$$P(C) = 1 - \frac{276}{495} = \frac{219}{495}$$

من طريقة الاحتياط نتاع السؤال 4 تفهم علاه ما يكفيكش الوقت في الاختبار ماعليش خدم راسك

5) احتمال الحصول على كريتين سوداء وقط وكرة خضراء على الأقل

$$P(D) = \frac{C_4^2 C_3^1 C_5^1 + C_4^2 C_3^2}{495}$$

$$P(D) = \frac{108}{495}$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

ج) احتمال الحصول على كرة حمراء واحدة فقط و كرتين خضراء على الأكثر

$$P(E) = \frac{C_3^1 C_5^2 C_4^1 + C_3^1 C_5^1 C_4^2 + C_3^0 C_5^1 C_4^3}{495}$$

$$P(E) = \frac{222}{495}$$

د) احتمال الحصول على كرة حمراء واحدة فقط.

$$P(F) = \frac{C_5^1 C_7^3}{495} = \frac{175}{495}$$

X متغير عشوائي يرفق بكل عملية سحب عدد الألوان المحصل عليها.

أ) قيم X:

$X = \{1, 2, 3\}$

لونين من نفس اللون / 3 ألوان

ب) قانون الاحتمال:

$$P(X=1) = \frac{6}{495}$$

$$P(X=2) = \frac{219}{495}$$

$$P(X=3) = \frac{270}{495}$$

X	1	2	3
P(X)	$\frac{6}{495}$	$\frac{219}{495}$	$\frac{270}{495}$

الأمل الرياضي:

$$E(X) = \frac{1(6) + 2(219) + 3(270)}{495}$$

$$E(X) = 2,53$$

ك = 13

كيس به: 4 حمراء (3,2,2,1) / 3 سوداء (3,2,2) / 2 خضراء (3,2)

I) سحب كرتين عشوائيا وفي آن واحد

أ) احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون

حسب الحالات الممكنة

$$C_9^2 = 36$$

$$P(A) = \frac{C_2^2 + C_3^2 + C_4^2}{36} = \frac{10}{36}$$

ب) احتمال الحصول على كرتين من نفس الرقم

$$P(B) = \frac{C_5^2 + C_3^2}{36} = \frac{13}{36}$$

ج) احتمال الحصول على حمراء وخضراء على الأقل

$$P(C) = \frac{C_3^1 C_7^1 + C_2^2}{36} = \frac{15}{36}$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

4) احتمال الحصول على كريتين مجموع ارقامها يساوي 5
- يعني واحد يحمل رقم 3 والاخر يحمل رقم 2

$$P(D) = \frac{C_3^1 C_5^1}{36} = \frac{15}{36}$$

II) اعد نفس الاجابة للاسئلة السابقة ولكن السحب بدون ارجاع
- الحالات الممكنة

$$A_9^2 = 72$$

احتمالات :-
1) من نفس اللون :

$$P(A) = \frac{A_2^2 + A_3^2 + A_4^2}{72} = \frac{20}{72}$$

2) من نفس الرقم

$$P(B) = \frac{A_5^2 + A_3^2}{72} = \frac{26}{72}$$

3) كرة خضراء على الاقل

$$P(C) = \frac{2A_2^1 A_7^1 + A_2^2}{72} = \frac{30}{72}$$

4) كريتين مجموع ارقامهما يساوي 5

$$P(D) = \frac{2A_3^2 A_5^1}{72} = \frac{30}{72}$$

III) اعد نفس الاجابة للاسئلة السابقة ولكن السحب يكون بارجاع الكرة المسحوبة

- الحالات الممكنة

$$9^2 = 81$$

احتمال :
1) ما تحمل اللون

$$P(A) = \frac{2^2 + 3^2 + 4^2}{81} = \frac{29}{81}$$

2) ما تحمل الرقم

$$P(B) = \frac{1^2 + 5^2 + 3^2}{81} = \frac{35}{81}$$

3) مختلفة الرقم احتمال عكسي

$$P(\bar{B}) = \frac{2(1\times5) + 2(1\times3) + 2(3\times5)}{81}$$

$$P(\bar{B}) = \frac{46}{81}$$

$$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - \frac{46}{81} = \frac{35}{81}$$

3) كرة خضراء على الاقل

$$P(C) = \frac{2(2\times7) + 2^2}{81} = \frac{32}{81}$$

ولما احتمال عدم ظهور الخضراء احتمال عكسي

$$P(\bar{C}) = \frac{7^2}{81} = \frac{49}{81}$$

$$P(C) = 1 - P(\bar{C}) = \frac{32}{81}$$

4) كريتين مجموع ارقامهما يساوي 5

$$P(D) = \frac{2(3\times5)}{82} = \frac{30}{81}$$

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

ت 3 : 14

وحدة انتاجية 10 عمال
4 شباب و 6 رجال
تكون لجنة من 3 اعضاء
الحالات الممكنة

$C_{10}^{3} = 120$

1) حساب الاحتمالات

أ) ثلاث شباب :

$P(A) = \frac{C_4^3}{120} = \frac{4}{120}$

ب) على الاقل امرأتين،

$P(B) = \frac{C_4^2 C_6^1 + C_4^3 C_6^0}{120} = \frac{40}{120}$

ج) على الاكثر امرأتين

$P(C) = \frac{C_4^2 C_6^1 + C_4^1 C_6^2 + C_4^0 C_6^3}{120} = \frac{116}{120}$

د) على الاقل امرأة واحدة

$P(D) = \frac{C_4^1 C_6^2 + C_4^2 C_6^1 + C_4^3 C_6^0}{120} = \frac{100}{120}$

طريقة الاحتمال العكسي هو عدم وجود النساء

$P(\bar{D}) = \frac{C_6^3}{120} = \frac{20}{120}$

$P(D) = 1 - P(\bar{D}) = \frac{100}{120}$

ت 3 : 15

كيس به 20 قرصة من 2011
سحب قرصتين في آن واحد
الحالات الممكنة

$C_{20}^{2} = 190$

1) الاحتمالات

أ) مجموع قرصتين يساوي 10
(1,9) أو (2,8) أو (3,7) أو (4,6)

$P(A) = \frac{C_1^1 C_1^1 + C_1^1 C_1^1 + C_1^1 C_1^1 + C_1^1 C_1^1}{190} = \frac{4}{190}$

ب) الفرق يساوي 4

توجد 16 حالة الفرق بينهم يساوي 4

$P(B) = \frac{16}{190}$

ج) مجموع ارقامهما يساوي 10 علما ان الفرق هو 4

من بين 16 حالة توجد حالة واحدة الجمع بينهما يساوي 10 وهي (3,7) سميتها D

$P(B \cap D) = \frac{1}{190}$

وبالتالي

$P_B(D) = \frac{P(B \cap D)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{190}}{\frac{16}{190}} = 0,0625$

راسمحولي إن اخطأت Bac ☺

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com