najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديموقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

المجمع الدراسي الخاص "ساريس"

فرض الثلاثي الأول للسنة الثالثة ثانوي

الشعبة: رياضيات – تقني رياضي

دورة 2024

موضوع في مادة: الرياضيات — المدة: ساعتان

التمرين الأول: (05 نقاط) – المعادلات التفاضلية

لتكن المعادلة التفاضلية (E) حيث:

$$(E) \dots \frac{dy}{dx} - 2y(x) = 2x + 1$$

ولتكن z دالة أخرى معرفة بالعبارة: $y(x) = z(x) + ax + b$، أين a وb هما عددان حقيقيان، وa غير معدوم.

1) أ/ تحقق أن $\frac{dy}{dx} = \frac{dz}{dx} + a$، ثم بين أن الدالة z تحقق المعادلة (E') حيث:

$$(E') \dots \frac{dz}{dx} - 2z(x) = (2a + 2)x + (1 + 2b - a)$$

ب/ عين العددين الحقيقيين a وb حتى تكون المعادلة (E') معطاة كما يلي:

$$(E') \dots \frac{dz}{dx} - 2z(x) = 0$$

جـ/ عين الدوال z حلول المعادلة (E')

2) استنتج عبارة الدالة y حل المعادلة التفاضلية (E).

3) عين الحل الخاص للمعادلة (E) حيث: $y(0) = 0$.

التمرين الثاني: (05 نقاط) – حل معادلات ومتراجحات تتضمن الدالة الأسية واللوغاريتمية

اختر لكل عبارة مما يلي الجواب الصحيح الوحيد مما يلي مع التبرير:

ملاحظة: لا نقبل كتبرير استخدام مبدأ الإقصاء يجب حل المعادلات والوصول إلى أحد الأجوبة.

1) مجموعة حلول المتراجحة $e^{2x} + 6 < 5e^x$ في $\mathbb{R}$ هي:

ج1) $S =]\ln(2)\,;\ln(3)[$ ج2) $S =]2;3[$ ج3) $S =]-\infty;\ln(2)[\cup]\ln(3)\,;+\infty[$

2) لتكن جملة المعادلتين $\begin{cases} e^{x+y} = 3 \\ e^x + e^y = 4 \end{cases}$. باعتبار $x < y$ فإن الثنائية $(x\,;y)$ التي تحل الجملة هي:

ج1) $x = 1\,;y = 3$ ج2) $x = 0\,;y = \ln(3)$ ج3) $x = \ln(3)\,;y = 0$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

3) مجموعة حلول المعادلة $\ln(\ln(\ln(x))) = 0$ في $\mathbb{R}$ هي:

ج1) $x = 1$ ج2) $x = e$ ج3) $x = e^e$

4) لتكن جملة المعادلتين $\begin{cases} \ln(x) + \ln(y^2) = -1 \\ \ln(x) + \ln\left(\frac{1}{y^2}\right) = 5 \end{cases}$. الثنائية $(x\ ;\ y)$ التي تحل الجملة هي:

ج1) $x = 2\ ;\ y = -\frac{3}{2}$ ج2) $x = e^2; y = \sqrt{\frac{1}{e^3}}$ ج3) $\emptyset$

التمرين الثالث: (10 نقاط)

الجزء الأول: – الدوال العددية – دراسة دالة مثلثية

لتكن الدالة g المعرفة على $D = \left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$ بالعبارة: $g(x) = \tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$.

1) احسب كلا من: $\lim_{x \to >-\frac{\pi}{2}} g(x)$ و $\lim_{x \to <\frac{\pi}{2}} g(x)$. فسر النتيجتين هندسيا.

2) بين أن من أجل كل x من D فإن: $g'(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$. استنتج تغيرات الدالة g على المجال D.

تذكير: من أجل كل عدد حقيقي x فإن $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$

- احسب $g(0)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة g.

الجزء الثاني: – تركيب دالة مع الدالة الأسية – الاشتقاقية والاستمرارية

نعتبر الآن الدالة f المعرفة على المجال $D' = \left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$ بالعبارة: $f(x) = \begin{cases} e^{\tan(x)}\ ; x \in D \\ 0\ ; x = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$، والممثلة على معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ بالمنحنى (C). (نأخذ على محور الفواصل: $1cm \to \pi/6$، وعلى محور التراتيب: $1cm \to 0.5$).

1) احسب $\lim_{x \to <\frac{\pi}{2}} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

2) احسب $\lim_{x \to >-\frac{\pi}{2}} f(x)$ ، ماذا تستنتج حول استمرارية f من أجل $x = -\frac{\pi}{2}$؟

3) بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال D ثم شكل جدول تغيراتها.

4) عين معادلة المستقيم (T) المماسي للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

5) نقبل أن المنحنى (C) فوق المستقيم (T) من أجل كل x من D'.
أنشئ كل من المستقيمات المقاربة، المستقيم (T) والمنحنى (C).

6) نعتبر المعادلة التالية المتعلقة بالوسيط الحقيقي m كما يلي:

$$(E) \dots \tan(x) + \ln\left(\frac{1}{x+m}\right) = 0$$

أ/ بين أن حلول المعادلة (E) تؤول إلى حل المعادلة $f(x) = x + m$.

ب/ ناقش بيانيا حلول المعادلة (E).

انتهى الموضوع – بالتوفيق

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

فرض في مادة: الرياضيات — الثلاثي الأول 2024

التصحيح النموذجي لفرض الثلاثي الأول لمادة الرياضيات – سنة ثالثة رياضيات / تقني رياضي

السؤال	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة كلية
	التمرين الأول (05 نقاط)		
1)	أ/ التحقق: لدينا: $y = z + ax + b$، و عليه فإن: $\frac{dy}{dx} = \frac{d[z+ax+b]}{dx} = \frac{dz}{dx} + \frac{d(ax+b)}{dx} = \frac{dz}{dx} + a$ تبيين أن الدالة z تحقق المعادلة (E'): نعوض في المعادلة (E) قيمتي dy/dx و y بما يقابلهما بدلالة z فنجد: $\frac{dy}{dx} - 2y = \frac{dz}{dx} + a - 2(z + ax + b) = \frac{dz}{dx} + a - 2z - 2ax - 2b$ $= \frac{dz}{dx} - 2z - (2ax - a + 2b) = 2x + 1$ و هذا يكافئ: $\frac{dz}{dx} - 2z = 2x + 1 + 2ax - a + 2b$ $\frac{dz}{dx} - 2z = (2a + 2)x + (1 + 2b - a)$ و هي ذات المعادلة (E') المطلوبة.	0.5 0.5 0.5	1.5
	بـ/ تعيين قيم a و b: المطلوب هو تعيين قيمتي a و b حتى يكون لدينا: $(2a + 2)x + (1 + 2b - a) = 0$ أي: $\begin{cases} 2a + 2 = 0 \Leftrightarrow a = -1 \\ 1 + 2b - a = 0 \Leftrightarrow b = -1 \end{cases}$.	2×0.5	1
	جـ/ تعيين الحلول z للمعادلة (E'): المعادلة التفاضلية (E') من الشكل: $z' = 2z$، و عليه فإن حلها العام يعطى بـ: $z(x) = Ce^{2x}$ حيث C هو ثابت حقيقي غير معدوم.	0.75	0.75
2)	استنتاج العبارة العامة للدوال y حلول المعادلة (E): بما أن المعادلتين التفاضليتين (E) و (E') متكافئتان فإنه إذا كانت z حلا لـ (E') فإن الدالة y المعرفة بـ: $y = z + ax + b$ هي حل لـ(E). إذن عبارة y هي: $y(x) = z(x) - x - 1 = Ce^{2x} - x - 1$	0.75 0.75	0.75
3)	تعيين الحل الخاص حيث $y(0)=0$: لدينا: $y(0) = C - 1 = 0 \Leftrightarrow C = 1$ إذن الحل الخاص هو: $y(x) = e^{2x} - x - 1$	0.5 0.5	1
	التمرين الثاني (05 نقاط)		
1)	نضع $t = e^x$ إذن المتراجحة $e^{2x} + 6 < 5e^x$ تكافئ: $t^2 - 5t + 6 < 0$ ولدينا: $\Delta = (-5)^2 - 4(1)(6) = 1 > 0$ إذن جذور كثير الحدود $t^2 - 5t + 6$ هي: $t_1 = \frac{5-1}{2} = 2 \quad ; \quad t_2 = \frac{5+1}{2} = 3$ إذن: $t^2 - 5t + 6 = (t-3)(t-2) \Leftrightarrow e^{2x} - 5e^x + 6 = (e^x - 3)(e^x - 2)$	0.25 0.25	1.25

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

		وعليه ينتج لدين جدول الإشارة التالي: x | $-\infty$ | $\ln(2)$ | $\ln(3)$ | $+\infty$ e^x-3 | - | - | 0 | + e^x-2 | - | 0 | + | + $e^{2x}-5e^x+6$ | + | 0 | - | 0 | + وعليه فإن مجموعة حلول المتراجحة المعطاة هي (ج1): $S=]\ln(2);\ln(3)[$	0.5 0.25
(2	1.25	نضع $X=e^x$ و $Y=e^y$، وبما أن $x<y$ فإنه ينتج أن $X<Y$. إذن الجملة المعطاة تكافئ: $\begin{cases}XY=3\\X+Y=4\end{cases}$، إذن العددان X و Y هما حلان للمعادلة: $t^2-4t+3=0$ لدينا: $\Delta=4^2-4(1)(3)=4>0$. وعليه فإن المعادلة تقبل حلان هما: $X=e^x=\frac{4-2}{2}=1\Leftrightarrow x=\ln(1)=0$ $Y=e^y=\frac{4+2}{2}=3\Leftrightarrow y=\ln(3)$ وعليه فإن الجواب الصحيح هو (ج2): $x=0\,;\,y=\ln(3)$.	0.25 0.25 0.25 0.25 0.25
(3	1.25	حل المعادلة: $\ln(\ln(\ln(x)))=0\Leftrightarrow\ln(\ln(x))=e^0=1\Leftrightarrow\ln(x)=e\Leftrightarrow x=e^e$ وعليه فإن الجواب الصحيح هو (ج3)	1 0.25
(4	1.25	الجملة المعطاة تكافئ: $\begin{cases}\ln(x)+2\ln(y)=-1\\\ln(x)-2\ln(y)=5\end{cases}$. باختيار $X=\ln(x)$ و $Y=\ln(y)$ فإننا نحصل على جملة مكافئة: $\begin{cases}X+2Y=-1\\X-2Y=5\end{cases}$ بحل الجملة نجد: $X=\ln(x)=2\Leftrightarrow x=e^2$ $Y=\ln(y)=-\frac{3}{2}\Leftrightarrow y=e^{-\frac{3}{2}}=\sqrt{\frac{1}{e^3}}$ وعليه فإن الجواب الصحيح هو (ج2)	0.25 0.25 0.25 0.25 0.25
التمرين الثالث (10 نقاط)			
الجزء الأول		الدالة g المعرفة على $D=\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ بالعبارة: $g(x)=\tan(x)=\frac{\sin(x)}{\cos(x)}$.	
(1	1	حساب نهايات الدالة g عند أطراف المجال D: $\lim_{x\to>-\frac{\pi}{2}}g(x)=\lim_{x\to>-\frac{\pi}{2}}\frac{\sin(x)}{\cos(x)}=-\infty$ $\lim_{x\to<\frac{\pi}{2}}g(x)=\lim_{x\to<\frac{\pi}{2}}\frac{\sin(x)}{\cos(x)}=+\infty$ التفسير الهندسي: منحنى الدالة g يقبل مستقيمين مقاربين موازيين لمحور التراتيب معادلتيهما هما: $x=\frac{\pi}{2}$ و $x=-\frac{\pi}{2}$.	0.25 0.25 0.5
(2	1	حساب مشتقة الدالة g: الدالة g قابلة للاشتقاق من أجل كل عدد x من المجال D حيث: $g'(x)=\frac{\cos(x)\cos(x)-(-\sin(x))\sin(x)}{\cos^2(x)}=\frac{\cos^2(x)+\sin^2(x)}{\cos^2(x)}$ $=\frac{1}{\cos^2(x)}>0$	0.5

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

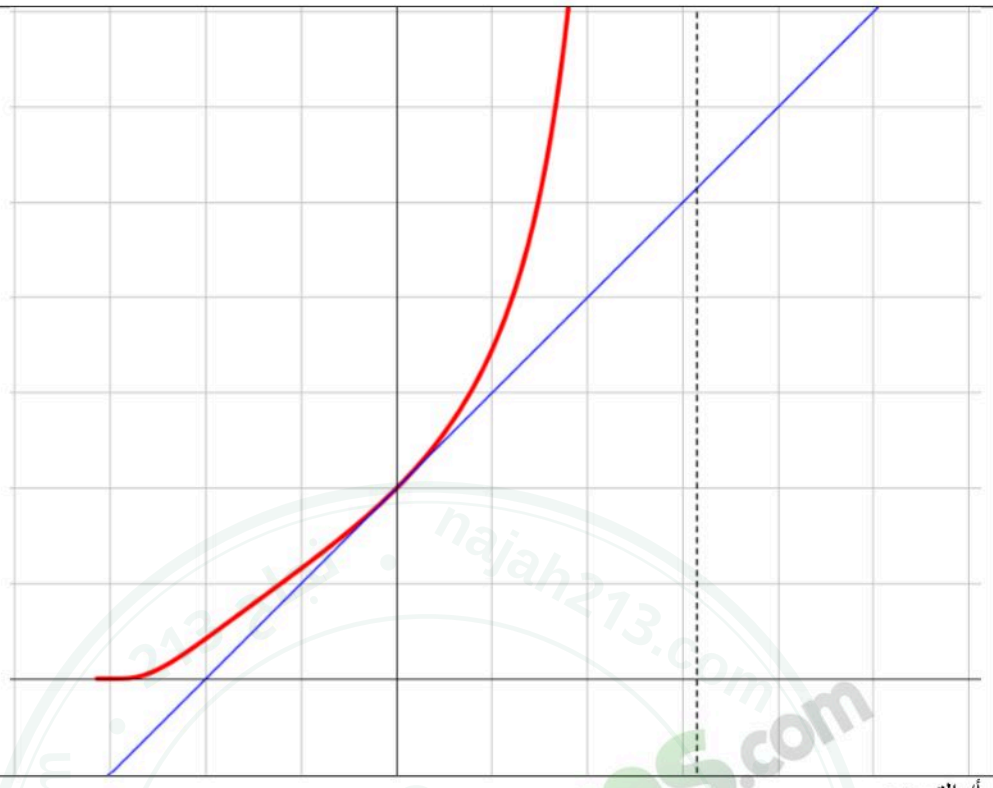
	مشتقة الدالة g موجبة تماما من أجل كل x من D وعليه فإن الدالة g متزايدة تماما على D.	0.5	
	حساب $g(0)$: $$g(0)=\tan(0)=\frac{\sin(0)}{\cos(0)}=\frac{0}{1}=0$$ جدول تغيرات الدالة g:	0.25 0.5	0.75
الجزء الثاني	نعتبر الآن الدالة f المعرفة على المجال $D'=\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ بالعبارة: $f(x)=\begin{cases}e^{\tan(x)}\;;x\in D\\0\;;x=-\frac{\pi}{2}\end{cases}$، والممثلة على معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ بالمنحنى (C).		
(1	حساب النهاية: $\lim\limits_{x\to<\frac{\pi}{2}} f(x)$ نستعمل تغيير المتغير: $t=tan\,(x)$، إذن: $$\lim_{x\to<\frac{\pi}{2}}\tan(x)=\lim_{t\to+\infty}t$$ وعليه فإنه حسب خاصية نهاية مركب دالتين ينتج أن: $$\lim_{x\to<\frac{\pi}{2}}e^{\tan(x)}=\lim_{t\to+\infty}e^{t}=+\infty$$ التفسير الهندسي: المنحنى (C) يقبل مستقيما مقاربا موازيا لمحور التراتيب معادلته $x=\pi/2$.	0.5 0.25	0.75
(2	حساب النهاية $\lim\limits_{x\to>-\frac{\pi}{2}} f(x)$: نستعمل تغيير المتغير: $t=tan\,(x)$، إذن: $$\lim_{x\to>-\frac{\pi}{2}}\tan(x)=\lim_{t\to-\infty}t$$ وعليه فإنه حسب خاصية نهاية مركب دالتين ينتج أن: $$\lim_{x\to>-\frac{\pi}{2}}e^{\tan(x)}=\lim_{t\to-\infty}e^{t}=0$$ الاستنتاج: بما أن $\lim\limits_{x\to>-\frac{\pi}{2}} f(x)=f\left(-\frac{\pi}{2}\right)=0$ فإننا نستنتج أن الدالة f مستمرة عند $x=-\pi/2$ من اليمين.	0.5 0.5	1
(3	تبيين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال D': الدالة f تقبل الاشتقاق من أجل كل x من المجال D حيث: $$f'(x)=[\tan(x)]'e^{\tan(x)}=g'(x)e^{\tan(x)}$$ بما أننا أثبتنا سابقا أن $g'(x)>0$ من أجل كل x من D، وكذلك من أجل كل x من D فإن $e^{\tan(x)}>0$ فإنه ينتج أن الدالة $f'(x)>0$ من أجل كل x من D وعليه فإن الدالة f متزايدة تماما على المجال D. جدول تغيراتها:	0.5 0.5 0.5 0.5	2
(4	معادلة المماس: $$(T):y=f'(0)(x-0)+f(0)\Leftrightarrow(T):y=x+1$$	0.5	0.5
(5	إنشاء المستقيم المقارب، المماس والمنحنى:		1

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

	1		
1	1	أ/ التبيين: $\tan(x)+\ln\left(\frac{1}{x+m}\right)=0 \Leftrightarrow \tan(x)-\ln(x+m)=0$ $\Leftrightarrow \tan(x)=\ln(x+m) \Leftrightarrow e^{\tan(x)}=e^{\ln(x+m)} \Leftrightarrow f(x)=x+m$ وهو المطلوب.	6)
1	4×0.25	ب/ المناقشة البيانية لحلول المعادلة: من أجل $m \in]-\infty;1[$: المعادلة لا تقبل حلول. من أجل $m=1$: المعادلة تقبل حلا واحدا. من أجل $m \in \left]1;\frac{\pi}{2}\right[$: المعادلة تقبل حلين. من أجل $m \in \left]\frac{\pi}{2};+\infty\right[$: المعادلة تقبل حلا واحدا.	

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com