najah213.com · نجاح 213

السلسلة رقم10 ..... المستوى: الثانية ثانوي ..... الأقسام العلمية .....الجداء السلمي في المستوي..... السنة الدراسية 2020-2021

الكاتب لا طموح، كالطير لا أجنحة.

*** :تمثل درجة الصعوبة**

تعريف: الجداء السلمي لشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ هو العدد الحقيقي الذي نرمز إليه بالرمز $\vec{u}\cdot\vec{v}$ و المعرف بـ:

- $\vec{u}\cdot\vec{v}=0$ إذا كان $\vec{u}=\vec{0}$ أو $\vec{v}=\vec{0}$
- $\vec{u}\cdot\vec{v}=\|\vec{u}\|\|\vec{v}\|\cos(\vec{u},\vec{v})$ إذا كان $\vec{u}\neq\vec{0}$ و $\vec{v}\neq\vec{0}$

مبرهنة1: إذا كانت، في معلم متعامد و متجانس، إحداثيات $\vec{u}$ هي (x,y) و كانت إحداثيات $\vec{v}$ هي (x',y') فإن:

$$\vec{u}\cdot\vec{v}=xx'+yy'$$

مبرهنة2: القول أن الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متعامدان يعني أن $\vec{u}\cdot\vec{v}=0$.

التمرين رقم 01 *

ABC مثلث متقايس الأضلاع حيث $AB=AC=BC=3$ و لتكن النقط A'، B' و C' منتصفات القطع المستقيمة $[BC]$، $[AC]$ و $[AB]$ على الترتيب.

أحسب الجداءات السلمية الآتية بطريقتين مختلفتين:

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$، $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CA}$، $\overrightarrow{CC'}\cdot\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{A'B'}\cdot\overrightarrow{AB}$.

التمرين رقم 02 *

$ABCD$ مربع طول ضلعه a. I و J هما النقطتان المعرفتان بـ: $\overrightarrow{BI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{CJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$.

1. أحسب الجداءات السلمية التالية: $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$، $\overrightarrow{BI}\cdot\overrightarrow{CJ}$، $\overrightarrow{BI}\cdot\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CJ}$

بكتابة $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BI}$ و $\overrightarrow{BJ}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CJ}$ أثبت أن $\overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{BJ}=0$. ماذا تستنتج ؟

مبرهنة: إذا كان $\vec{u}$ و $\vec{v}$ شعاعين حيث $\vec{u}\neq\vec{0}$ و كان $\vec{v'}$ المسقط العمودي للشعاع $\vec{v}$ على $\vec{u}$ فإن:

$$\vec{u}\cdot\vec{v}=\vec{u}\cdot\vec{v'}$$

التمرين رقم 03**

أصحيح أم خاطئ .

1. الجداء السلمي لشعاعين هو عدد حقيقي موجب .
2. إذا كان $\vec{u}$ و $\vec{v}$ شاعين مرتبطين خطيا فإن : $\vec{u}.\vec{v}=\|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|$
3. من أجل كل شعاع $\vec{u}$ ، $\vec{u}^2=\|\vec{u}\|^2$ إذن $\vec{u}=\|\vec{u}\|$
4. إذا كان $\vec{u}.\vec{v}=0$ فإن $\vec{u}=0$ أو $\vec{v}=0$.
5. إذا كان $\|\vec{u}\|=1$ ، $\|\vec{u}\|=2$ و $(\vec{u},\vec{v})=\frac{2\pi}{3}$ فإن $\vec{u}.\vec{v}=-1$
6. إذا كان $\|\vec{u}\|=\sqrt{2}$ ، $\|\vec{u}\|=1$ و $(\vec{u},\vec{v})=-\frac{\pi}{4}$ فإن $\|\vec{u}+\vec{v}\|^2=4$
7. من أجل كل الأشعة $\vec{u}$ ، $\vec{v}$ ، $\vec{w}$ ، $(2\vec{u}-\vec{v}).\vec{w}=2(\vec{u}.\vec{w})-\vec{v}.\vec{w}$
8. من أجل كل شعاعين $\vec{u}$ ، $\vec{v}$ ، $\|\vec{u}+\vec{v}\|^2=\|\vec{u}\|^2+2\vec{u}.\vec{v}+\|\vec{v}\|^2$
9. إذا كان $\vec{u}.\vec{v}=\vec{u}.\vec{w}$ فإن $\vec{v}=\vec{w}$.
10. إذا علمنا أن $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=AB^2$ فإن ABC مثلث متساوي الساقين رأسه A .
11. A نقطة و $\vec{u}$ شعاع غير معدوم. مجموعة النقط M حيث $\overrightarrow{AM}.\vec{u}=0$ هي مستقيم .
12. في معلم متعامد ومتجانس ، معادلة الدائرة ذات المركز $A(1;2)$ ونصف القطر 2 هي $x^2+y^2-2x-4y+1=0$
13. $\cos\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{7}\right)=\frac{1}{2}\left(\sqrt{3}\sin\frac{\pi}{7}-\cos\frac{\pi}{7}\right)$.
14. من أجل كل عدد حقيقي x ، $\cos^2\frac{x}{2}=\frac{1+\cos x}{2}$.
15. إذا كان $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix}$ فإن $\|\vec{u}\|=3$.
16. إذا كان $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$ و $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$ فإن $\vec{u}.\vec{v}=-5$.
17. إذا كان $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$ و $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\-3\end{pmatrix}$ فإن $\vec{u}\perp\vec{v}$

يتكلم العاقل عن أفكاره و المتكبر عن أعماله و السوقي عن طعامه

الأستاذ: مزروح يوسف.....رقم الهاتف:0771-546-871..... البريد الإلكتروني:mezrouh.youcef7@gmail.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

بوركينا فاسو ومحاولة الانتقال إلى الحداثة

التمرين رقم 04 *

A و B نقطتان من المستوي . مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق العلاقة : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$ هي :

أ) محور القطعة $[AB]$.

ب) الدائرة ذات القطر $[AB]$.

ج) المستقيم (AB) .

التمرين رقم 05 *

$ABCD$ مربع حيث $AB=6$ و I نقطة تقاطع قطريه.

احسب الجداءات السلمية التالية:

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DC}$ ، $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CB}$ ، $\overrightarrow{IB}.\overrightarrow{IC}$ ، $\overrightarrow{DI}.\overrightarrow{BI}$

التمرين رقم 06 **

ABC مثلث حيث $AB=2$ و $AC=3$ و $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=4$.

هل هذا المثلث قائم في A ؟ علل.

التمرين رقم 07 **

ABC مثلث متساوي الساقين و قائم في B و ACD مثلث متقايس الأضلاع .علما أن $AC=6$

1) احسب الجداءات السلمية التالية $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{CD}$ ، $\overrightarrow{DC}.\overrightarrow{DA}$ ، $\overrightarrow{DC}.\overrightarrow{DB}$

2) احسب DH حيث H هو المسقط العمودي لـ B على المستقيم (DC) .

3) احسب الجداء السلمي $\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{CB}$ و استنتج قيمة $\cos DCB$

تعريف: القول أن الشعاع غير المعدوم $\vec{n}$ شعاع ناظمي لمستقيم (D) يعني أن $\vec{n}$ عمودي على شعاع توجيه لِـ (D)

مبرهنة: في معلم متعامد و متجانس يكون لكل مستقيم حيث الشعاع غير المعدوم $\vec{n}(a,b)$ شعاع ناظمي له معادلة من الشكل:

$ax+by+c=0$ حيث c عدد حقيقي.

التمرين رقم 08 **

عين معادلة ديكارتية للمستقيم (D) في كل حالة من الحالات التالية:

أ) (D) يشمل $A(2;-1)$ و $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ شعاع ناظمي له.

ب) (D) يشمل $A(-\sqrt{2};1)$ و عمودي على المستقيم (BC) حيث $B(-2;1)$ و $C(5;2)$

ج) (D) يشمل O و عمودي على المستقيم الذي معادلته $2x+3y-6=0$

التمرين رقم 09 **

D_1 و D_2 مستقيمان معادلتاهما على الترتيب:

$y=2x+1$ و $y=-\frac{1x+3}{2}$

1)عين شعاعا ناظميا $\vec{n_1}$ لـ D_1 و شعاعا ناظميا $\vec{n_2}$ لـ D_2

2) احسب $\vec{n_1}$. $\vec{n_2}$.

3) ماذا تستنتج بالنسبة للمستقيمين D_1 و D_2 ؟

مبرهنة: في معلم متعامد و متجانس معادلة الدائرة (C) التي مركزها $\Omega(x_0,y_0)$ و نصف قطرها r $(r>0)$ هي:

$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$

الدائرة التي قطرها $[AB]$ هي مجموعة النقط M حيث $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$

التمرين رقم 10 **

$(O;\vec{i},\vec{j})$ معلم متعامد و متجانس.

1. عين معادلة (C) الدائرة التي مركزها $\Omega(-2,1)$ و نصف قطرها $\sqrt{3}$.
2. عين معادلة (C') الدائرة التي قطرها $[AB]$ علما أن $A(-2,-1)$ و $B(-3,2)$.
3. بين أن مجموعة النقط $M(x,y)$ حيث $x^2+y^2-2x-3=0$ دائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

هل (Γ) مجموعة النقط $M(x,y)$ حيث $x^2+y^2+2x-4y+8=0$ دائرة ؟

نحن معشر الرياضيين دائما ما تجد لدينا مسحة من الجنون

الأستاذ: مزروح يوسف.....رقم الهاتف:0771-546-871..... البريد الإلكتروني:mezrouh.youcef7@gmail.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com · نجاح 213

أ) **التمرين رقم 11 ****

A و B نقطتان احداثييهما على الترتيب $(-3;2)$ و $(2;0)$.

1) عين معادلة الدائرة التي قطرها $[AB]$.

2) عين معادلة لمماس هذه الدائرة في النقطة B

التمرين رقم 12 **

لتكن النقط $A(1;3)$ ، $B(3;0)$ و $C(-5;-1)$.

1) بين أن المثلث ABC قائم.

2) عين معادلة للدائرة المحاطة بالمثلث ABC.

3) عين معادلة لمماس هذه الدائرة في A.

التمرين رقم 13 ***

لتكن $A\left(0;\frac{9}{2}\right)$ و (D) المستقيم الذي معادلته $4x+3y-1=0$.

1) عين معادلة المستقيم Δ العمودي على (D) و الذي يشمل A.

2) عين احداثيي نقطة تقاطع Δ و (D).

3) استنتج المسافة بين A و (D).

مبرهنة: A و B نقطتان و I منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$. من أجل كل نقطة M لدينا:

$$MA^2+MB^2=2MI^2+\frac{1}{2}AB^2$$

قاعدة المساحة

مبرهنة: ABC مثلث حيث $AB=c$ ، $AC=b$ ، $BC=a$ و S مساحة المثلث ABC. لدينا العلاقات التالية:

$$S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}ab\sin C$$

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$$

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A \quad (1)$$

$$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B \quad (2)$$

$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C \quad (3)$$

التمرين رقم 14 ***

ABC مثلث حيث: $BC=8$ ، $B=50°$ و $C=70°$.

1. أحسب A.

أحسب AB و AC ثم عين مدور كل منهما إلى 10^{-2}

التمرين رقم 15 **

عين في كل حالة من الحالات التالية معادلة للدائرة (C)

أ) (C) مركزها $A(-1;2)$ و نصف قطرها $R=3$.

ب) (C) تشمل النقطة $A(4;1)$ ومركزها $B(2;3)$.

ج) (C) قطرها $[AB]$ حيث $A(2;1)$ و $B(4;-1)$

التمرين رقم 16 **

(E) مجموعة النقط $M(x;y)$ حيث

$$x^2+y^2-10x+4y+23=0$$

ما هي طبيعة المجموعة (E)؟ أعط عناصرها المميزة

التمرين رقم 17 **

$ABCD$ مستطيل و M نقطة كيفية من المستوي .

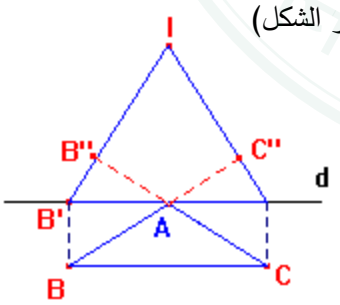
بين أن: $MD^2MC^2=MA^2+MB^2$

التمرين رقم 18 ***

ABC مثلث و d مستقيم يشمل A. B' المسقط العمودي لـ B على d. C' المسقط العمودي لـ C على d. $B"$ المسقط العمودي لـ B' على (AC)

$C"$ المسقط العمودي لـ C' على (AB)

نفرض أن المستقيمين $(B'B")$ و $(C'C")$ يتقاطعان في I . (انظر الشكل)



1) بين أن :

أ) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{AC'}$

ب) $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AB'}=\overrightarrow{AC'}.\overrightarrow{AB'}$

2) استنتج أن المستقيمين (AI) و (BC) متعامدان

لتكسب من لا يرتكب كل الأخطاء بنفسه، بل يترك الفرصة لغيره.
العبقرية هي واحد في المئة إلهام و99 في المئة عرق.

الأستاذ: مزروح يوسف.....رقم الهاتف:0771-546-871..... البريد الإلكتروني:mezrouh.youcef7@gmail.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

أدرس بنكاء وليس بجهد

التمرين رقم 19 **

في معلم متعامد و متجانس $(O;I,J)$ (C) هي الدائرة التي معادلتها $x^2+y^2-2x+4y+1=0$

T نقطة احداثييها $(3;4)$

1) أ) عين احداثيي النقطة Ω مركز الدائرة (C) و نصف قطرها .

ب) ارسم الدائرة (C) . مثل T .

2) نرسم من T المماسين للدائرة (C) و نسمي A_1 و A_2 نقطتي التماس.

أ) بين أن A_1 و A_2 تنتميان إلى الدائرة (C') ذات القطر $[\Omega T]$.

ب) أعط معادل للدائرة (C').

جـ) عين احداثيي A_1 و A_2 .

د) عين معادلة لكل مماس.

المسافة بين نقطة و مستقيم هي أصغر مسافة بين هذه النقطة و نقطة كيفية من هذا المستقيم

مبرهنة: في معلم متعامد و متجانس المسافة بين نقطة $A(x_0,y_0)$ و مستقيم (D) معادلته $ax+by+c=0$ هي: $\dfrac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

التمرين رقم 20 *

- أحسب المسافة بين النقطة $A(2,3)$ و المستقيم (D) ذو المعدلة: $y=2x+1$
- عين معادلة الدائرة (C) التي مركزها $\Omega(-2,1)$ و تمس المستقيم (D) ذو المعادلة: $x+y-2=0$
- لتكن (C') مجموعة النقط $M(x,y)$ و التي تحقق المعادلة: $x^2+y^2-2x-6y-3=0$
  - بين أن (C') دائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.
  - هل المستقيم (D') ذو المعادلة $3x+2y+4=0$ مماس للدائرة (C') ؟

**التمرين رقم 21 **

(D) المستقيم الذي معادلته $y=x-1$

و A النقطة التي احداثييها $(2;3)$.

نرمز بـ H إلى المسقط العمودي للنقطة A على (D).

1) ماذا يمكن القول عن الشعاع $\overrightarrow{AH}$ ؟

2) عين احداثيي النقطة H .

3) احسب المسافة AH .

**التمرين رقم 22 **

لتكن النقط $A\left(-\frac{3}{2};-1\right)$ ، $B(-1;3)$ و $C(5;-1)$

H هي المسقط العمودي للنقطة A على (BC).

1) عين شعاعا $\vec{n}$ ناظميا على (BC).

2) احسب $\overrightarrow{AB}.\vec{n}$ بطريقتين.

استنتج المسافة AH

المحل الهندسي

**التمرين رقم 23 **

ABC مثلث .ما هي مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ؟

التمرين رقم 24 *

ما هي مجموعة النقط M من المستوي حيث:

أ) $\left(2\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}\right).\overrightarrow{AB}=0$ ؟

ب) $\left(2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right).\left(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right)=0$ ؟

التمرين رقم 25 *

A و B نقطتان من المستوي و I منتصف $[AB]$

1) بين أن من أجل كل نقطة M من المستوي يكون:

$MA^2-MB^2=2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{AB}$

2) نفرض أن $AB=1$

- عين مجموعة النقط M من المستوي بحيث :

$MA^2-MB^2=2$

التمرين رقم 26 *

A و B نقطتان من المستوي حيث $AB=4$.

ما هي مجموعة النقط M من المستوي حيث

$MA^2+MB^2=16$ ؟

ليست الفكرة في أنني فائق الذكاء، بل كل ما في الأمر أنني أقضي وقتاً أطول في حل المشاكل!

الأستاذ: مزروح يوسف.....رقم الهاتف:0771-546-871..... البريد الإلكتروني:mezrouh.youcef7@gmail.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

دساتير التحويل في حساب المثلثات

$$\cos(a-b)=\cos a\cos b+\sin a\sin b$$
$$\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b$$
$$\sin(a-b)=\sin a\cos b-\cos a\sin b$$
$$\sin(a+b)=\sin a\cos b+\cos a\sin b$$
$$\sin 2a=2\sin a\cos a \qquad \cos 2a=\cos^2 a-\sin^2 a$$
$$\sin^2 a=\frac{1-\cos 2a}{2} \qquad \cos^2 a=\frac{1+\cos 2a}{2}$$

التمرين رقم 27 **

بملاحظة $\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}=\frac{7\pi}{12}$ أحسب القيم المضبوطة لكل من $\cos\frac{7\pi}{12}$ و $\sin\frac{7\pi}{12}$.

استنتج $\cos\frac{5\pi}{12}$ و $\sin\frac{5\pi}{12}$.

أحسب $\cos\frac{11\pi}{12}$ و $\sin\frac{11\pi}{12}$.

التمرين رقم 28 ***

أكتب بدلالة $\sin 2x$ كل من العبارتين التاليتين :

$(\cos x+\sin x)^2$ ؛ $(\cos x-\sin x)^2$.

التمرين رقم 29 ***

أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا :

أ) $\sin^4 x-\cos^4 x-\sin^2 x+\cos^2 x=0$.

ب) $\cos^4 x-\sin^4 x=\cos 2x$.

ج) $\cos^4 x+\sin^4 x+2\sin^2 x.\cos^2 x=1$

مسائل

المسألة رقم 01

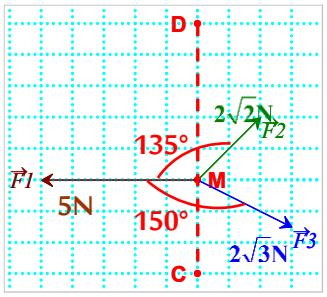
ABC مثلث متساوي الساقين رأسه A .

O منتصف القطعة $[BC]$ ، و H المسقط العمودي للنقطة O على $[AC]$. I منتصف $[OH]$.

برهن أن المستقيمين (AI) و (BH) متعامدان

المسألة رقم 02

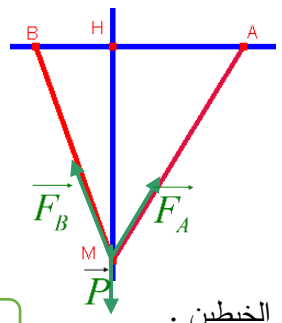
نقول عن جسم أنه في توازن إذا كان مجموع القوى معدوما .



1) جسم M متعرض إلى ثلاث قوى كما هو مبين في الشكل .

أ) هل الجسم في توازن ؟

ب) عين العمل لمحصلة القوى $\vec{R}=\vec{F_1}+\vec{F_2}+\vec{F_3}$ إذا كان الجسم يتحرك من D إلى C ، حيث $DC=4\,cm$



2) جسم M كتلته m مثبت بخيطين معلقين في عريضة أفقية في A و B . الجملة في توازن أي : $\vec{P}+\vec{F_A}+\vec{F_B}=\vec{0}$ ، حيث

$\vec{P}$ هو ثقل الجسم ، $\vec{F_A}$ $\vec{F_B}$ تواترا الخيطين .

يعطى $\|\vec{P}\|=50$ ، $\|\vec{F_A}\|=35$ و $\|\vec{F_B}\|=40$.

عين زوايا المثلث ABM .

المسألة رقم 03

في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ نعرف النقطة $A(-2\,;\,5)$ والمستقيم (d) ذي المعادلة $y=-3x+1$

الهدف هو حساب المسافة بين النقطة A والمستقيم (d) باستعمال طريقتين .

الطريقة الأولى :

نعين النقطة H المسقط العمودي للنقطة A على (d) .

أ) عين معادلتين تربط بين إحداثيي النقطة H . ثم أحسب إحداثيي النقطة H .

ب) عين المسافة AH .

الطريقة الثانية :

أ) أثبت أن النقطة $B(1\,;-2)$ تنتمي إلى المستقيم (d)

ب) نضع $\vec{u}(1\,;-3)$ ، تحقق أن $\vec{u}$ هو شعاع التوجيه للمستقيم (d) .

اشرح لماذا القول أن M تنتمي إلى (d) راجع إلى إيجاد عدد حقيقي k حيث : $\overrightarrow{BM}=k.\vec{u}$.

ج) جد القيمة الحدية الصغرى للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(k)=10k^2+48k+58$. أحسب AM^2 .

د) استنتج .

التكرار كالنهر، كلما ارتاد عمقا قلت ضفافه

بعد المسافة لا يهم.. الخطوة الأولى فقط هي الأكثر صعوبة.

الأستاذ: مزروح يوسف.....رقم الهاتف:0771-546-871..... البريد الإلكتروني:mezrouh.youcef7@gmail.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com