najah213.com · نجاح 213

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية الأغواط — ثانوية : رابح بركاتي

شعبة : 3 علوم تجريبية — السنة الدراسية : 2023-2024

الفرض الثاني للثلاثي الأول في مادة : الرياضيات — المدة :2 سا

التمرين الأول :

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

I) g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = x\ln x + x$

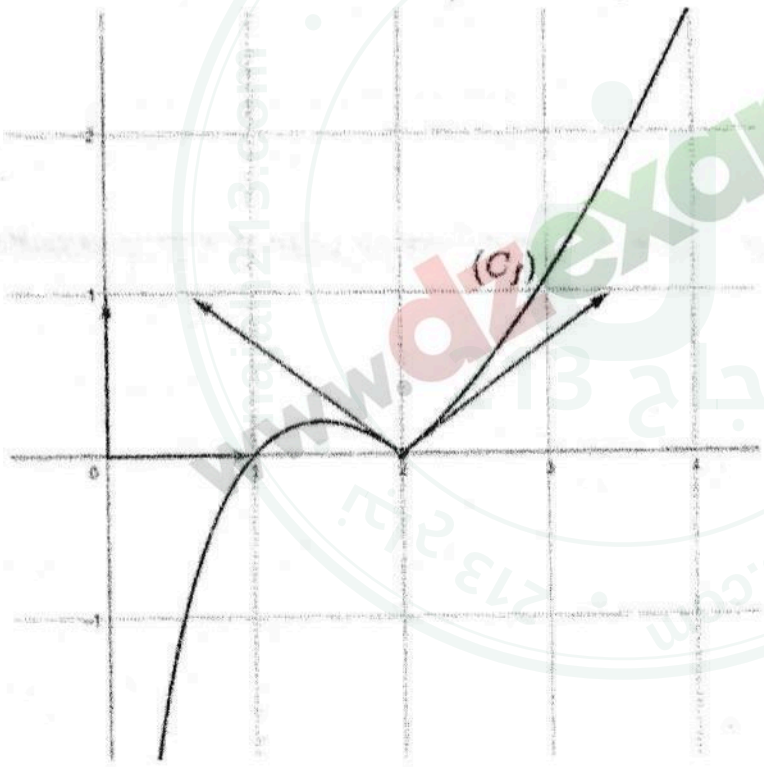
❶ ادرس تغيرات الدالة g

❷ أ- بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 2$ تقبل حلا وحيدا α في $]0;+\infty[$ ثم تحقق أن: $1.45 < \alpha < 1.46$

ب-استنتج إشارة $g(x) - 2$

II) التمثيل البياني المقابل (C_f) هو للدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ:

$f(x) = |x-2|\ln x$



❶ باستعمال (C_f)، ضع تخمينا حول قابلية اشتقاق الدالة f عند 2

❷ اثبت صحة تخمينك

❸ ادرس تغيرات الدالة f

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

التمرين الثاني

الجزء I :

g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=-4+(4-2x)e^{x}$.

1. ادرس تغيرات الدالة g.

2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α حيث:
$1,59<\alpha<1,60$.

3. استنتج إشارة $g(x)$.

الجزء II :

f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{2x-2}{e^{x}-2x}$.

$(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول $2\ cm$).

1. بين أن $(\mathcal{C}_f)$ يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلتيهما على الترتيب: $y=-1$ و $y=0$.

2. أ- برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^{x}-2x)^{2}}$.

ب- استنتج إشارة $f'(x)$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

جـ- احسب $f(1)$، ثم استنتج، حسب قيم x، إشارة $f(x)$.

3. أ- بين أن: $f(\alpha)=-1+\dfrac{1}{\alpha-1}$، حيث α هو العدد المعرف في السؤال 2 من الجزء الأول.

ب- استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$. (تدور النتائج إلى 10^{-2}).

جـ- ارسم المنحنى $(\mathcal{C}_f)$.

4. ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد وإشارة حلول المعادلة:
$2x-2=(e^{x}-2x)(m+1)$.

5. h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=[f(x)]^{2}$.

أ- احسب $h'(x)$ بدلالة كلا من $f'(x)$ و $f(x)$، ثم استنتج إشارة $h'(x)$.

ب- شكل جدول تغيرات الدالة h.

بالتوفيـــق.

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

Bac 2024

حل موضوع العرض الثاني للثلاثي الأول.

I / g الدالة المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ: $g(x)=x\ln x+x$

① دراسة تغيرات الدالة g:

• النهايات:

$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} g(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}}(x\ln x+x)=0$

$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}}(x\ln x)=0$ لأن

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(x\ln x+x)=+\infty$

المشتقة: من أجل كل x من $]0,+\infty[$

$g'(x)=\ln x+1+1=\ln x+2$

إشارة $g'(x)$:

$\ln x+2\geq 0$

$\ln x\geq -2$ $\Leftrightarrow$ $x\geq e^{-2}$

جدول الإشارة:

x	0		e^{-2}		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$g(x)$	‖ $+\infty$	↘	$g(e^{-2})=-e^{-2}$	↗	$+\infty$

② - لدينا g مستمرة ومتزايدة تماما على $[e^{-2},+\infty[$ و $g(e^{-2})\simeq -0,13<2$

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ و $2\in[e^{-2},+\infty[$

$g(1,45)\simeq 1,98<2$

$g(1,46)\simeq 2,01>2$

$\alpha\in]1,45;1,46[$ ومنه

إشارة $g(x)-2$:

$g(x)-2=0$

$x=\alpha$

x	0		α		$+\infty$
$g(x)-2$	‖	$-$	0	$+$	

II / $f(x)=|x-2|\ln x$

① التحقق حول قابلية اشتقاق الدالة f عند 2:

الدالة f معرفة على $]0,+\infty[$ ومنه f قابلة للاشتقاق عند 2

و (C) يقبل نصفي مماسين (T) و (T') (النقطة $(2;0)$ نقطة زاوية)

② إثبات صحة التخمين:

(دراسة قابلية الاشتقاق عند 2)

$f(x)=\begin{cases}(x-2)\ln x & ; x\geq 2\\ (-x+2)\ln x & ; 0<x\leq 2\end{cases}$

$\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ <}}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}=\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ <}}\dfrac{(-x+2)\ln x}{(x-2)}=-\ln 2$

$\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ >}}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}=\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ >}}\dfrac{(x-2)\ln x}{(x-2)}=\ln 2$

$\ln 2\neq -\ln 2$

ومنه f غير قابلة للاشتقاق عند $x=2$

تأويل هندسي: (C) يقبل نصفي مماسين (T) و (T') عند النقطة $(2;0)$ معامل توجيههما $-\ln 2$ و $\ln 2$

③ دراسة تغيرات الدالة f:

$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}}|x-2|\ln x=-\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}|x-2|\ln x=+\infty$

ت. هـ: $x=0$ م. م عمودي لـ (C_f)

المشتقة:

$f'(x)=|x-2|\ln x=\begin{cases}(x-2)\ln x & ; x\geq 2\\ -(x-2)\ln x & ; x\leq 2\end{cases}$

الدالة f قابلة للاشتقاق على $]0,2[\cup]2,+\infty[$

على $]2,+\infty[$

$f'(x)=\ln x+\dfrac{x-2}{x}=\dfrac{x\ln x+x-2}{x}=\dfrac{g(x)-2}{x}$

إشارة من إشارة $g(x)-2$

x	0		α		2		$+\infty$
$g(x)-2$	‖	$-$	0	$+$			

الدالة f متزايدة تماما على $]2,+\infty[$

• على المجال $]0,2[$

$f'(x)=-\ln x-\dfrac{x-2}{x}=\dfrac{-x\ln x-x+2}{x}=\dfrac{-g(x)+2}{x}=\dfrac{-(g(x)-2)}{x}$

إشارة من إشارة $-(g(x)-2)$

x	0		α		2
$-(g(x)-2)$	‖	$+$	0	$-$	

الدالة f متزايدة تماما على $]0,\alpha[$

ومتناقصة تماما على $]\alpha,2[$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \left(\frac{2x-2}{e^x-2x}\right)$

$= \lim_{x\to+\infty} \frac{x\left(2-\frac{2}{x}\right)}{x\left(\frac{e^x}{x}-2\right)} = 0$ 0,25

$\left(\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty ; \lim_{x\to+\infty} \frac{2}{x} = 0\right)$

ب) - اثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;0]$ المنحنى (C_f) يقبل مماساً معامل توجيهه 0

② - دراسة اتجاه تغير الدالة f:

من أجل كل عدد حقيقي x

$f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x-2x)^2}$

$f'(x) = \frac{2(e^x-2x)-(e^x-2)(2x-2)}{(e^x-2x)^2}$

$= \frac{2e^x-4x-2xe^x+2e^x+4x+4}{(e^x-2x)^2}$

$= \frac{4e^x-2xe^x+4}{(e^x-2x)^2}$

$= \frac{-4+(4-2x)e^x}{(e^x-2x)^2} = \frac{g(x)}{(e^x-2x)^2}$

ب) استنتاج إشارة $f'(x)$ ثم إشارة $g(x)$.

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		↘	-1	↗	$f(\alpha)$	↘	

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	

- الدالة g متناقصة تماماً على المجال $[1;+\infty[$

- الدالة g متزايدة تماماً على المجال $]-\infty;1]$

x	$-\infty$		0		1		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	$2e-4$	$-$	0	$-$	
		↘		↗		↘		↘	
			-4						$-\infty$

$g(1) = -4+(4-2)e = 2e-4$

$g(0) = 0$ 0,25

- g مستمرة ورتيبة تماماً على المجال $[1;+\infty[$ وبالتالي على $[1,59;1,60]$

$g(1,59) = 0,02 > 0$

$g(1,60) = -0,04 < 0$

حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $1,59 < \alpha < 1,60$

استنتاج إشارة $g(x)$: $g(\alpha)=g(0)=0$

x	$-\infty$		0		1		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	

$f(x) = \frac{2x-2}{e^x-2x}$ $D_f = \mathbb{R}$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \left(\frac{2x-2}{e^x-2x}\right)$ - ①

$\left(\lim_{x\to-\infty} \frac{2}{x} = 0 ; \lim_{x\to-\infty} e^x = 0\right)$

$= \lim_{x\to+\infty} \frac{x\left(2-\frac{2}{x}\right)}{x\left(\frac{e^x}{x}-2\right)} = -1$ 0,25

x	$-\infty$		α		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(\alpha)$	↘	0	↗	$+\infty$

التحديد بين 1,2 : (C_f)

① دراسة تغيرات الدالة g:

$g(x) = -4+(4-2x)e^x$

النهايات:

$\lim_{x\to-\infty} g(x) = \lim_{x\to-\infty} (-4+4e^x-2xe^x)$

$= -4$ 0,25

$\left(\lim_{x\to-\infty} xe^x = 0 ; \lim_{x\to-\infty} e^x = 0\right)$

$\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim_{x\to-\infty} (-4+(4-2x)e^x$

$= -\infty$ 0,25

$\left(\lim_{x\to+\infty} (4-2x) = -\infty ; \lim_{x\to+\infty} e^x = +\infty\right)$

المشتقة:

من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا:

$g'(x) = -2e^x+(4-2x)e^x$

$= (4-2x-2)e^x$ 0,25

$= (2-2x)e^x = 2(1-x)e^x$

من أجل كل عدد حقيقي x

$e^x > 0$ ومنه إشارة $g'(x)$ من إشارة $1-x$

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

$f(1) = \frac{2-2}{e-2} = 0$ 0,25

1 - استنتاج حسب قيم x إشارة $f(x)$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

0,75

أ) - إثبات أن: $f(\alpha) = -1 + \frac{1}{\alpha - 1}$ ③

$f(\alpha) = \frac{2\alpha - 2}{e^\alpha - 2\alpha}$

لدينا: $g(\alpha) = 0$

معناه: $-4 + (4 - 2\alpha)e^\alpha = 0$

$e^\alpha = \frac{4}{4-2\alpha} = \frac{2}{2-\alpha}$ 0,75

$f(\alpha) = \frac{2\alpha - 2}{\frac{2}{2-\alpha} - 2\alpha}$

$= \frac{2\alpha - 2}{\frac{2 - 4\alpha + 2\alpha^2}{2-\alpha}}$

$= \frac{(2\alpha - 2)(2 - \alpha)}{2 - 4\alpha + 2\alpha^2}$

$= \frac{2(\alpha - 1)(2 - \alpha)}{2(1 - 2\alpha + \alpha^2)}$

$= \frac{(\alpha - 1)(2 - \alpha)}{(\alpha - 1)^2}$

$= \frac{2 - \alpha}{\alpha - 1} = \frac{1}{\alpha - 1} + \frac{1 - \alpha}{\alpha - 1}$

$= \frac{1}{\alpha - 1} + \frac{-(\alpha - 1)}{(\alpha - 1)}$

$= \frac{1}{\alpha - 1} - 1$ و.ع.م $= -1 + \frac{1}{\alpha - 1}$

لدينا $1,59 < \alpha < 1,60$

$0,59 < \alpha - 1 < 0,60$

$\frac{1}{0,60} < \frac{1}{\alpha - 1} < \frac{1}{0,59}$ 0,25

$\frac{1}{0,60} - 1 < \frac{1}{\alpha - 1} - 1 < \frac{1}{0,59} - 1$

$0,67 < f(\alpha) < 0,69$

ب) رسم المنحنى:

④ المناقشة البيانية حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة

$2x - 2 = (e^x - 2x)(m+1)$

$\frac{2x-2}{e^x - 2x} = m + 1$

$f(x) = m + 1$ ... ①

حلول المعادلة ① هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y = m + 1$

(المناقشة وفقية)

$m = M - 1$	
$1 < -2$ $+1 < -2$ $n < -3$ $]-\infty, -3[$	$M \in]-\infty, -2[$ المعادلة تقبل حل.
$= -3$	$M = -2$ المعادلة تقبل حلا مضاعفا معدوما
$n+1 < -1$ $< m < -2$ $]-3, -2[$	$M \in]-2, -1[$ المعادلة تقبل حلين متمايزين حل موجب و الآخر سالب
$[-2, 1]$	$M \in [-1, 0]$ المعادلة تقبل حل موجب
$]-1, f(\alpha)-1[$	$M \in]0, f(\alpha)[$ المعادلة تقبل حلين موجبين
$]f(\alpha)-1, +\infty[$	$M > f(\alpha)$ المعادلة تقبل حل ~~معدوما~~

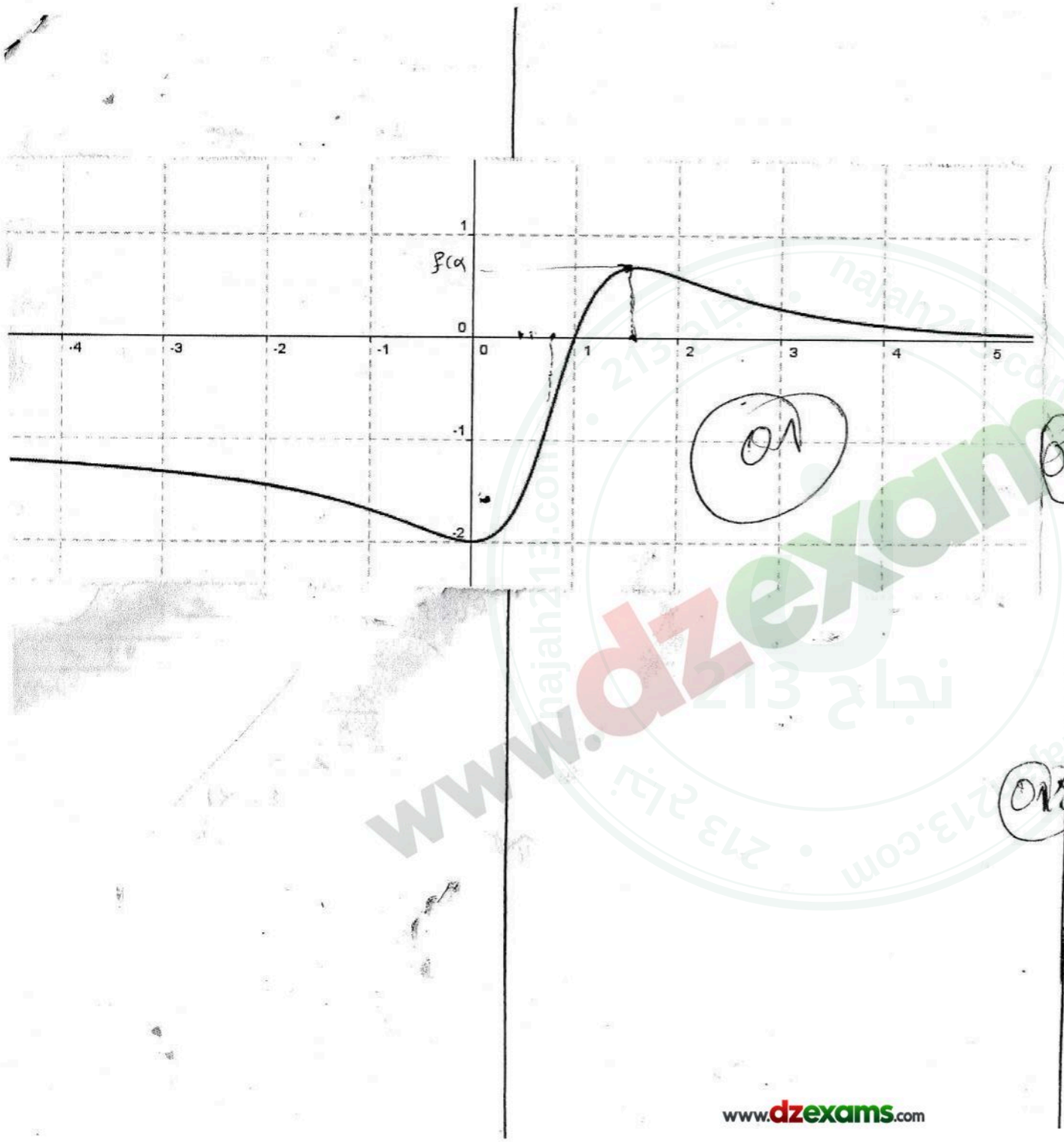
$m = f(\alpha) - 1$ تقبل حلا مضاعفا $M = f(\alpha)$ موجب

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213



$h(x) = [f(x)]^2$ - (5)

1) - حساب $h'(x)$: من أجل كل $x \in \mathbb{R}$

$h'(x) = 2f'(x)(f(x))$ ...01

- استنتاج إشارة $h'(x)$:

x	$-\infty$		0		1		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$+$	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

...01

جدول تغيرات الدالة h

x	$-\infty$		0		1		α		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$h(x)$	1	↗	4	↘	0	↗	$(f(\alpha))^2$	↘	0

...01

www.dzexams.com

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com