

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com · نجاح 213

الأوروبوروس (ثعبان يأكل ذيله)

في الأساطير المصرية والإغريقية القديمة، تعني كلمة (الأوروبوروس) ثعبانًا يدخل ذيله في فمه ويلتهم نفسه بصورة مستمرة، ومع ذلك يولد من جديد. بوصفه رمزًا معرفيًّا وكيميائيًّا، يمثل (الأوروبوروس) وحدة الأشياء جميعها؛ المادية الروحية.

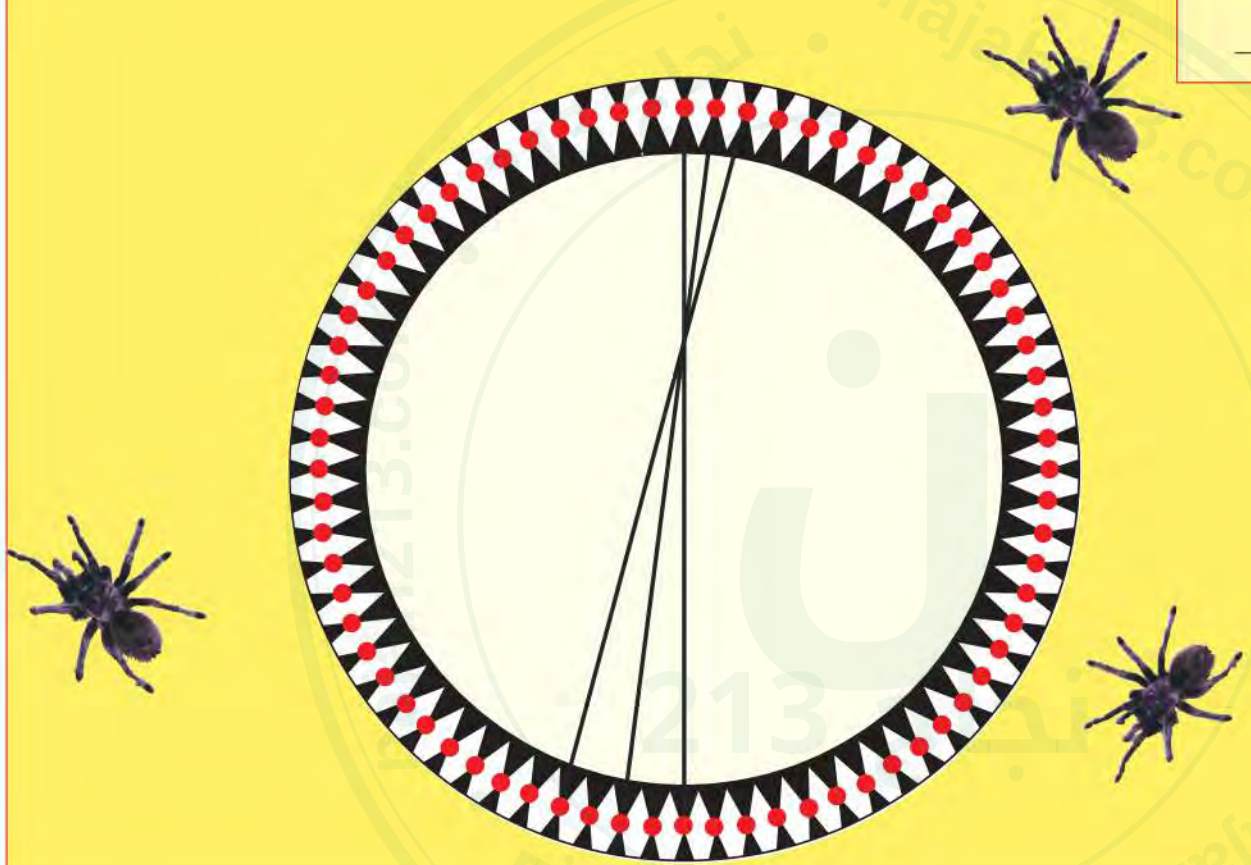
العالم الكيميائي الألماني فريدريك أوجست كيكول فون ستراد‌ونيتز (Friedrich August Kekule von Stradonitz) في القرن التاسع عشر استوحى أفكاره من (الأوروبوروس) عندما اكتشف طبيعة جزئية البنزين، المكونة من حلقة من ذرات الكربون.

لعبة التفكير
220

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: الوقت:

شبكة العنكبوت
الشكل الهندسي 1

رُسمت ثلاثة خطوط مائلة في دائرة مقسمة إلى مقاطع متساوية في محيط الدائرة، إذا استمرينا في رسم الخطوط طبقًا للشكل الموضح في طريقة رسم الخطوط الثلاثة الأولى، فما نوع الشكل الناتج؟ هل سيكون شكله أقرب إلى شبكة العنكبوت؟

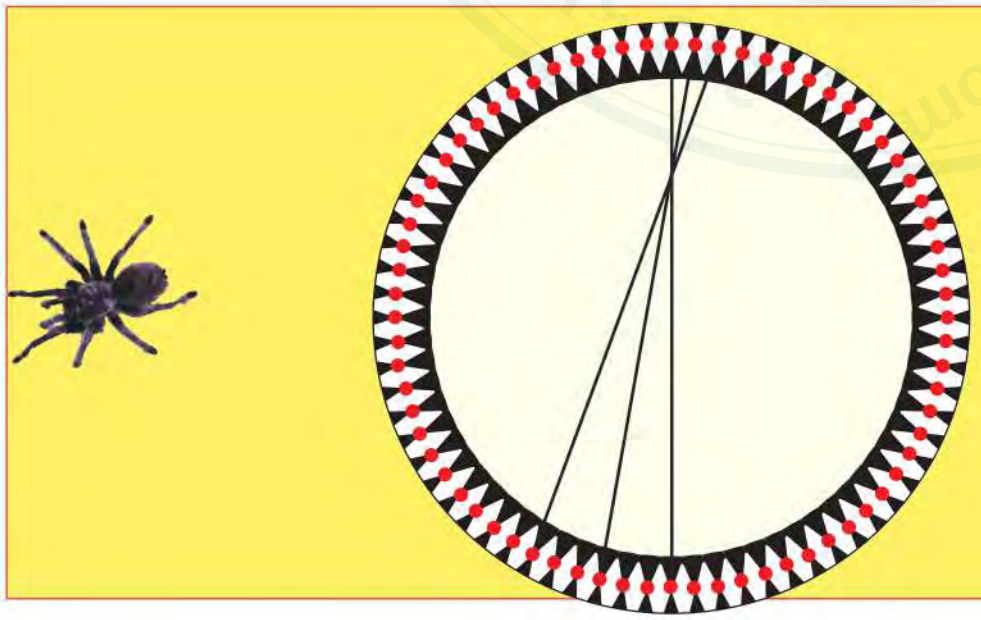


لعبة التفكير
221

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: الوقت:

شبكة العنكبوت
الشكل الهندسي 2

كما في لعبة التفكير السابقة، رسمت ثلاثة خطوط مائلة داخل دائرة مقسمة إلى مقاطع متساوية بمحاذاة محيطها، فإذا أكملنا رسم الخطوط طبقًا للشكل المكون من الخطوط الثلاثة الأولى، فما الشكل الذي سيظهر؟



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

خطة الطبيعة الأساسية

كل كائن حي أو صَدَفة أو نبات أو حشرة، له شكل هندسي، ومن المثير للإعجاب أن تتكون في الطبيعة أشكالٌ هندسية متعددة مختلفة تمامًا في البنية، لكن غالبًا ما تظهر تشابهًا مذهلًا يوضح وجود ترتيب رئيس ومبادئ أساسية فيها: الدائرة والمربع والمثلث والشكل اللولبي.

يمكن مقارنة أشكال الطبيعة الرئيسة بحروف الأبجدية، فيمكن دمجها لتكوين أشكال أكثر تميُّزًا بخصائص جديدة وفريدة. الأنظمة التي تتكوَّن من أقل عدد من العناصر التي يمكن دمجها لتُنتج اختلافًا كبيرًا لأشكالها البنيوية تسمَّى أنظمة الحد الأدنى المستنبط/ الحد الأقصى لدرجات التنوع.

إن أفضل مثال على هذا النوع من الأنظمة هو الطبيعة نفسها، حيث نستطيع العثور على عدد كبير من الأمثلة؛ انظر إلى التنوع (غير المتناهي) للعناصر المتكونة من عمليات الدمج والتبديل لعدد صغير نسبيًّا من العناصر الكيميائية، أو فكِّر في الموسيقى؛ فالأغاني والسيمفونيات المكتوبة جميعها تستخدم عددًا قليلًا من النوتات الموسيقية؛ فوسيلة دمج العناصر هي السمة الغالبة للإبداع.

«أي قانون فيزيائي يجب أن يحتوي على جمال رياضي»

باول ديراك (Paul Dirac)

لعبة التفكير **222**

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: ◉ ✎

الاستكمال: ☐ الوقت: _____

العنكبوت المتحرك 1

تخيل رسم العديد من الدوائر التي تكون مراكزها جميعها على محيط دائرة الأساس، وتمر جميعها من خلال نقطة الأساس؛ فما نمط الشكل الذي سيظهر؟



نقطة الأساس

دائرة الأساس

لعبة التفكير **223**

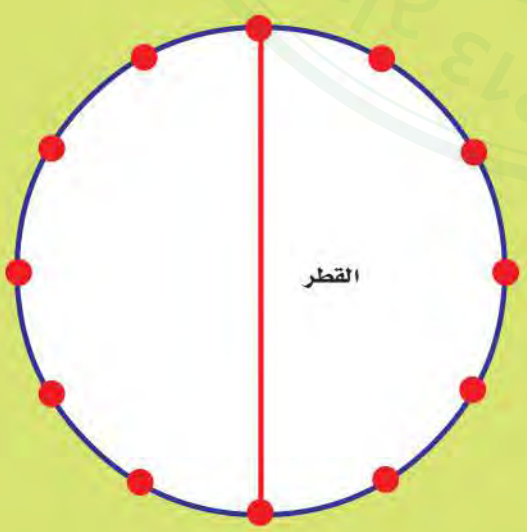
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: ◉ ✎

الاستكمال: ☐ الوقت: _____

العنكبوت المتحرك 2

تخيل رسم العديد من الدوائر التي مراكزها جميعها على محيط دائرة الأساس، وتلمس جميعها قطر دائرة الأساس؛ فما نوع النمط الذي سيظهر؟ هل تستطيع استخدام التوضيح المبين أدناه للمساعدة على رسم هذا الشكل؟



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com · نجاح 213

جمال الأجسام الكروية

تُعد الدوائر والكرات أفضل الأشكال الهندسية نظرًا إلى انتظام انحنائها؛ فهي ترمز إلى الشكل الكوني الأمثل الذي لا نقطة بداية له ولا نقطة نهاية. اعتمادًا على هذه الحقيقة وحدها، قرر أرسطو (Aristotle) أن مسارات الكواكب يجب أن تكون دائرية، وبعد 2000 عام تقريبًا وافقه كوبرنيكوس (Copernicus) ــ الذي أدرك أنَّ الشمس وليست الأرض هي مركز النظام الشمسي ــ على قرار أرسطو من دون أي انتقاد. حتى عالم الفلك الألماني المتميز يوهانس كيبلر (Johannes Kepler) (1571ــ1630) الذي تمسَّك بتلك الفكرة القديمة إلى أن اكتشف أن مسارات الكواكب بيضوية الشكل فعلًا.

ليس علماء الفلك فقط هم الذين تركز اهتمامهم على الدوائر؛ فقد رأى الإنسان البدائي أيضًا اختلاف دائرية القمر والموجات الصغيرة التي تنتج من إلقاء حجر صغير في المياه. توضح الرسومات الموجودة في كهوف عصور ما قبل التاريخ حب الإنسان لذلك الشكل؛ فالدائرة دائمًا تكون واحدة من أوائل الأشكال التي يرسمها الطفل.

على المستوى الهندسي، الدائرة شكل مستوٍ يُرسم بخط منحنٍ (يسمَّى المحيط) بُعد كل نقطة فيه عن نقطة تسمى مركز الدائرة يكون متساويًا، ومثل العديد من المنحنيات الأخرى المعقدة، تكون الدوائر جميعها متشابهة مهما كانت كبيرة أو صغيرة، فإنها وبصورة أساسية الشيء نفسه.

لعبة التفكير **224**

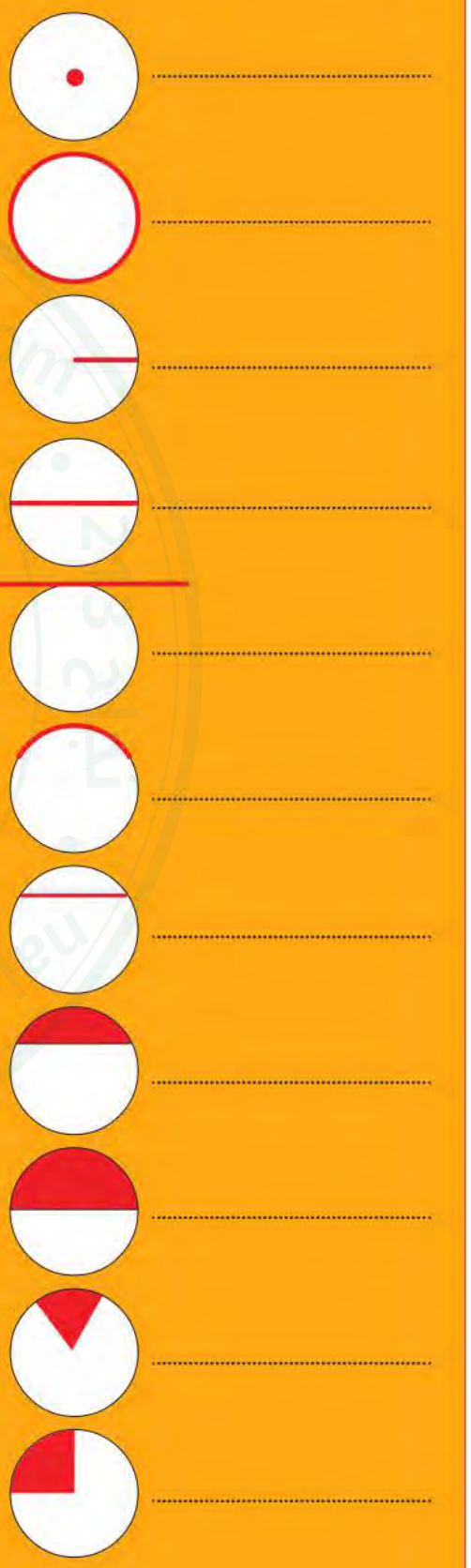
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: ✎ ◉

الاستكمال: ☐ الوقت: _____

تشريح الدائرة

سمِّ الأجزاء ذات اللون الأحمر في الدائرة؟



لعبة التفكير **225**

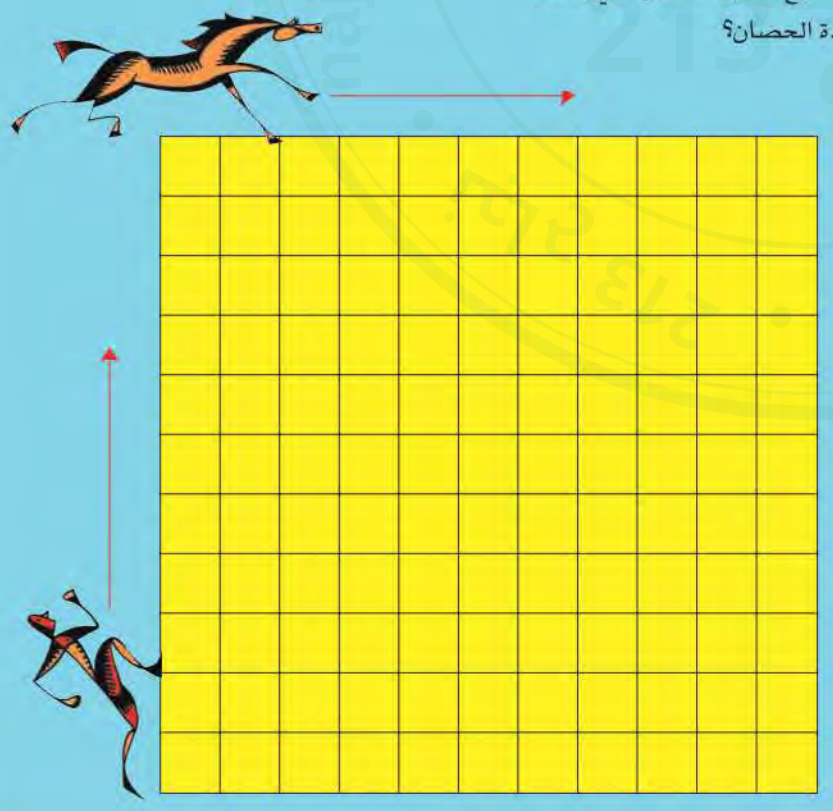
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: ✎ ◉

الاستكمال: ☐ الوقت: _____

مطاردة

يجري حصان على خط مستقيم، ويجري شخص ما نحو الحصان دائمًا. هل تستطيع تحديد المسار الذي يتخذه هذا الشخص في مطاردة الحصان؟



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

العجلة

تتنقل حضارتنا على العجلات ولكن يوجد إجماع على طريقة تطور تلك التكنولوجيا، على عكس الحروف الأبجدية أو الزراعة، أفضل دليل متاح لدينا يوضح أن العجلة اختُرعت أول مرة في تاريخ البشرية في بلاد الرافدين منذ 5000 سنة تقريبًا، وكانت المركبات الأولى تحتوي على أربع عجلات، وهي مستمدة من المنصَّات التي تُنقل في الأصل على بكرات يجب رفعها من الخلف ودفعها إلى الأمام، وكان الجانب السفلي من تلك المنصة يُثقب لتثبيت البكرات مع إلغاء الحاجة إلى دوران البكرات من الخلف إلى الأمام، وفي النهاية تطورت تلك البكرات المثبتة إلى عجلة ومحور دوران. كان الواجب انتظار اختراع العجلات المناسبة حتى تكتشف المعادن حيث يمكن صنع أدوات أكثر إفادة منها. (بدأ استخدام النحاس عام 4000 قبل الميلاد تقريبًا، والبرونز قبل 2500 قبل الميلاد تقريبًا).

قدَّم ظهور العجلات أهمية كبيرة في التاريخ الفني، حيث استغرق الإنسان آلاف السنين ليتصور فكرة وجود شكل متحرك غير منتشر في بيئته المحيطة، ومع ذلك كله لا يستخدم الحيوان العجلات من أجل الانتقال، وقد تطلب اكتشاف العجلة توافر مَلَكَة للتفكير المجرد والقدرة على الانتقال من الشيء نفسه إلى فكرته؛ أي من الظاهرة إلى النظرية.

بمجرد حل تلك المعضلة، ظلت العجلة ثابتة نوعًا ما. الفارق الوحيد بين عجلة بلاد الرافدين الأولية والعجلة المعاصرة هو انتشار استخدام الإطارات الهوائية.

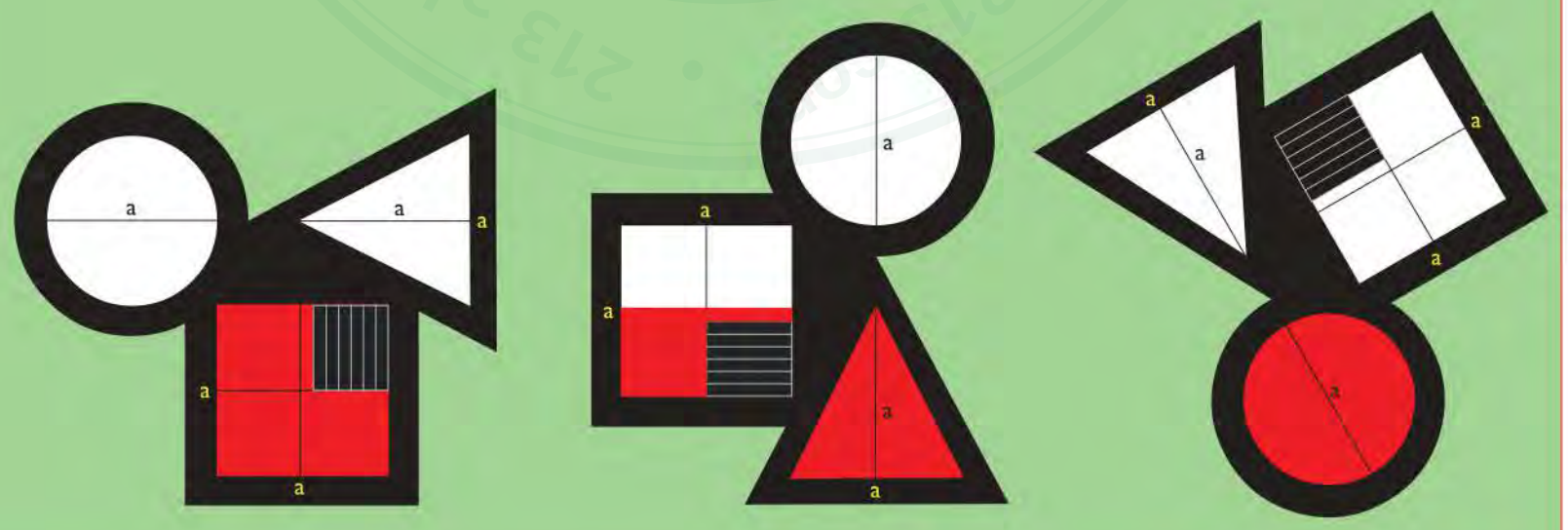


لعبة التفكير
226

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: الوقت:

مساحة الدائرة - المربع - المثلث

الرسم التوضيحي لوعاء ذي ثلاث غرف على شكل (دائرة ومربع ومثلث) لحفظ السوائل. كلما دار الوعاء، انتقل السائل الأحمر من غرفة إلى أخرى حتى تمتلئ إحداهن تمامًا في كل لفة. بناءً على هذا التوضيح، هل تستطيع تحديد العلاقة بين الدائرة والمربع والمثلث؟ علمًا أن أطوال أقطارها وأضلاعها وارتفاعاتها متساوية (تذكر دائمًا: أن مساحة الدائرة هي π نق^2). أيضًا، هل يمكن أن تتوصل - من هذا التوضيح - الى طريقة لحساب العدد π (انظر صفحة 96)؟



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

العدد π: 3.14159265358979323846264338327950288

النسبة بين محيط دائرة وقطرها هي من أحد أكثر الأرقام الأخاذة في الرياضيات؛ فقد وضع البابليون رقم 3، ومع ذلك سعى العديد من علماء الرياضيات القدامى من أجل تحديد نسبة أدق، وفي عام 1500 قبل الميلاد وصل المصريون – مثلًا – إلى النسبة 3,16 (نسبة دقة تصل إلى 1 في المئة). أما عام 225 قبل الميلاد، فقد رسم عالم الرياضيات الإغريقي أرخميدس (Archimedes) دائرة، وحسب محيطها باستخدام شكل منتظم متعدد الأضلاع يحتوي على ستة وتسعين ضلعًا، ووجد أن النسبة تقع بين $3\frac{1}{7}$ و $3\frac{10}{71}$، ووصل بطليموس (rtolem) في عام 150 بعد الميلاد إلى قيمة 3,1416، وهي نسبة دقيقة لمعظم الأغراض العملية.

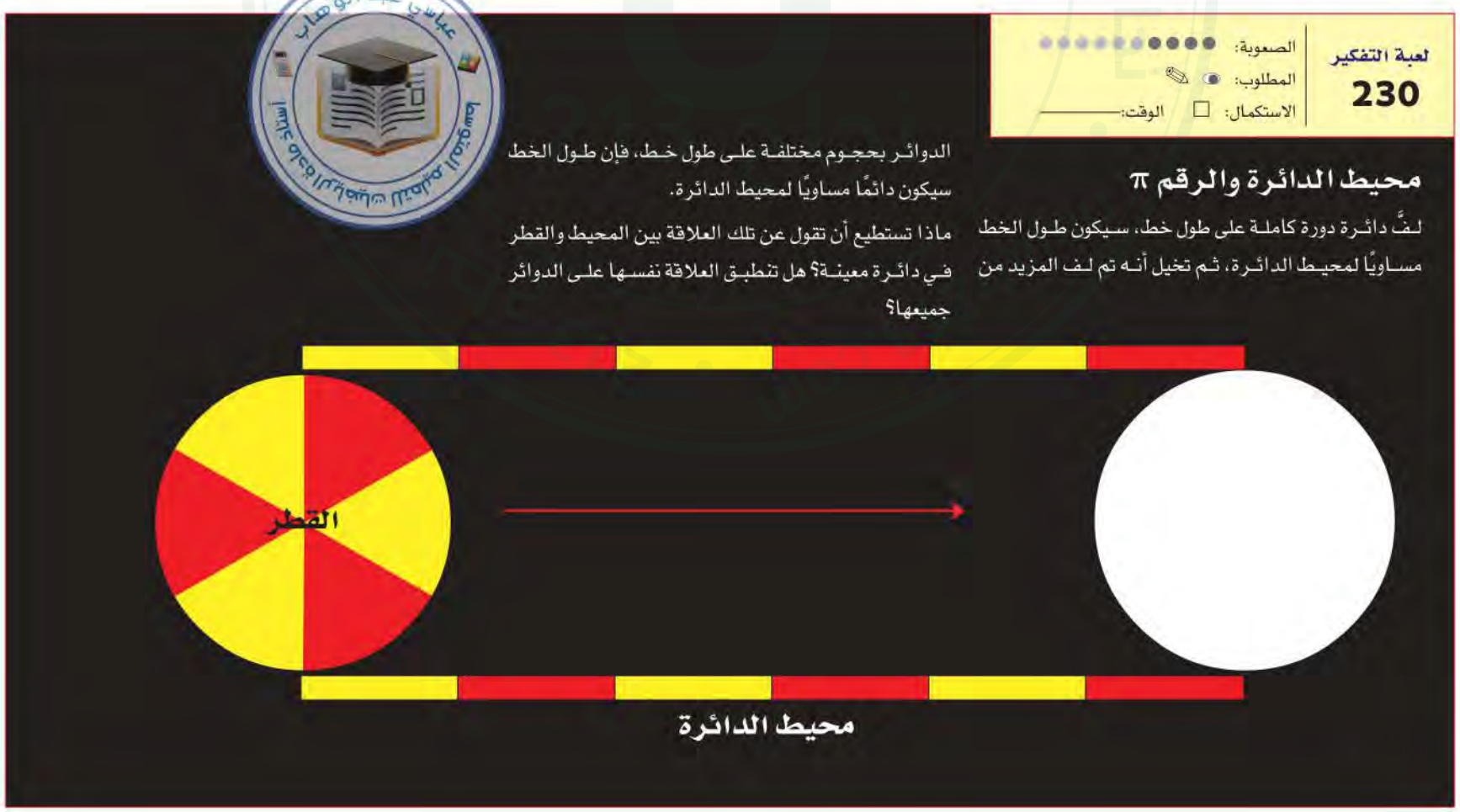
حاليًا تُحسب π (الحرف الإغريقي للحرفين pi) كما عُرفت، بالتقريب إلى ملايين الكسور العشرية؛ فلماذا يزعج أي شخص نفسه في الحصول على π بهذه الأطوال المذهلة خلال تلك العصور، ناهيك عن اليوم؟

توجد ثلاثة أسباب مقنعة:

- وجود π؛ فوجودها المجرد، فضلًا عن شهرتها الكبيرة، كان سببًا كافيًا لعلماء الرياضيات للتعامل مع هذه المسألة.
- هذه الحسابات غالبًا ما تكون لها استنتاجات مفيدة. حساب π حاليًا يقدم طريقة لاختبار الحواسيب الجديدة وتدريب المبرمجين.
- كلما عُرف المزيد من أرقام π، زادت رغبة علماء الرياضيات في الإجابة عن مسائل معقدة في نظرية الأعداد: هل سلسلة الأرقام بعد العلامة العشرية عشوائية تمامًا؟ وبذلك لا يوجد نمط خفي، ولكن تحوي π عددًا لانهائيًا من الأنماط المهمة التي تنتج من حظ بحت؛ مثلًا بداية من المنزلة العشرية 710000 تبدأ π في تكرار 3333333. ويحدث ذلك بالمثل مع كل منزلة باستثناء 2 و 4.

وضع ليونارد أويلر (Leonhard Euler) وحده اسم π لتلك النسبة، لأول مرة وذلك في عام 1773م (انظر صفحة 71). وفي عام 1882م، أثبت عالم الرياضيات الألماني فيرديناند فون ليندنمان (Ferdinand von Lindenmann) أن π هي عدد متسامٍ – أي عدد غير نسبي – بمعنى أنه لا يمكن التعبير عنها على صورة كسر بسطه ومقامه أعداد صحيحة، وأنه لا يوجد خط مستقيم بطول π يمكن أن يرسم بفرجار ومسطرة فقط.

أهمية π لا تكمن فقط في قاعدتها على أنها نسبة هندسية، ولكن π تظهر في المعادلات التي يستخدمها المهندسون في حساب قوة المجالات المغناطيسية، ويستخدمها الفيزيائيون أيضًا في وصف بنية الفضاء والزمن.



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تربيع الدائرة

في مجال الهندسة، تُعدُّ عملية تربيع الدائرة– أي رسم مربع بمساحة تساوي مساحة دائرة باستخدام مسطرة مستقيمة وفرجار فقط– من أهم مسائل العصور القديمة؛ فقد حاول علماء الرياضيات الإغريقيون القدماء جاهدين بمهاراتهم الهندسية العظيمة آنذاك حل تلك المسألة البسيطة ولكنهم لم يستطيعوا، ومن المثير للدهشة أنهم نجحوا في أثناء محاولات تربيع الدائرة، في تربيع منحنيات متعددة أكثر تعقيدًا، ما أدى إلى العديد من الاكتشافات والنظريات الرياضية.

لأكثر من ألفي عام خصَّص علماء الرياضيات والهاوون ساعات لا حصر لها لحل هذه المسألة. أثبت فيرديناند فون ليندنمان أن π عدد غير نسبي، وبذلك لا يمكن تحديده بفرجار ومسطرة؛ ثم وضع قانونًا وافق عليه علماء الرياضيات جميعهم الذين تناولوا تلك المسألة بعد إحباطهم، وهو: أنَّ تربيع الدائرة أمر مستحيل.

لعبة التفكير 231

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁

الاستكمال: ☐ الوقت: _____

أهلَّة أبوقراط

عالَم الهندسة الإغريقي أبوقراط (Hippocrates) من شيوس (Chios) اكتشف هذه المسألة في أثناء محاولة تربيع الدائرة، فقد وضع أنصاف دوائر متداخلة على جوانب مثلث قائم الزاوية كما هو موضح في الشكل أدناه. هل يمكنك تحديد إجمالي مساحة الهلالين أحمريّ اللون؟



لعبة التفكير 232

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁

الاستكمال: ☐ الوقت: _____

الدائرة في المربع

أيهما أكبر، مجموع مساحات المناطق السوداء أم مجموع مساحات المناطق الحمراء؟



لعبة التفكير 233

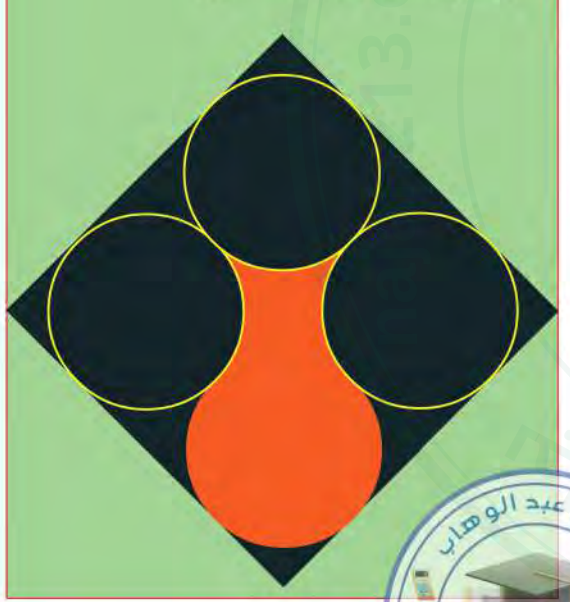
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁 ✎

الاستكمال: ☐ الوقت: _____

تربيع الزهرية

هل تستطيع تقسيم الزهرية الحمراء وإعادة تجميع أجزائها لتكون مربعًا كاملًا؟ يمكن ذلك بطريقتين مختلفتين إحداهما بتقسيم الزهرية إلى ثلاثة أجزاء والأخرى بتقسيمها إلى أربعة أجزاء.



لعبة التفكير 234

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁

الاستكمال: ☐ الوقت: _____

منجل أرخميدس

قُسمت دائرة إلى نصفين عبر قطرها، ورُسم نصفا دائرتين إضافيتين بمحاذاة ذلك القطر كما هو موضح هنا. رُسم الخط (L) من نقطة تقاطع نصفيّ الدائرتين، وامتد بصورة عمودية على القطر إلى محيط الدائرة الكبرى.

إن المنطقة الحمراء من نصف الدائرة الكبرى التي لم تغطها أنصاف الدائرتين الصغيرتين أخذت شكل منجل (أداة قديمة استخدمت في حصاد الحبوب)، هل يمكنك تخمين المساحة المحتملة للمنجل؟

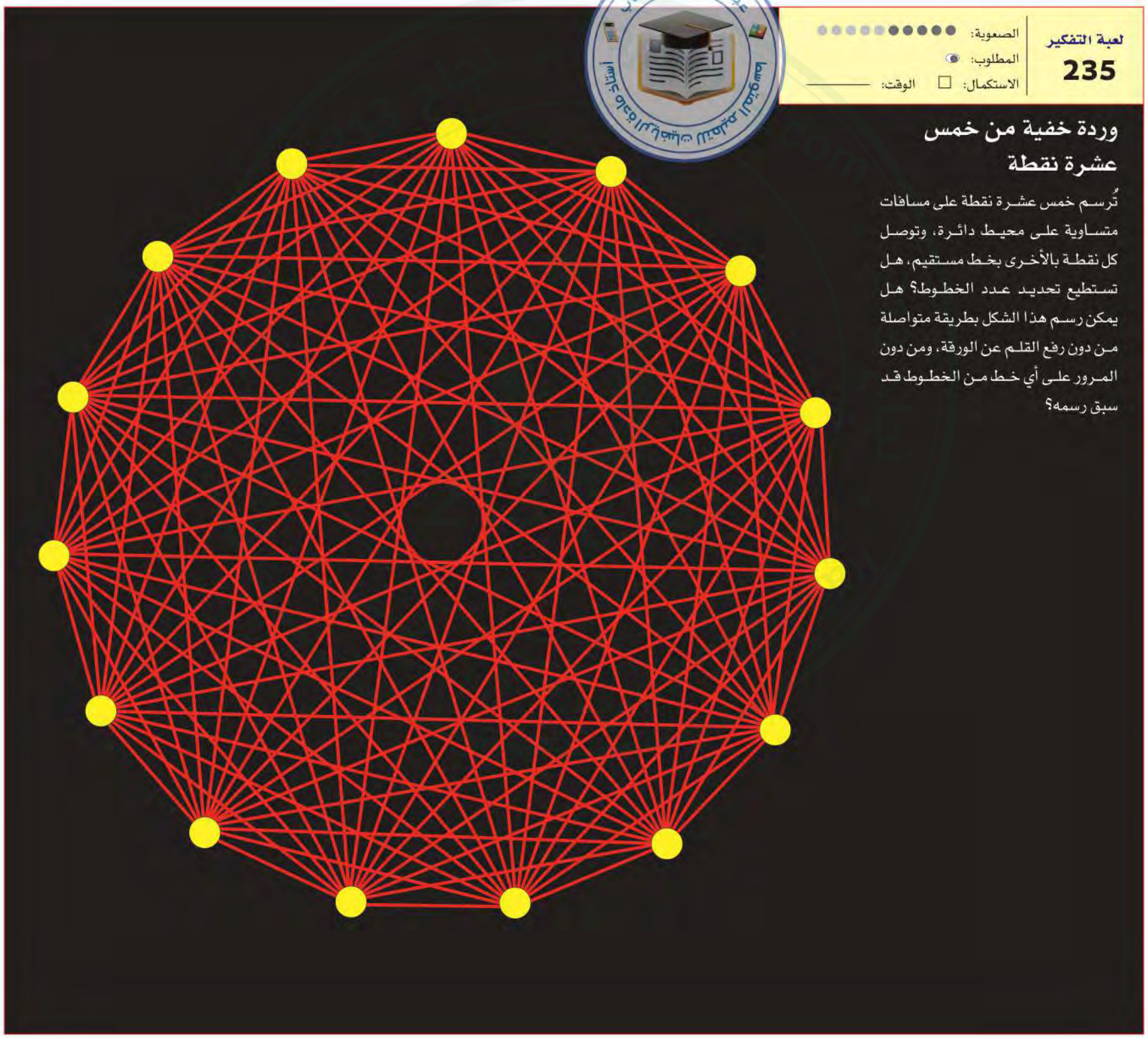


عباسي عبد الوهاب
فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الورود الخفية

لرسم وردة خفية، توضع مجموعة من النقاط على مسافات متساوية على محيط دائرة؛ وتوصل كل نقطة بالأخرى بخط مستقيم. إن عددًا صغيرًا من النقاط يؤدي إلى وردة بسيطة نسبيًّا، وكلما زاد عدد النقاط ازدادت درجة التعقد بقوة. في عام 1809م طرح عالم الرياضيات الفرنسي لويس بوينسو (Louis Poinsot) سؤالًا عن أقل عدد من الخطوط المتواصلة اللازمة لرسم وردة خفية. (يُرسم خط متواصل من دون رفع القلم عن الورقة ومن دون المرور على أيٍّ خط من الخطوط سبق رسمه). يمكن رسم وردة خفية بثلاث نقاط بخط متواصل، ولكن لا يمكن رسم وردة خفية بأربع نقاط بخط واحد مستقيم، حيث يجب رسم خطين متواصلين.



لعبة التفكير
235

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: الوقت:

وردة خفية من خمس عشرة نقطة

تُرسم خمس عشرة نقطة على مسافات متساوية على محيط دائرة، وتوصل كل نقطة بالأخرى بخط مستقيم. هل تستطيع تحديد عدد الخطوط؟ هل يمكن رسم هذا الشكل بطريقة متواصلة من دون رفع القلم عن الورقة، ومن دون المرور على أي خط من الخطوط قد سبق رسمه؟

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com · نجاح 213

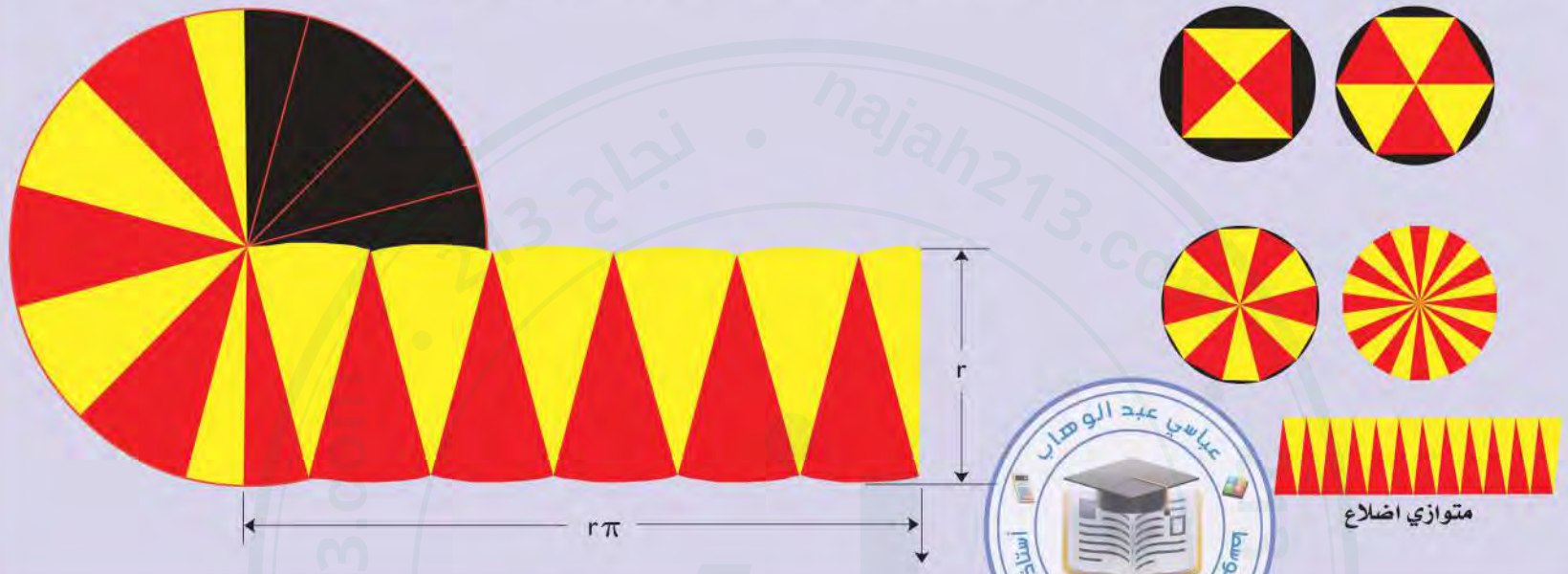
لعبة التفكير
236
الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: الوقت:

مساحة الدائرة

كيف تستطيع تحديد معادلة الوصول إلى مساحة الدائرة؟

تخيل أنَّ لديك دائرة نصف قطرها (r) ومحيطها (2πr)، قطِّع الدائرة إلى قطاعات دائرية، ورتبها في متوازي أضلاع، كما هو مبين في الشكل، كلما زاد عدد القطاعات الدائرية التي تقطعها أصبح شكل القطاع الدائري أقرب إلى شكل المثلث، ومن ثمَّ سيصبح الشكل الناتج من تجميع القطاعات الدائرية أقرب إلى شكل مستطيل أطوال أضلاعه هي (r) و (2)، هل تستطيع حساب مساحة الدائرة الآن؟

كما يقول علماء الرياضيات «من خلال استخدام النهاية» ستصبح المضلعات التي في الدائرة هي الدائرة نفسها، ولا يمكن الوصول إلى اللانهاية، ولكننا نستطيع الاقتراب منها بقدر الإمكان، هذا هو أساس المبدأ الرياضي المعروف باسم التفاضل والتكامل.

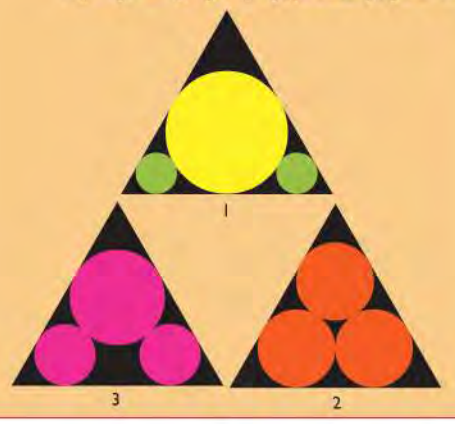


لعبة التفكير
237
الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: الوقت:

ثلاث دوائر

توجد ثلاثة مثلثات متساوية الأضلاع ومتطابقة، داخل كل منها دوائر كما هو موضح، أيُّ الحالات الثلاث تكون فيها المساحة الكلية للدوائر أكبر ما يمكن؟

1. دائرة داخلية (أكبر دائرة يمكن رسمها داخل المثلث) ودائرتان صغيرتان.
2. ثلاث دوائر متطابقة بأكبر حجم ممكن.
3. دائرة واحدة كبيرة ودائرتان أصغر منها.



لعبة التفكير
238
الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: الوقت:

تطبيقات باستخدام عملات نقدية معدنية

يجب أن تعيد ترتيب الهرم المكون من ست قطع من عملات نقدية معدنية على شكل سداسي به فتحة كبيرة تكفي لوضع عملة نقدية سابعة. هل تستطيع تنفيذ هذه العملية في خمس خطوات فقط؟

تتكون كل خطوة من تحريك قطعة نقدية واحدة على سطح مستوٍ، ووضعها في مكان جديد بحيث تلامس قطعتين نقديتين أخريين على الأقل، في أثناء تحريك أي قطعة نقدية، لا يجوز تحريك أي قطعة نقدية أخرى أو الاصطدام بها.

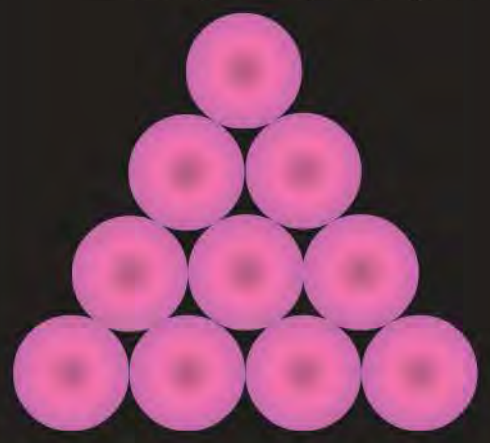


لعبة التفكير
239
الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: الوقت:

عملات نقدية معدنية بالمقلوب

الهدف من هذه اللعبة قلب الهرم المكون من عشر قطع نقدية رأسًا على عقب، بنقل قطعة نقدية في كل مرة إلى مكان جديد، حيث تلامس قطعتين نقديتين أخريين على الأقل.

من السهل تنفيذ ذلك في ست خطوات، ولكن، هل تستطيع تنفيذها في ثلاث خطوات فقط؟



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

لعبة التفكير 240

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: ◉ ✎

الاستكمال: ☐ الوقت: ———

الدوائر والمماسات

ما عدد الطرق التي تستطيع من خلالها ترتيب دائرتين بحجمين مختلفين على سطح مستوٍ؟

إذا علمت أن المماس لمنحنى ما هو خط مستقيم يلمس المنحنى في نقطة واحدة، وأن المماس المشترك لدائرتين هو مماس لكلا منحنيّ الدائرتين. هل يمكنك أن تجد العدد الإجمالي للمماسات المشتركة للدائرتين في الترتيبات جميعها المحتملة لهما؟

هل يوجد أي اختلاف إذا كانت الدائرتان بالحجم نفسه؟



لعبة التفكير 241

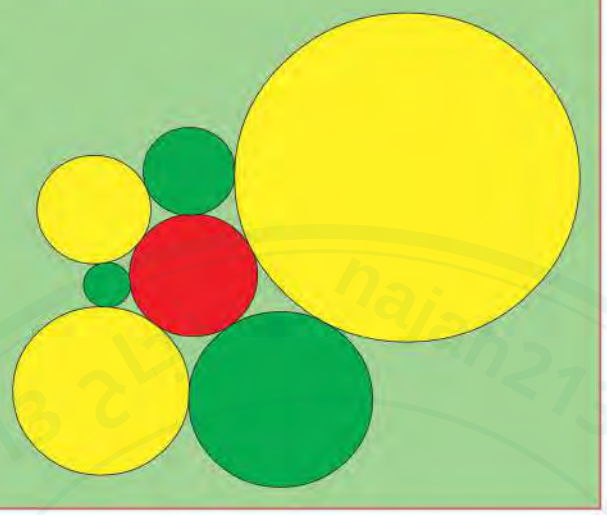
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: ◉ ✎

الاستكمال: ☐ الوقت: ———

مسألة الدوائر السبع

ابدأ بأي دائرة، (استخدم الدائرة الحمراء على الرسم بصفتها نقطة مرجعية)، ثم أضف ست دوائر حول محيطها، وبذلك تلامس كل دائرة دائرتين جديدتين، بالإضافة إلى الدائرة الحمراء. تصور أن ثلاث دوائر من بين هذه الدوائر (الدوائر الصفراء في الرسم) تصبح أكبر فأكبر، بينما تصبح الدوائر الخضراء أصغر فأصغر، ومع ذلك تبقى الدوائر الصفراء والخضراء متلامسة. تخيل أنَّ الدوائر الصفراء تصبح كبيرة لدرجة أنها تتقاطع؛ فما أقصى نتيجة يمكنك تخيلها؟



لعبة التفكير 242

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

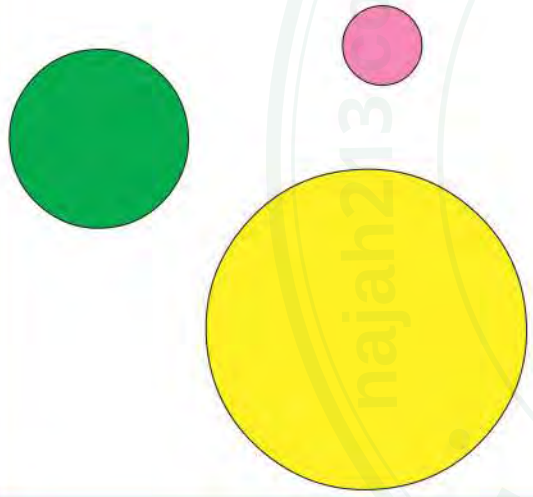
المطلوب: ◉ ✎

الاستكمال: ☐ الوقت: ———

مسألة أبولونيوس (Apollonius)

ما عدد الطرق المختلفة التي تستطيع بوساطتها إضافة دائرة رابعة إلى الدوائر الثلاث الموجودة، بحيث تتلامس الدوائر الثلاث مع محيط الدائرة الرابعة؟

هذه المسألة واحدة من مسائل العصور الإغريقية القديمة، وهي تتصل بالاستفسار العام عن أقصى عدد مشترك من الدوائر ثنائية التماس على سطح مستوٍ.



لعبة التفكير 243

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

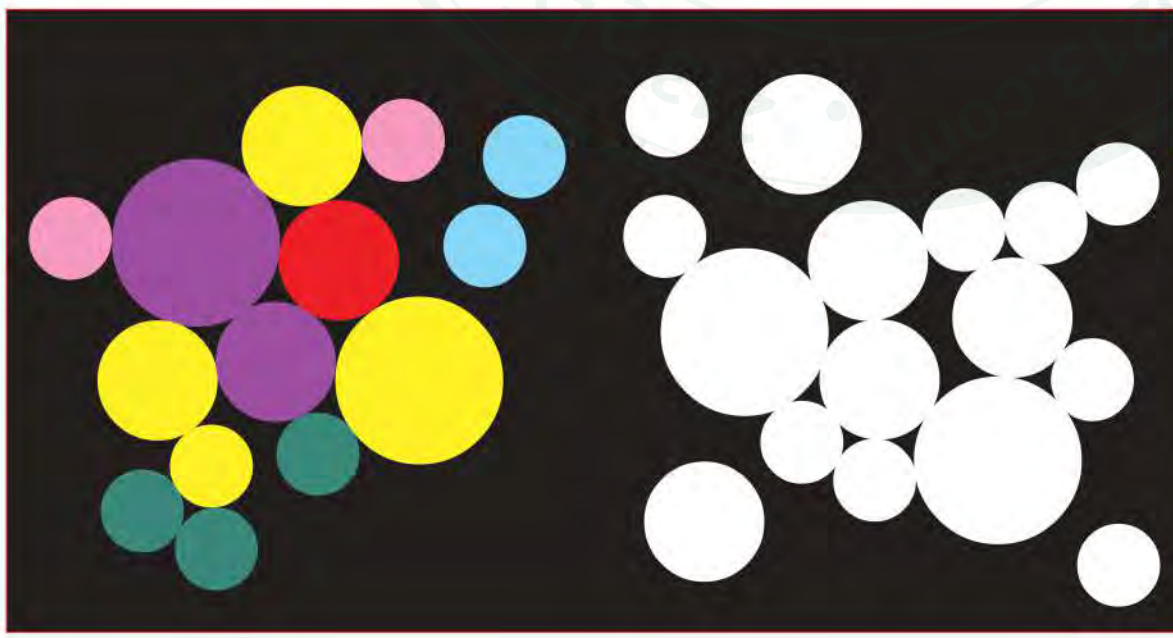
المطلوب: ◉ ✎

الاستكمال: ☐ الوقت: ———

تلوين الدوائر

إنَّ نمط الدوائر الملونة المرسومة على اليسار يحتوي على مفاتيح الحل المنطقية لتلوين الدوائر البيضاء على اليمين. الحجم لا علاقة له باللون؛ لأن الدوائر المتساوية في الحجم لها ألوان مختلفة.

هل تستطيع استنتاج النمط ولون الدوائر بصورة صحيحة؟



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

لعبة التفكير
244

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: _____

مناطق الدوائر

يمكن لدائرة تقسيم السطح المستوي إلى منطقتين: إحداهما داخل الدائرة والأخرى خارجها. يمكن لدائرتين متقاطعتين تقسيم السطح المستوي إلى أربع مناطق، على النحو الموضح أدناه. انظر الآن إلى خمس دوائر متقاطعة لا تشترك أي ثلاث منها في نقطة واحدة. حدد عدد المناطق التي يمكن لهذه الدوائر الخمس المتقاطعة أن تقسم السطح المستوي. هل هناك قاعدة عامة لدوائر عددها n؟



لعبة التفكير
245

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: _____

مضلعات في دائرة

توجد خمس نقاط موزعة عشوائيًا على محيط دائرة، مبتدئًا بأي نقطة منها، هل يمكن رسم خط يربط النقاط الأخرى على صورة مضلع قبل العودة إلى نقطة البداية؟

ما عدد المضلعات المختلفة التي يمكن رسمها بهذه النقاط الخمس؟

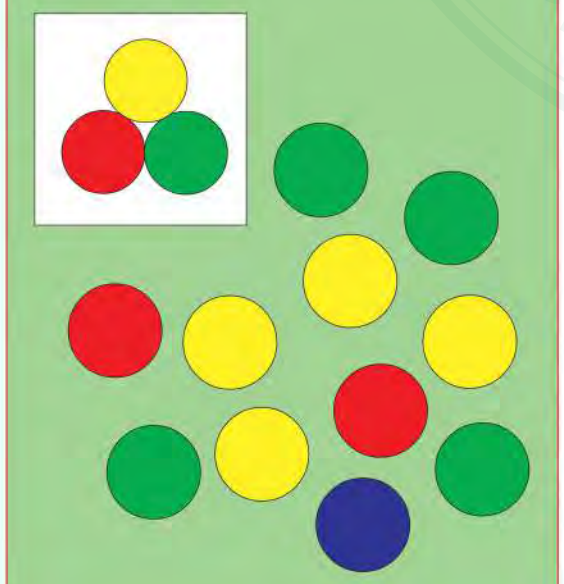


لعبة التفكير
246

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: _____

الدوائر المتلامسة 2

ثلاث دوائر بألوان مختلفة ولكن بحجوم متطابقة يمكن ترتيبها بطريقة تجعل الدوائر الثلاث متلامسة في آن واحد، ومن دون أن تتلامس دائرتان من اللون نفسه (انظر إلى الشكل في المربع بوصفه مثالًا على ذلك). هل تستطيع ترتيب دوائر متطابقة بحيث يلزمك أربعة ألوان لتجنب تلامس دائرتين من اللون نفسه؟ ما أقل عدد لازم من الدوائر لعمل ذلك؟

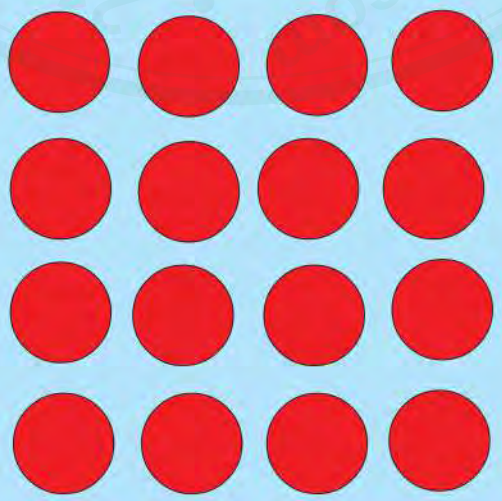


لعبة التفكير
247

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: _____

قطع العملات النقدية المعدنية المتلامسة 16

هل تستطيع ترتيب ست عشرة عملة معدنية مسطحة على منضدة، بحيث تلامس كل قطعة ثلاث قطع أخرى فقط؟ يجب أن تكون القطع النقدية كلُّها في وضع مستوٍ وغير متداخلة.



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

لعبة التفكير 248

الصعوبة: ●●●●●●●●●○○○
المطلوب: ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: _____

علاقة الدائرة

تحيط دائرة بمربع، ويحيط المربع بدائرة أخرى كما في الشكل؛ فما علاقة مساحتي الدائرتين ببعضهما؟

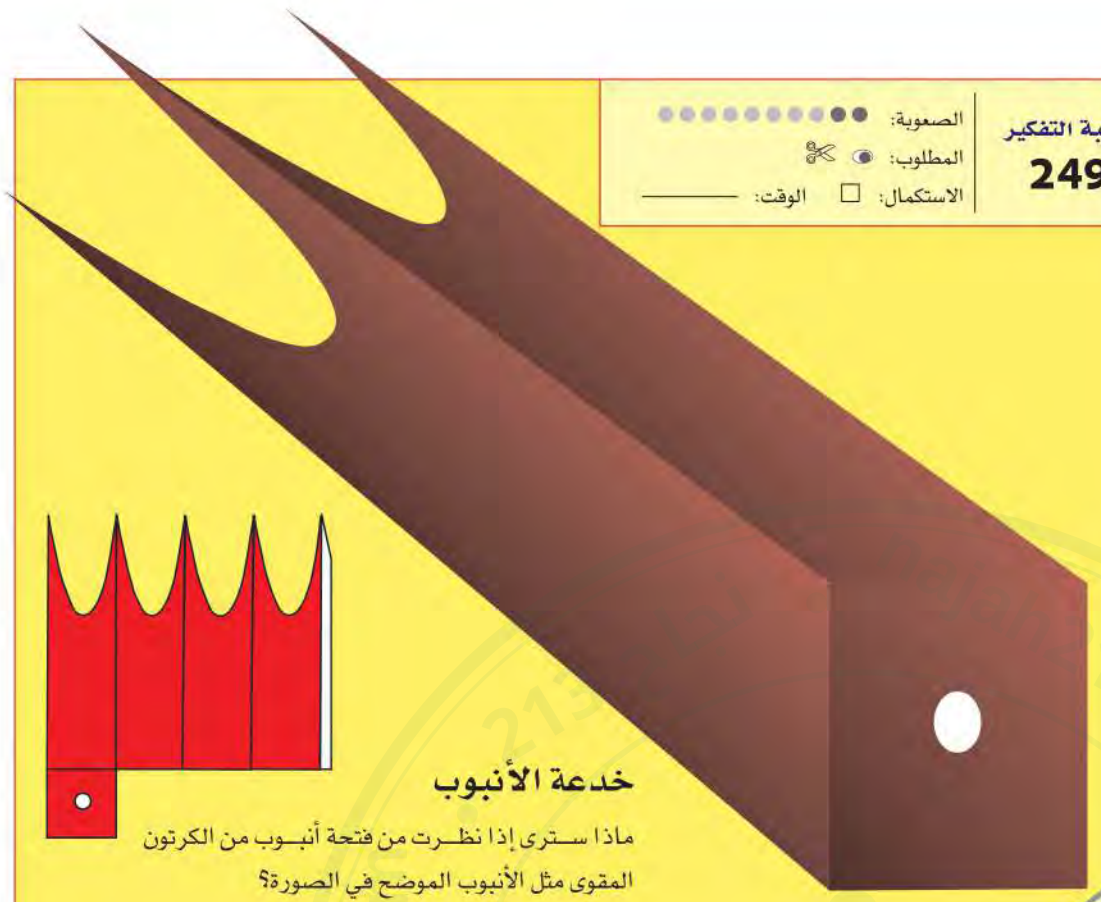


لعبة التفكير 249

الصعوبة: ●●●●●●●●●●○○
المطلوب: ✂
الاستكمال: ☐ الوقت: _____

خدعة الأنبوب

ماذا سترى إذا نظرت من فتحة أنبوب من الكرتون المقوى مثل الأنبوب الموضح في الصورة؟

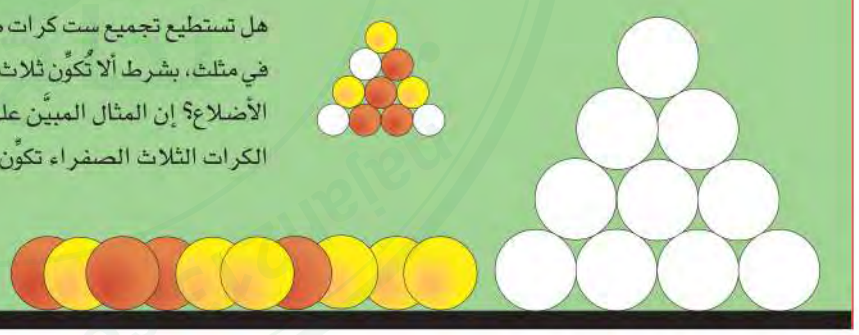


لعبة التفكير 250

الصعوبة: ●●●●●○○○○○
المطلوب: ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: _____

الكرات البرتقالية والصفراء

هل تستطيع تجميع ست كرات صفراء وأربع كرات برتقالية في مثلث، بشرط ألا تُكوِّن ثلاث كرات صفراء مثلثًا متساوي الأضلاع؟ إن المثال المبيَّن على اليمين ليس صحيحًا؛ لأن الكرات الثلاث الصفراء تكوِّن هذا المثلث بالفعل.

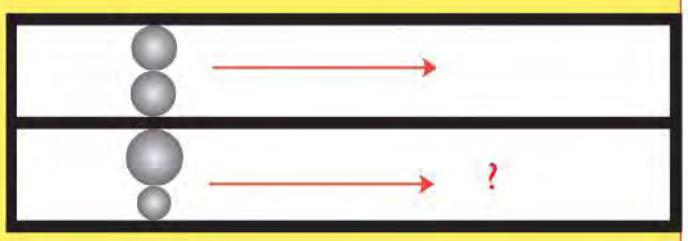


لعبة التفكير 251

الصعوبة: ●●●●●●●●●○
المطلوب: ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: _____

مفارقة الدوائر المتدحرجة

كرتان متطابقتان تتدحرجان بين قضيبين متوازيين، بحيث تدوران وتعودان إلى وضعهما النسبي نفسه واحدة فوق الأخرى. هل يمكن لذلك أن يحدث إذا كان حجم إحداهما ضعف حجم الأخرى؟



لعبة التفكير 252

الصعوبة: ●●●●●●●○○○
المطلوب: ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: _____

القطع المعدنية القافزة

يجب عليك ترتيب القطع المعدنية الست المرقمة في كومتين، تتكون كل منها من ثلاث قطع فقط ترتب فوق بعضها. ولتنفيذ ذلك يجب أن تتحرك كل قطعة بوثبها فوق ثلاث قطع معدنية، ثم تستقر فوق القطعة الرابعة، فيما يأتي مثال على أول حركة مسموح بها: يمكن أن تقفز القطعة المعدنية 2 على القطع 3، 4، 5 ثم تستقر فوق القطعة 6.

هل تستطيع ترتيب القطع في كومتين بخمس حركات أو أقل؟



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

لعبة التفكير
253

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: _____

الدوائر المتلامسة

توجد ثلاث دوائر متلامسة في ثلاث نقاط حيث تظهر نقاط التلامس هنا دوائر سوداء.

هل يمكنك تحديد الحد الأدنى المطلوب من عدد الدوائر المتطابقة المرسومة في السطح المستوي لإنشاء تسع نقاط متلامسة؟



لعبة التفكير
254

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: _____

الدوائر المحاطة

الدائرة الكبيرة السوداء قطرها وحدة واحدة، وهي تحيط بمثلث متساوي الأضلاع وبمربع كما هو موضح في الشكل.

هل تستطيع تحديد أقطار الدوائر الثلاث المحاطة؟



لعبة التفكير
255

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: _____

سلسلة من أنصاف دوائر

هل تستطيع وضع أنصاف الدوائر الثمانية على خط الأوتاد ذي النقاط السوداء في الأسفل، بحيث لا يتقاطع أي من أنصاف الدوائر، وأن يكون هناك وتد عند كل طرف من طرفي كل نصف دائرة؟ علمًا بأنه يسمح بتوزيع أنصاف الدوائر على كلا جانبي خط الأوتاد، ولا يُسمح بتشارك أي نصفي دائرتين في أي وتد.

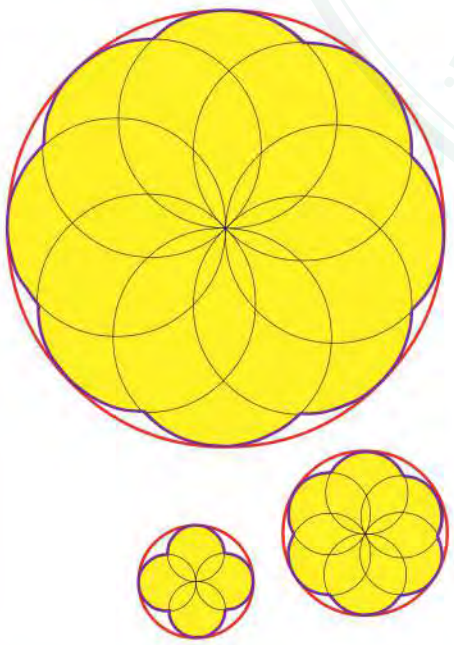


لعبة التفكير
256

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: _____

محيط على صورة زهرة

عند رسم عدد من الدوائر التي لها نصف القطر نفسه بحيث تمر جميعها من نقطة واحدة، تكون النتيجة شكلًا على هيئة زهرة (rosette). هل تستطيع تحديد أيهما أكبر، محيط شكل على هيئة زهرة مكون من دوائر نصف قطر كل منها وحدة واحدة، أم محيط دائرة نصف قطرها يساوي 2؟ الرسم التوضيحي أدناه قد يساعدك.



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

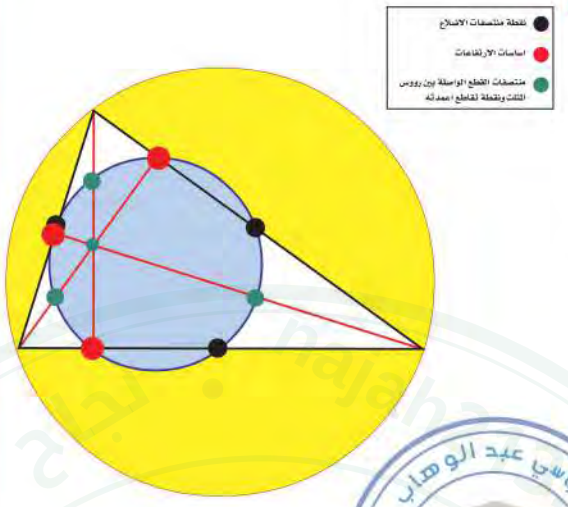
لعبة التفكير 257

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ———

دائرة من تسع نقاط

المثلث الأبيض يحتوي على بعض الخصائص الممتعة: نقاط منتصفات أضلاعه، ونقاط أساسات ارتفاعاته الثلاث، ونقاط منتصفات القطع المستقيمة التي تصل بين رؤوس المثلث ونقطة تقاطع أعمدته الثلاث جميعها تقع على محيط دائرة واحدة.

هل يشكل كل مثلث هذا النوع من النقاط التسع؟



لعبة التفكير 258

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: ◉
الاستكمال: ☐ الوقت: ———

ممر إنديانا

يجري ماجد في نفق مربع الشكل، ويحاول جاهدًا أن يتجنب الاصطدام بصخرة على هيئة كرة متدحرجة نحوه. فإذا علمنا أن عرض النفق 20 مترًا، وهو مساوٍ لقطر هذه الكرة.

بالنسبة إلى ماجد تبدو نهاية النفق بعيدة جدًّا ليصل إليها في الوقت المناسب، فهل يعني ذلك أنه سيفشل؟

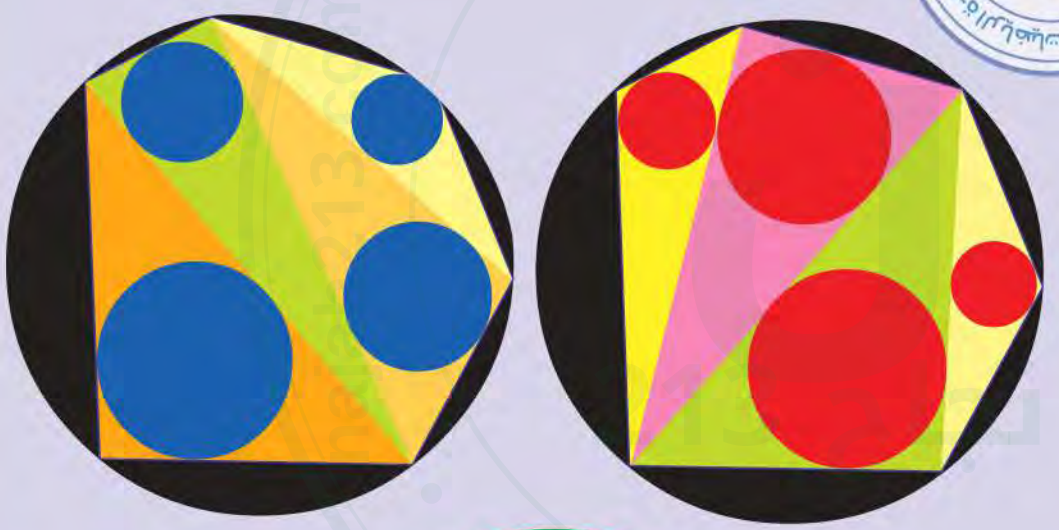
لعبة التفكير 259

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ———

لوح تذكاري في معبد ياباني

في كلٍّ من الشكلين ناحية اليسار المضلع نفسه محاط بدائرتين متطابقتين، لكنه مقسم إلى مثلثات بطريقتين مختلفتين رُسمت في داخل كل مثلث ناتج من التقسيم أكبر دائرة ممكنة، بحيث تمس أضلاعه.

هل يمكنك مقارنة مجموع أطوال الأقطار لمجموعتي الدوائر؟ وهل إحدى المجموعتين أكبر من الأخرى؟



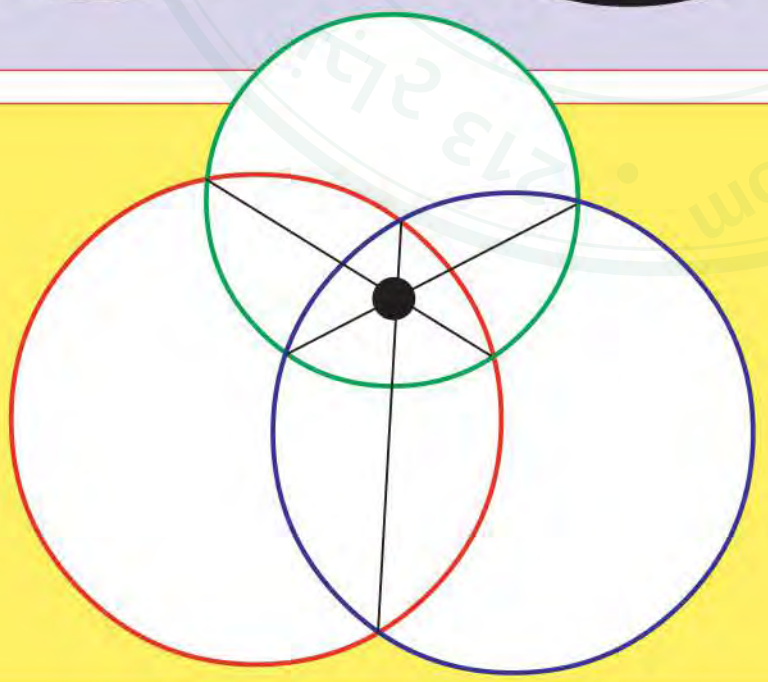
لعبة التفكير 260

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ———

ثلاث دوائر متقاطعة

وُصِلت ثلاث دوائر متقاطعة بحجوم عشوائية بأوتارها المشتركة: فمرت الأوتار الثلاثة المشتركة في نقطة واحدة.

هل سيحدث ذلك بصرف النظر عن حجم الدوائر الثلاث ومواقع وجودها؟



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

لعبة التفكير 261

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

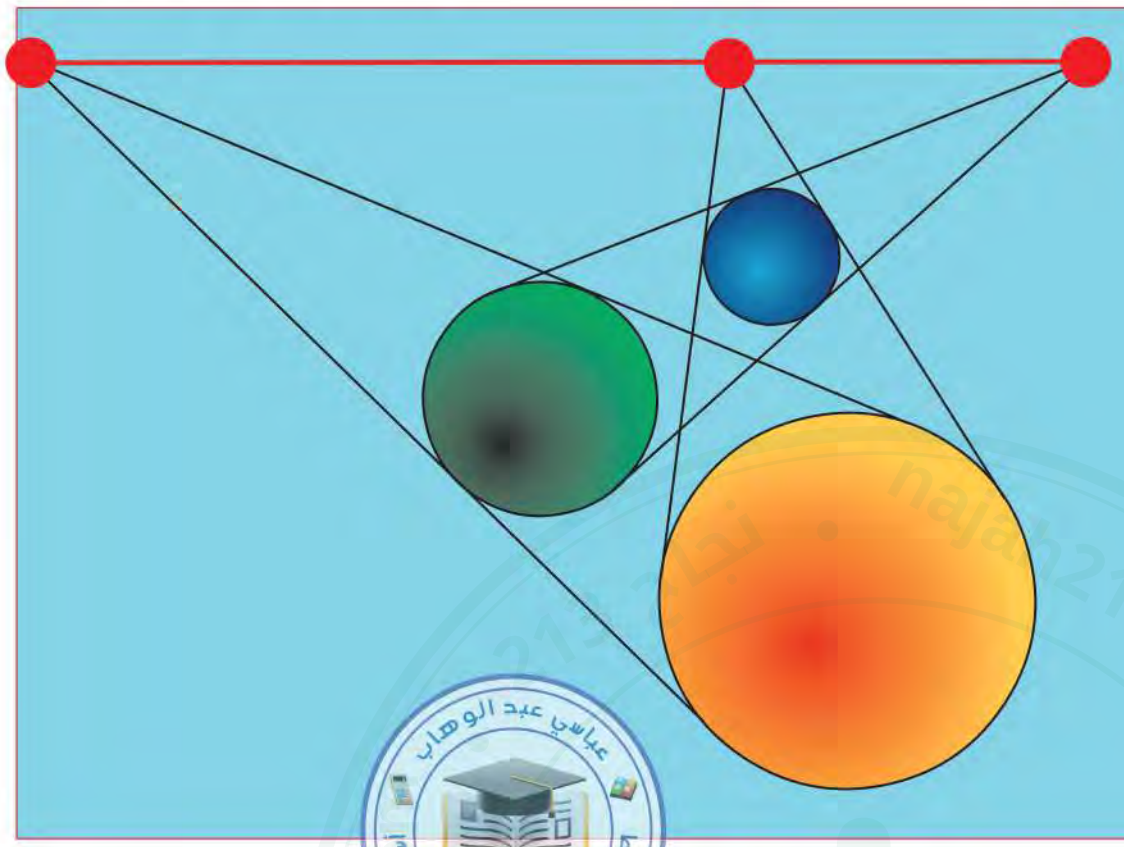
المطلوب: ✎ ◉

الاستكمال: ☐ الوقت: _____

مماسات الدئرة

وُزّعت ثلاث دوائر بحجوم مختلفة عشوائيًّا كما هو موضح، ثم رُسمت أزواج من المماسات حول الدوائر، وكان لذلك نتيجة مذهلة؛ حيث وقعت نقاط التقاطع الثلاث للمماسات على خط مستقيم.

هل هذه مجرد مصادفة أم تحدث دائمًا؟



لعبة التفكير 262

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: ✎ ◉

الاستكمال: ☐ الوقت: _____

قلب قطع العملة المعدنية

وضعت سبع قطع عملة معدنية على شكل دائرة بحيث إنَّ (الصورة) في كل منها إلى الأعلى، فإذا رغبنا في قلبها جميعًا إلى (كتابة)، ولكن يسمح لنا في كل حركة أن نقلب خمس قطع منها فقط في وقت واحد، فهل يمكن قلب قطع العملة السبع جميعها باتباع هذه القاعدة بصورة مكررة؟ وما عدد الخطوات اللازمة لذلك؟



لعبة التفكير 263

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

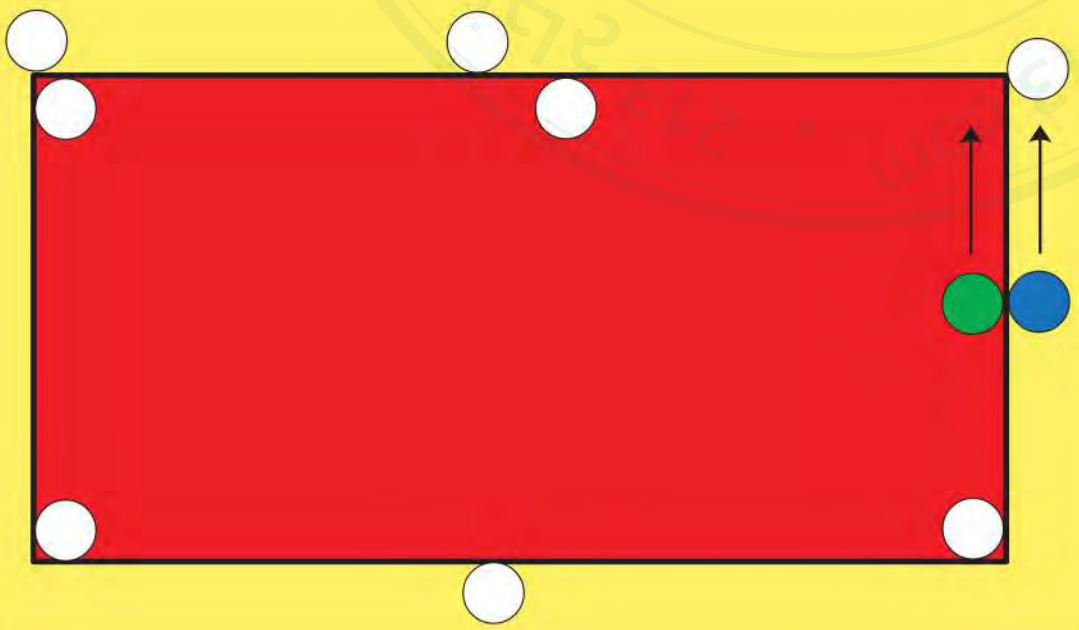
المطلوب: ✎ ◉

الاستكمال: ☐ الوقت: _____

الدحرجة من الداخل والخارج

دائرتان متطابقتان متلامستان في النقطة نفسها من المستطيل أدناه، دائرة من داخل المستطيل والأخرى من الخارج. دُحرجت كلا الدائرتين في السطح المستوي على طول محيط المستطيل حتى عادتا مرة أخرى إلى نقطة البداية.

إذا كان ارتفاع المستطيل ضعف محيط الدوائر، وإذا كان عرض المستطيل ضعف ارتفاعه، فكم عدد الدورات التي قامت بها كل دائرة حول محورها؟



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

najah213.com · نجاح 213

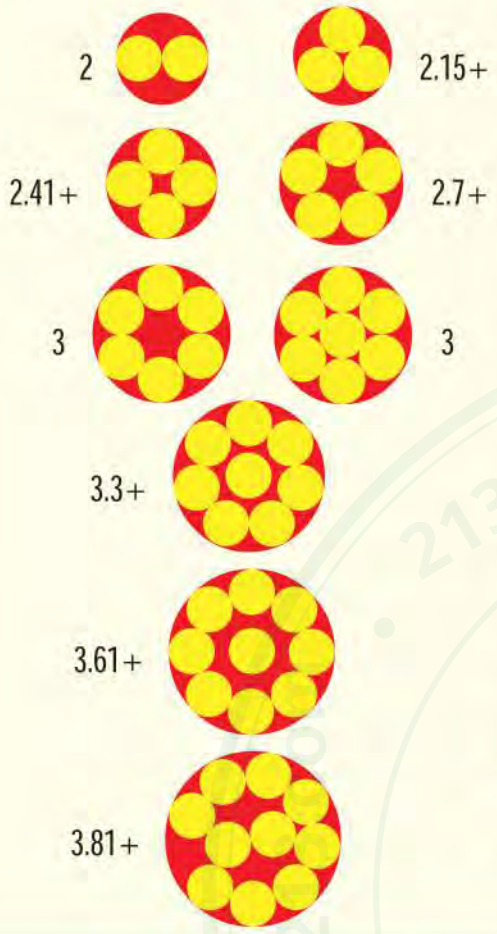
ملء الدوائر

سر في قاعات بعض الجامعات العريقة وستجد أناسًا ناضجين يحاولون معرفة كيفية تعبئة كرات معدنية في صناديق، هم في الحقيقة ليسوا أشخاصًا بالغين يحاولون العودة إلى مرحلة الطفولة التي بداخلهم، بل ما يحاولون فعله له أثر مباشر في مجالات متطورة، مثل نظرية المعلومات وفيزياء الحالة الصلبة. ملء أشياء منتظمة – كدوائر على سطح مستوٍ أو كرات في منطقة فارغة يُعد من أهم المسائل في الرياضيات.

كرات ذات حجوم متساوية لا تملأ تمامًا منطقة فارغة وكذلك الدوائر في السطح المستوي. تجميع مشابه لقرص شمع العسل – المسمى شبكة سداسية – الذي يُعد أفضل تجميع منتظم فاعل لدوائر متطابقة، وعلى الرغم من صعوبته الشديدة فقد نُفِّذَ؛ لإظهار إن التجميع لأجسام غير منتظمة يمكن أن يكون أكثر كثافة.

المشكلة المناظرة لتعبئة الكرات في حجم معين أثبتت أنها أصعب بكثير؛ فالتعبئة المنتظمة الكثيفة معروفة، ولكن السؤال: هل التعبئة غير المنتظمة؟ يمكن أن تفعل ما هو أفضل من التعبئة المنتظمة، ما زالت الإجابة عنه غامضة. أفضل تخمين للإجابة عن هذا السؤال هو لا، ولكن لا يوجد دليل على صحة ذلك.

توجد مشكلة أحدث تتمثل في ملء عدد محدد من الدوائر في حدود معينة لأصغر منطقة – مربعة أو دائرية مثلًا – حتى الآن لا يوجد حلٌّ معروف لذلك حتى عندما تكون حدود المنطقة بسيطة جدًّا، تنطبق أفضل الحلول التي تم الوصول إليها على عدد قليل جدًّا من الدوائر المجمعة في مساحة منتظمة جدًّا؛ على سبيل المثال، ثبت أن حل تجميع دوائر في دائرة منتظمة يصل إلى عشر دوائر فقط، وأكثف التجميع لدوائر وصل إلى عشر دوائر موضح هنا، والأعداد المشار إليها بجوار كل مثال هي أقطار الدوائر الخارجية بدلالة دوائر الوحدة التي تحويها.

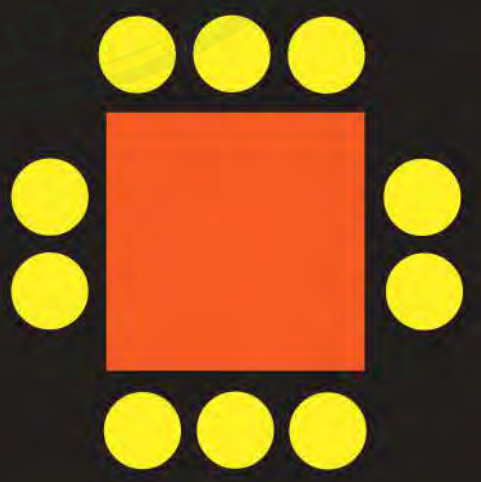


لعبة التفكير 264

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: _____

ملء الدوائر العشر داخل المربع

مسألة ملء الدوائر على محاولةٍ لملاءمة الأجسام ذات الأبعاد المحددة في منطقة أو حجم معين. حاول حل المثال السهل الموضح أدناه. عبئ الدوائر العشر الصفراء في داخل المربع الأحمر (نسبة نصف قطر أي دائرة إلى ضلع المربع يساوي 0.148204) ، علمًا بأنه لا يسمح بتداخل الدوائر داخل المربع.



عباسي عبد الوهاب

لعبة التفكير 265

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: _____

ملء اثنتي عشرة دائرة في دائرة واحدة

يمكن ملء اثنتي عشرة دائرة متطابقة في دائرة واحدة قطرها يساوي 4,02 مرة من قطر دوائر التعبئة. هذه هي أكثر الحالات الممكنة كثافة لملء اثنتي عشرة دائرة. هل تستطيع أن تجد شكل الملء المثالي هنا؟



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

الكرات

لقد اخترع صانعو الزجاج طريقة بسيطة لكنها مبتكرة لجعل كراتهم الزجاجية ناعمة جدًّا ومستديرة؛ فصهروا الزجاج على قمة عمود أسطواني، وتركوا كميات صغيرة تنساب عبر العمود. عندما تسقط قطرات الزجاج فإنها تنكمش لتشكل كرات مثالية تقريبًا، وبمرور الوقت تصل القطرات إلى أسفل العمود، وتبرد لتصبح صلبة ومستديرة.

ومع أن الشكل التقليدي للقطرة هو على شكل (الدمعة)، فقد وضح التصوير الفوتوغرافي الذي يستخدم وميضًا برقيًّا أن معظم القطرات تصبح كروية الشكل عند منتصف السقوط، بينما تكون قطرات السوائل كروية الشكل؛ لأن القوى الكهربائية تسحب المواد السائلة نحو المنتصف؛ فالجزئيات تتحرك إلى الداخل من الأجزاء الخارجية من القطرة، وتملأ أي مناطق مجوفة بالقرب من مركز الكتلة، وبمجرد أن تصل القطرة إلى أكثر شكل مضغوط؛ فإنها تأخذ شكلًا كرويًّا.

الشكل الكروي أو الكرة ربما يكون أبسط شكل صلب يمكن للإنسان أن يتخيله ؛ فليس له أركان ولا حواف. كل نقطة على سطح الكرة تكون على بُعد من المركز مساويًا لبعد أي نقطة أخرى عنه، والشكل الكروي أيضًا هو واحد من أكثر الأشكال المألوفة في الكون. النجوم والكواكب تخضع إلى قوى سحب ثابتة بفعل جاذبيتها، وتأخذ أشكالا كروية تقريبًا. في الحقيقة، يرى رواد الفضاء في المدارات الفضائية أنَّ أيَّ سوائل مسكوبة تشكل بسرعة كرات مهتزة.

لعبة التفكير 266

الصعوبة: ●●●●●●●○○○
المطلوب: ◉
الاستكمال: ☐ الوقت: _____

قطع العملة النقدية المعدنية الدوارة 1

تدور قطعة العملة المعدنية الصفراء على حواف القطع النقدية السبع الثابتة كما في الشكل الموضح أدناه، وفي الوقت الذي تعود فيه القطعة النقدية الصفراء إلى نقطة بدايتها. ما عدد الدورات التي دارتها؟ وما اتجاه الوجه في الصورة التي على القطعة الصفراء؟

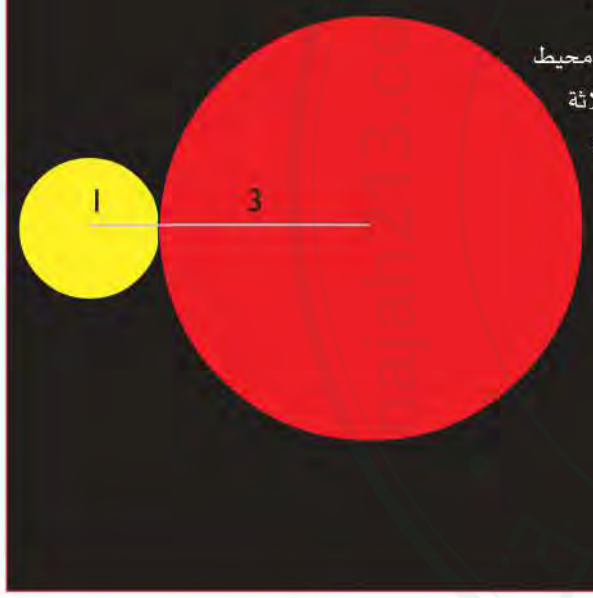


لعبة التفكير 267

الصعوبة: ●●●●●●●●●○
المطلوب: ✎ ◉
الاستكمال: ☐ الوقت: _____

الدائرة الدوارة

تدور دائرة صغيرة على محيط دائرة كبيرة قطرها ثلاثة أضعاف قطر الدائرة الصغيرة. كم عدد الدورات التي ستدورها الدائرة الصغيرة لتعود إلى نقطة بدايتها؟



لعبة التفكير 268

الصعوبة: ●●●●●●●●○○
المطلوب: ◉
الاستكمال: ☐ الوقت: _____

قطع العملة النقدية المعدنية الدوارة 2

وُضعت عملتان معدنيَّتان متماثلتان جنبًا إلى جنب على النحو الموضح في الشكل على ناحية اليسار. مع إبقاء العملة المعدنية اليمنى ساكنة، دوِّر العملة المعدنية اليسرى فوق الحافة العلوية من العملة الثابتة حتى تصل إلى الجانب المقابل من العملة. هل سيكون اتجاه الوجه على العملة التي تم تدويرها باتجاه اليسار أم اليمين أم الأسفل ؟



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

تعبئة الكرات

أحدث عالم الفلك يوهانز كيبلر (Johannes Kepler) ثورة في دراسة مسارات الكواكب، وقد بحث أيضًا مشكلة ملء الكرات، ووجد كيبلر أن هناك طريقتين لترتيب الكرات على سطح مستوٍ: الشبكة المربعة والشبكة السداسية (أو قرص شمع العسل). يمكن جمع هذين الشكلين لملء حجم ما بطرق متعددة.

التعبئة من خلال الطبقات المربعة– الشبكة المربعة– ولها طريقتان، مثلًا تعبأ الكرات في طبقات مرتبة عموديًّا وأفقيًّا بحيث تكون الكرات فوق بعضها، أو يمكن ملء الكرات في طبقة واحدة بحيث توضع في الفجوات الواقعة بين أربع كرات في الطبقة السفلى– تعرف هذه الطريقة باسم الشبكة المكعبة مركزية الوجوه– أما الطبقات السداسية– الشبكة السداسية– فلها أيضًا لها طريقتان في التعبئة، إما أن تكون مرصوصة، وإما أن تكون بصورة متعاقبة، ومع ذلك فالمثال الأخير لا يختلف في جوهره عن الشبكة المكعبة مركزية الوجوه.

إحدى طرق معرفة أي الترتيبات يُعد الأكثر كثافة في التعبئة تكون بتخيُّل أنَّه مسموح للكرات بأن تتوسَّع لتملأ فراغًا متاحًا، فما الشكل الذي ستتخذه الكرات بعد ذلك؟ الكرات التي في شبكة مكعبة من الممكن أن تُكوِّن مكعَّبات، بينما الكرات التي في الشبكة السداسية تُكوِّن منشورات سداسية، ولكن الكرات المعبأة في شبكة مكعبة مركزية الوجوه– كما توصل لذلك كيبلر– تكون على شكل معيَّن مكوَّن من اثني عشر وجهًا مما ينتج منه أكبر ملء ممكن.

تقاس كفاءة شبكة التعبئة بالنسبة إلى الفراغ الذي سيملأ بالكرات، أما بالنسبة إلى الكرات الموجودة على سطح مستوٍ، فتكون كفاءة الشبكة المربعة 78,54% بينما كفاءة الشبكة السداسية 90,69%. أما الكرات في مساحة ثلاثية الأبعاد، فتكون كفاءة الشبكة المكعبة 52,36%، وتكون كفاءة الشبكة السداسية 60,46%، بينما تكون كفاءة الشبكة المكعبة مركزية الوجوه 70,04%.

لعبة التفكير 269

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: ◉ ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: _____

ملء الأقراص

توجد طريقتان لملء سطح مستوٍ بالأقراص، وهما موضحتان في الأسفل. هل تستطيع الوصول إلى النسبة المئوية للمساحة الكلية للسطح المستوي المغطى بالأقراص بالنسبة إلى عمليتي التعبئة سداسية الشكل و التعبئة مستطيلة الشكل؟

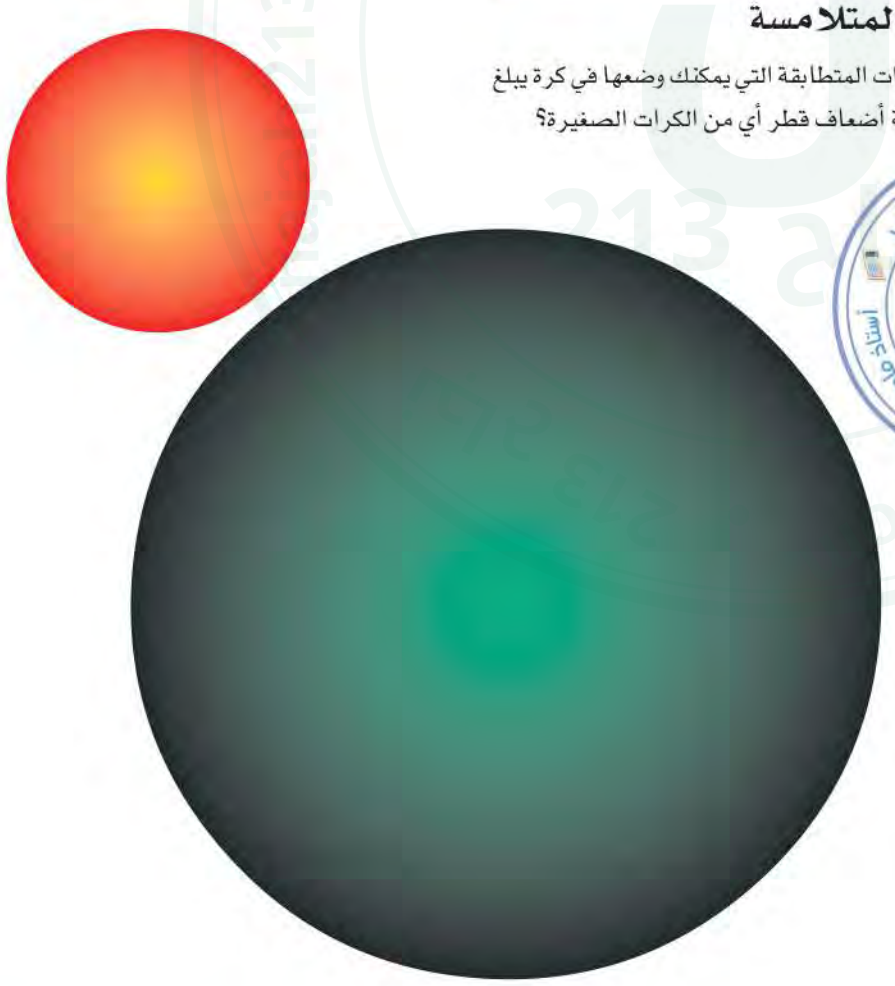


لعبة التفكير 270

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: ◉ ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: _____

الكرات المتلامسة

ما عدد الكرات المتطابقة التي يمكنك وضعها في كرة يبلغ قطرها ثلاثة أضعاف قطر أي من الكرات الصغيرة؟



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

منحنيات دويرية (Cycloids)

في الحقيقة، لا توجد نقطة ثابتة في الكون. يمكن لنقطة ثابتة داخل سيارة أن تصنع مسارًا خطيًّا كلما أسرعت السيارة على الطريق، وأي نقطة على جبل سوف تتبع مسار الأرض حول الشمس، وحتى الشمس ومجرة درب التبانة لهما مساراتهما الخاصة في هذا الكون المتسع.

حركة أي نقطة ثابتة على جسم متحرك ترسم منحنى يمكن أن تكون له خصائص استثنائية؛ فعلى سبيل المثال المنحنى الذي ترسمه نقطة ثابتة على محيط دائرة تدور فوق خط مستقيم يسمَّى منحنًى دويريًّا (cycloid). يظهر المنحنى الدويري في أماكن عدة في عصرنا الحديث، وتحتوي التروس الميكانيكية على جوانب بها منحنى دويري، وهناك آلات تنقش منحنيات دورية دقيقة على الصفائح المستخدمة في طباعة النقود الورقية، علاوة على أن اللعبة العلميَّة الشهيرة المعروفة باسم راسم التنفس (Spirograph) ترسم أشكالًا مدهشة لمنحنيات دويرية لا حصر لها وبعدد قليل من القطع المدورة.

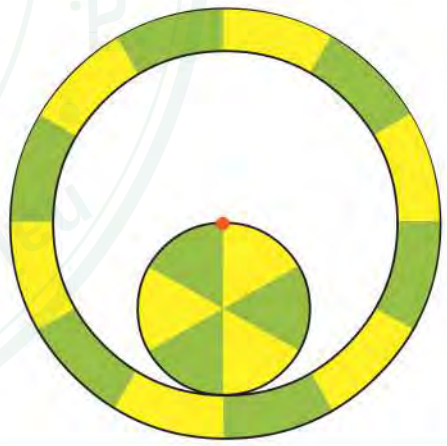
المنحنيات الأخرى المشابهة تشمل المنحنيات اللولبية (spiral) والمنحنيات المنطوية (involute) (الخط الذي يرسمه طرف خيط مشدود عندما يَنفك عن بكرة كان ملفوفًا حولها).

لعبة التفكير 271

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: ◉ ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: _____

الدائرة الدوارة: منحنى دويري تحتي

(Hypocycloid الخطُّ الناتج من نقطة على الدائرة التي تتدحرج داخل دائرة أخرى): تدور دائرة صغيرة داخل دائرة ثابتة قطرها ضعف قطر الدائرة الصغيرة، ما المسار الذي ستتخذه النقطة الحمراء عندما تكمل الدائرة الصغيرة دورة واحدة فقط؟



لعبة التفكير 272

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: ◉
الاستكمال: ☐ الوقت: _____

رحلة القطب الشمالي

غادرت إحدى الطائرات القطب الشمالي، وطارت نحو الجنوب لمسافة (50) كيلو مترًا، ثم حوَّلت مسارها وطارت نحو الشرق لمسافة (100) كيلو متر أخرى.

في نهاية تلك الرحلة، كم تبعد الطائرة عن القطب الشمالي؟



لعبة التفكير 273

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: ◉
الاستكمال: ☐ الوقت: _____

صفوف القطع النقدية الخمس

هل يمكنك تحريك قطعة نقدية واحدة فقط لتكوين صفين من القطع النقدية، كل منها يحتوي على خمس قطع نقدية؟



لعبة التفكير 274

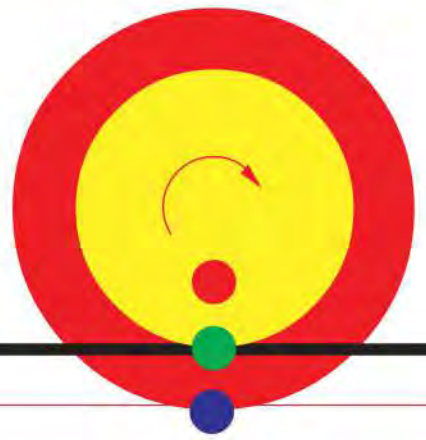
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: ◉ ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: _____

العجلة الدوَّارة

تدور عجلة القطار على قضيب سكة حديدية، وللحفاظ على بقاء القطار على القضبان، تكون لكل عجلة شفرة تمتد أسفل محيطها المتلامس (عند نقطة) مع القضبان.

هل تستطيع تخيُّل المسار الذي اتخذته هذه النقاط الثلاث؟

- نقطة داخل العجلة الدوارة.
- نقطة على محيط العجلة الدوارة.
- نقطة على الشفرة الخارجية للعجلة الدوارة.



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

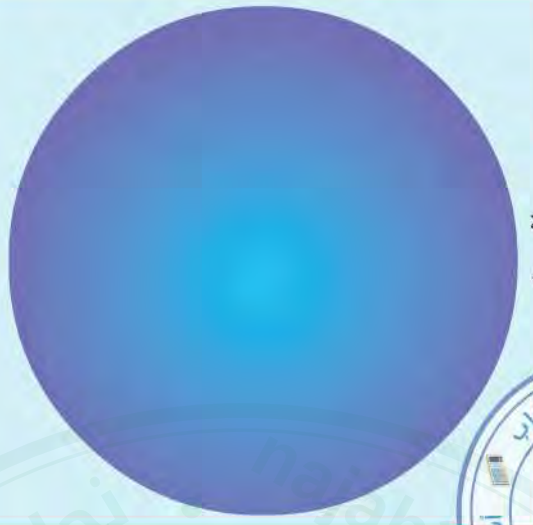
najah213.com · نجاح 213

لعبة التفكير 275

الصعوبة: ●●●●●●●●●○○○
المطلوب: ✎ ◉
الاستكمال: ☐ الوقت: ———

تقطيع الكرة

تخيل أنَّ هذه الكرة قُسِّمت بقطعها أربع قطعات مستقيمة تمر جميعها من خلال الكرة، هل تستطيع تحديد أقصى عدد من القطع التي قُسمت بها الكرة؟



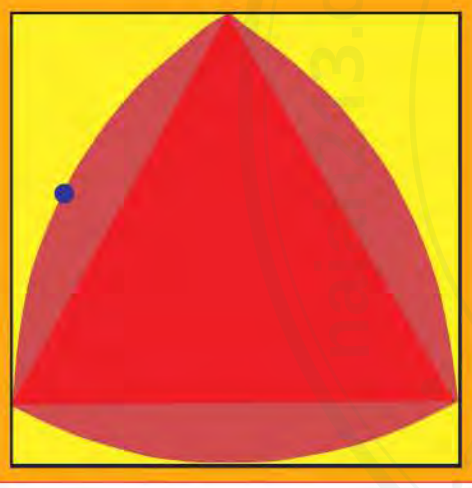
لعبة التفكير 276

الصعوبة: ●●●●●●●●●○○○
المطلوب: ✂ ✎ ◉
الاستكمال: ☐ الوقت: ———

مثلث ريولو (Reuleux's triangle)

مثلث مشكل بدقة يدور داخل إطار ثابت مربع الشكل. ولتكوين هذا الشكل الناتج من عملية تدوير المثلث، ابدأ برسم مثلث متساوي الأضلاع رؤوسه تقع على محيط مربع، ثم ارسم ثلاثة أقواس دائرية يمر كل منها برأسين من رؤوس المثلث، بحيث يكون القوس جزءًا من دائرة مركزها الرأس الثالث للمثلث. ما سيظهر أمامك يمثل مثلثًا اكتشف في عام 1875م، وقد سمِّي بعد ذلك بمثلث ريولو (باسم العالم الذي اكتشفه)؛ إن عرض المنحنى في كل اتجاه يساوي طول ضلع من أضلاع مثلث متساوي الأضلاع.

تخيل أنَّ المثلث أخذ يدور داخل المربع كما هو موضح هنا. هل تستطيع تصور المسار الذي ستتخذه النقطة الزرقاء من خلال دورات كاملة عدة؟



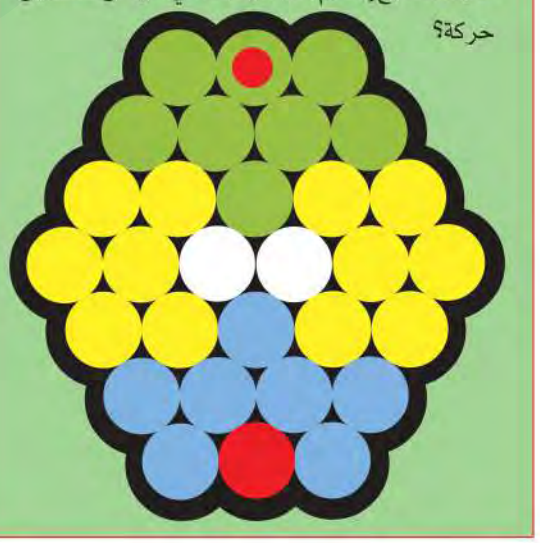
لعبة التفكير 277

الصعوبة: ●●●●○○○○○○○○
المطلوب: ✂ 🗐 ◉
الاستكمال: ☐ الوقت: ———

لعبة ترتيب سداسية الخطوات: لغز القرص المنزلق

الهدف من هذه اللعبة نقل القرص الأحمر من الأسفل إلى المنطقة المحددة بالنقطة الحمراء في الجزء العلوي، ولعمل ذلك يجب أن تنزلق الأقراص واحدة في كل مرة الى أحد المكانين الفارغين (الموضحين في الشكل كدوائر بيضاء اللون)؛ على سبيل المثال، أول حركتين محتملتين تكونان بتحريك القرص الأخضر إلى أسفل أو القرص الأزرق إلى أعلى في إحدى المنطقتين الفارغتين. في الحركة الأولى، لا يمكن تحريك أي من الأقراص الصفراء إلى إحدى المناطق البيضاء؛ لأن الفراغ المتاح بين هذه الأقراص ضيق جدًّا، ولا يسمح للأقراص الصفراء بالمرور، وبوصفها قاعدة لا توجد إلا حركتان محتملتان فقط في أي وقت من الأوقات.

هل تستطيع إتمام هذا الهدف في أقل من خمسين حركة؟

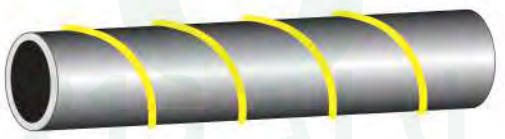


لعبة التفكير 278

الصعوبة: ●●●○○○○○○○○○
المطلوب: ✎ ◉
الاستكمال: ☐ الوقت: ———

اللولب (الحلزون)

يلتف حبل حول أنبوب أسطواني ضخم، ويكمل أربع لفات كما هو مبيَّن. محيط الأنبوب 4 أمتار وطوله 12 مترًا. هل تستطيع أن تعرف ما طول الحبل؟



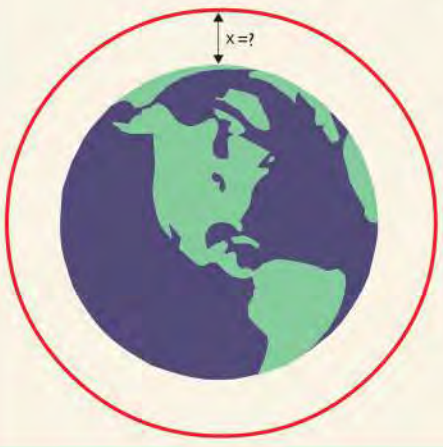
لعبة التفكير 279

الصعوبة: ●●●●○○○○○○○○
المطلوب: ✎ ◉
الاستكمال: ☐ الوقت: ———

الأرض المستديرة

تخيل أن الأرض كرة مثالية، ثم تخيل خط الاستواء بمحاذاة حزام ملفوف حول الأرض ومثبت بدقة.

إذا فككت هذا الحزام وأطلته لمسافة مترين، ثم سحبته بعيدًا عن سطح الكرة ليشكل دائرة حولها، ما مدى التراخي الناتج من ذلك؟ وبعبارة أخرى، ما مدى الارتفاع الذي يمكن سحب الحزام فيه؟ الإجابة ستكون واحدة مما يأتي: 0,03 متر، أو 0,33 متر، أو 3,3 متر، ولكن أي منها هو الصحيح؟



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً

najah213.com

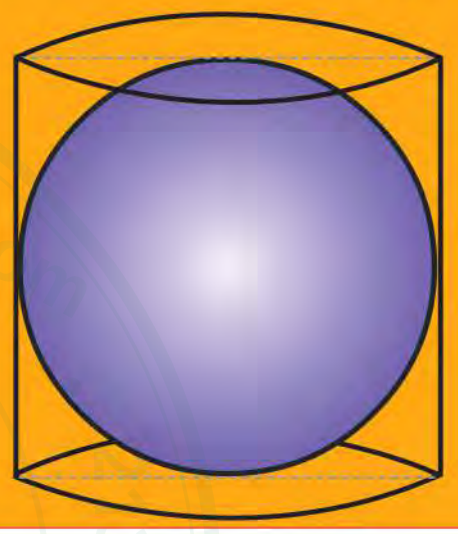
najah213.com · نجاح 213

لعبة التفكير 280

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: ◉
الاستكمال: ☐ الوقت: ———

مساحة سطح الكرة

وُضعت كرة داخل أسطوانة ذات جدران رقيقة بحيث يكون ارتفاع هذه الأسطوانة وقطرها مساويين لقطر الكرة. أي الجسمين مساحة سطحه أكبر: الكرة أم الأسطوانة؟



لعبة التفكير 281

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: ◉ ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ———

حجم الكرة

أسطوانة وكرة ومخروط لها الارتفاع ونصف القطر نفسه كما في الشكل، فهل هنالك علاقة تربط بين حجومها ؟

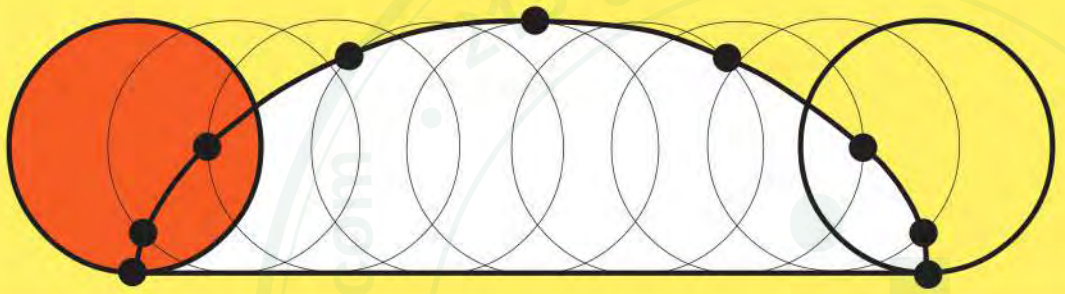


لعبة التفكير 282

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: ◉ ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ———

المساحة تحت المنحنى الدويري

هل تستطيع حساب المساحة تحت المنحنى الدويري ؟ ما علاقة طول المنحنى بحجم الدائرة التي أنتجت هذه الخط؟



لعبة التفكير 283

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: ◉
الاستكمال: ☐ الوقت: ———

صندوق التخزين

هل هذه القصة ممكنة الحدوث؟

يمتلك ملك صندوقًا مستطيل الشكل ملئ بإحكام بعشرين كرة ذهبية، وكل كرة ثبتت بإحكام من قبل الكرات الأخرى التي تلمسها؛ أي إذا رفع الصندوق فإن الكرات التي بداخله لن تتحرك.

ما عدد الكرات التي يمكن إخراجها من الصندوق من دون الإخلال بثبات الكرات المتبقية بداخله ؟



في يوم من الأيام طلب الملك أن تُصك نقوده كلها على هيئة دوائر ذهبية متشابهة . رزم المال وقام بوضعه في صندوق كبير عرف أن الصندوق أصبح ممتلئا، لأنه لا يحدث صوتا في الداخل عند هزه
وسارعت الملكة بأخذ بعض المال من الصندوق، وأعادت رصف النقود كما كانت وبقي الصندوق على حاله من دون أن يحدث صوتا لدى هزه، بعد ذلك أخذ أمين الصندوق بعض المال، وأعاد رصف النقود كما كانت، وبقي الصندوق على حاله من دون أن يحدث صوتا عند هزه، وبعد ذلك أخذ رئيس الوزراء بعض المال وبقي الصندوق على حاله من دون أن يحدث صوتا عند هزه...

فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

المنحنيات ذات العرض الثابت

تُسمَّى المنحنيات المغلقة التي لها العرض نفسه المنحنيات ذات العرض الثابت (يُعَرَّف العرض للمنحنى بأنه المسافة العمودية بين أي مماسين متوازيين ومختلفين للمنحنى) يمكن أنَّ يدور أيُّ منحنى ذي عرض ثابت بين خطين متوازيين ثابتين أو داخل مربع. على الرغم من أن بعض المنحنيات ذات العرض الثابت انسيابية مثل الدائرة، ومنحنيات أُخرى لها زوايا؛ بينما بعضها متماثلة إلى حدٍّ بعيد إلا أنَّ بعضها الآخر غير منتظم تمامًا، بطبيعة الحال فإن أي مضلَّع منتظم ذي عدد فردي من الأضلاع يمكن تعديل شكله ليكون منحنى ذا عرض ثابت، لكن المنحنيات جميعها ذات العرض الثابت تشترك في خاصية واحدة: وهي أنَّ طول المنحنى مساوٍ لحاصل ضرب π في طول العرض الثابت للمنحنى، يُعرف ذلك باسم مبرهنة مينكوفسكي (Minkowski's theorem)، ويتضح ذلك بصورة جلية من خلال صيغة محيط الدائرة الذي يساوي حاصل ضرب π في قطر الدائرة.



لعبة التفكير 284

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁

الاستكمال: ☐ الوقت: _____

الهبوط الأسرع

أطلقت أربع كرات متطابقة على أربعة مسارات مختلفة في وقت واحد. أي من المسارات الآتية: المنحنى ــ المستقيم ــ الدائري أم شبه الدائري ــ سوف تصل كرته إلى نهاية المنحدر بطريقة أسرع؟

لعبة التفكير 285

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁

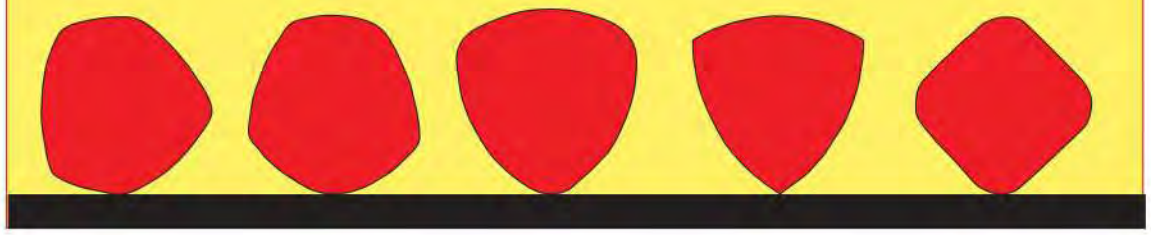
الاستكمال: ☐ الوقت: _____

منحنيات ذات عرض ثابت

عندما تدور دائرة بين قضيبين متوازيين، فإن البعد بين القضيبين سيبقى كما هو، ومن ناحية أخرى، إذا دار قطع ناقص بين قضيبين متوازيين فإنهما سوف يتحركان إلى الأعلى وإلى الأسفل مرتين خلال دورته الكاملة.

ادرس المنحنيات الخمس المذكورة أدناه. هل يمكنك تحديد أي منها سوف يدور مثل الدائرة، وأي منها سوف يدور مثل القطع الناقص؟





لعبة التفكير 286

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

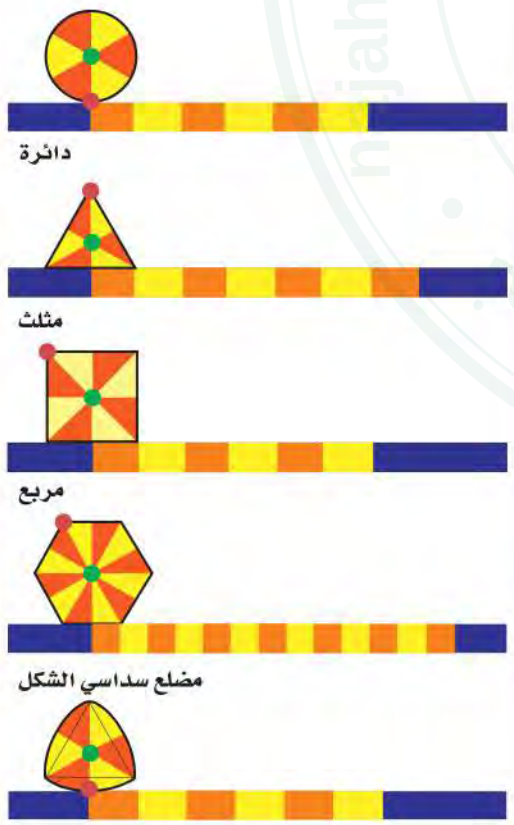
المطلوب: ✂ ✎ 👁

الاستكمال: ☐ الوقت: _____

العجلات المضلَّعة

هل تستطيع وصف المسارات التي ترسمها النقاط على المضلَّعات الدوارة الموضحة في الشكل أدناه؟

قد تكون هذه الأشكال غير مألوفة لك وخاصة كيفية تدويرها. قصَّ الأشكال من الورق المُقوى ودوِّرها على خط مستقيم، فقد يساعدك ذلك على تخيل المسألة.



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً
najah213.com

najah213.com · نجاح 213

القطوع المخروطية والحلزونية (onic Sections and Sprals)

المنحنيات التي تكونت من خلال تمرير سطح مستوٍ عبر شكل مخروطي يطلق عليها اسم القطوع المخروطية والتي كانت تمثل موضوع دراسة مكثفة في اليونان القديمة. الأشكال الجمالية للقطوع الناقصة والقطوع الزائدة والقطوع المكافئة كانت مصدر الافتتان والجمال لإقليدس وعلماء الهندسة الآخرين في تلك الحقبة التاريخية، لكنهم لم يجدوا لها أي استخدامات، فكانت بمنزلة وسائل ترفيه هندسية مثيرة للاهتمام فقط.

عادة ما يدرس علماء الرياضيات هذه الأشكال عديمة الفائدة للمتعة فقط، لكن في كثير من الأحيان تصبح هذه الدراسات مهمة للغاية للعلماء في القرون المقبلة، وهذا ما حدث بالنسبة إلى القطوع المخروطية. اعتمد عمل يوهانس كبلر (Johanes Kepler) وإسحق نيوتين (Isaac Newton) على دراسة القطوع المخروطية لوصف مسارات تتبع حركة الأجسام أو الأجرام السماوية في الفضاء. تتحرك الكواكب والمذنبات وحتى المجرات بطريقة حصرية على هيئة قطوع ناقصة وقطوع زائدة وقطوع مكافئة، ويطبق الشيء نفسه على الأجسام والكائنات الموجودة في رحلة طيران على وجه الكرة الأرضية، فيعدُّ مسار الكرة في الهواء بمنزلة قطع مكافئ. في الواقع، يعدُّ كل مقذوف – كطلقة أو سهم أو صاروخ أو تيار ماء متدفق من فوهة – يتتبع مسار قطع مكافئ. اكتشف إسحق نيوتن السبب وراء ذلك، وهو أن سحب الجاذبية الأرضية يؤثر في مسار الأجسام في كل نقطة من مسار رحلتها. بدلًا من كون المسار مستقيمًا، فإن الخط الذي يرسمه جسم ما في رحلة طيران هو خط منحنى باستمرار، وبمرور الوقت فإنه يقترب من المسار الرأسي الكامل لكنه لا يصل إليه مطلقًا، فإذا قذف جسم ما بسرعة كافية، ولكن – كما هي الحال بالنسبة إلى قمر صناعي يُطلق بوساطة صاروخ – فسوف ينحني المسار بطريقة ما، بحيث لا يسقط الجسم (القمر الصناعي)، وبدلًا من ذلك يدور في مدار حول الأرض.

لعبة التفكير 287

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: ◉

الاستكمال: ☐ الوقت: ———

السيوف والأغماد

حيث إنهم يستعدون للمعركة، استلَّ أربعة من المحاربين سيوفهم من أغمادها: سيف منها مستقيم تمامًا، والسيف الثاني على هيئة نصف دائرة، والسيف الثالث يأخذ هيئة المنحنى المتموج، والسيف الرابع يأخذ شكلًا ثلاثي الأبعاد من دوامة شبه حلزونية. يوجد خطأ ما في هذه القصة، ما هو؟



لعبة التفكير 288

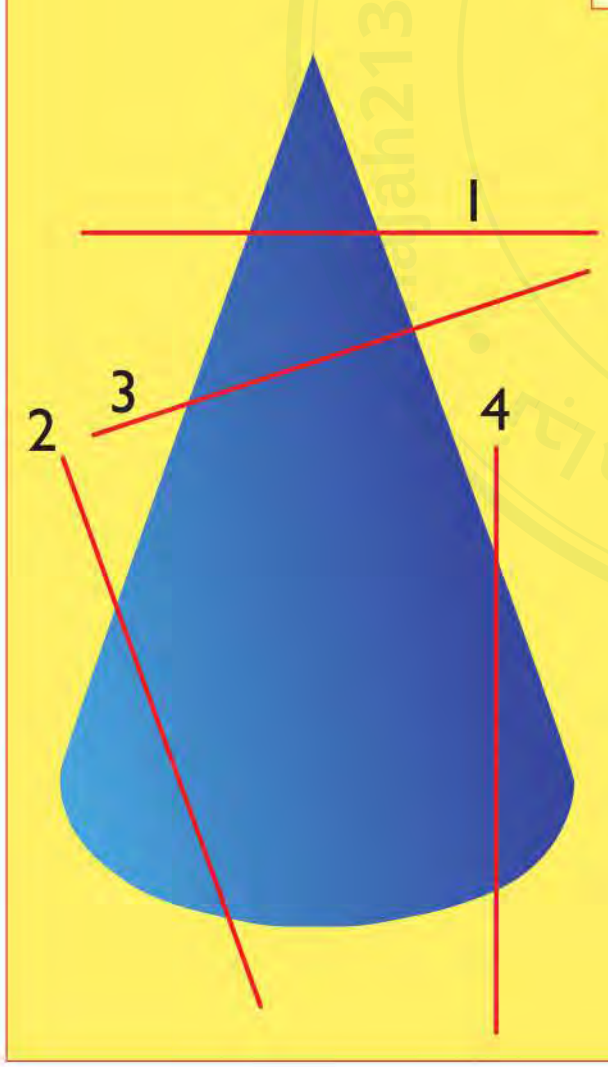
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: ◉

الاستكمال: ☐ الوقت: ———

هندسة الأشكال المخروطية

كشف الباحث اليوناني أبولونيوس (Apollonius) في كتابه **الأشكال المخروطية** (Conics)، عام 225 قبل الميلاد، أنه يمكن تقسيم الشكل المخروطي ذي القاعدة الدائرية إلى أشكال منحنية عدة. ما أشكال المنحنيات التي ستنتج من قطع المخروط بالقطع التي تحمل الأرقام من 1 إلى 4 كما في الرسم التوضيحي المرفق؟



فروض واختبارات مع الحلول لكل المستويات — مجاناً